



Supp. 60167/C

Vol 2

DIOPTRICAE
PARS SECVNDA,
CONTINENS
LIBRVM SECVNDVM,
DE
CONSTRVCTIONE
TELESCOPIORVM
DIOPTRICORVM
CVM
APPENDICE
DE
CONSTRVCTIONE
TELESCOPIORVM CATOPTRICO-DIOPTRICORVM.

AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
ACAD. SCIENT. BORVSSIAE DIRECTORE VICENNALI ET SOCIO
ACAD. PETROP. PARISIN. ET LOND.

PETROPOLI
Impensis Academiae Imperialis Scientiarum
1770.


WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY





INDEX CAPITVM.

In Tomo II. contentorum.

IN SECTIONE PRIMA.

De Teleſcopiis primi generis, quae lente oculari concaua inſtructa, obiecta ſitu erecto repraeſentant.

IN SECTIONE SECVNDA.

De Teleſcopiis ſecundi generis, quae lente oculari conuexa inſtructa, obiecta ſitu inuerſo repraeſentant.

IN



IN SECTIONE TERTIA.

De Teleſcopiis tertii generis, quibus obiecta iterum ſitu erecto repraeſentantur.

IN APPENDICE.

De Conſtructione Teleſcopiorum Catoptrico-Dioptricorum.





LIBRI SECVNDI.

DE

CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM

SECTIO PRIMA.

DE

TELESCOPIIS PRIMI GENERIS,

QVAE

LENTE OCVLARI CONCAUA INSTRVCTA OBIECTA SITV ERECTO REPRAESENTANT.



CAPVT I.

DE
TELESCOPIIS IN GENERE.

Definitio I.

I.

Telescopium est instrumentum dioptricum obiectis valde remotis spectandis inseruiens.

Coroll. I.

2. Cum ergo distantia obiecti sit valde magna, in calculo quantitatem a, qua distantia obiecti a lente obiectiua designatur, tanquam infinitam spectare licet, ideoque α denotabit distantiam focalem lentis obiectiuae, neglecta scilicet eius crassitie.

Coroll. 2.

3. Cum poſuerimus $\alpha = A a$, ob $a = \infty$ erit numerus A euaneſcens, ideoque et $A = 0$ et $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1} = 0$. Hinc ergo in formulis ſupra traditis litterae A et $\mathfrak{A}$ ita ex calculo eliminabuntur, vt loco $A a$ et $\mathfrak{A} a$ ſcribatur α.

Definitio. 2.

4. In teleſcopiis campus apparens non ex ipſa obiecti conſpicui quantitate aeſtimatur, ſed ex angulo, ſub quo haec pars conſpicua nudo oculo cerneretur.

Corollarium.

5. Littera ergo Φ, quam ſupra in noſtras formulas introduximus, denotabit ſemidiametrum campi adparentis vel potius eius tangentem; quia autem hic angulus plerumque eſt valde paruus, is ipſe loco tangentis ſine errore, praecipue ſi multiplicatio ſit notabilis, uſurpatur.

Definitio 3.

6. Multiplicatio in teleſcopiis ex ratione quantitatis per inſtrumentum viſae, ad quantitatem, qua idem obiectum in eadem diſtantia remotum nudo oculo cerneretur, aeſtimari ſolet.

Co-

Coroll. 1.

7. Quia ergo ſupra in genere multiplicationem ad diſtantiam h retulimus; obiecti vero diſtantia poſita eſt $=a$, erit quoque $h=a$.

Coroll. 2.

8. Exponens ergo multiplicationis $=m$ hoc caſu indicat, quoties angulus, ſub quo diametrum cuiuspiam obiecti per teleſcopium cernimus, maior ſit angulo, ſub quo idem obiectum nudis oculis cerneretur.

Scholion 1.

9. Hoc ſcilicet intelligendum eſt, quamdiu de angulis ſatis paruis eſt ſermo; quando autem anguli ſunt maiores, exponens multiplicationis m declarabit, non quoties ipſe angulus, ſub quo obiectum quodpiam per teleſcopium cernitur, ſed quoties eius tangens maior ſit tangente eius anguli, ſub quo idem obiectum nudis oculis eſſet appariturum, ita ut etiamſi multiplicatio m foret infinita, tamen angulus viſionis non ultra $90°$ excreſcere poſſet, dum ſcilicet quantitas obiecti ab axe teleſcopii aeſtimatur.

Scholion 2.

10. His igitur obſeruatis formulae ſupra erutae facile ad teleſcopia accomodantur eoque non nihil ſim-

pliciores euadunt. Praeterea vero etsi pro varia oculi constitutione distantia iusta littera l designata sit maxime diuersa, tamen hic ista diuersitas seponi solet, quia telescopium ad unam oculi speciem accomodatum in praxi facile ad quosuis alios oculos accommodatur, et quia plerumque distantia iusta l satis est magna prae oculi distantia ab ultima lente, eaque adeo pro multis oculis in infinitum excrescit, commode statuemus $l = \infty$. Hinc si ultimae lentis distantiae determinatrices sint f et ζ post eamque locus oculi $= O$, ob $O = \zeta + l$, distantia ζ debebit esse infinita, scilicet $\zeta = O - l$, ita ut sit $\frac{\zeta}{l} = -1$; siue $\frac{l}{\zeta} = -1$ atque ob $\zeta = \infty$ euidens est, ultimae lentis distantiam focalem fore $= f$.

Problema I.

11. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, elementa exponere, quibus supra vsi sumus, ad eius constructionem determinandam, simulque relationem eorum diuersorum elementorum inter se repraesentare.

Solutio.

Pro qualibet lente 1° considerauimus eius rationem refractionis pro radiis mediae naturae. 2° Eius binas distantias determinatrices cum numero arbitrario λ. 3° Nunc etiam cuiusque lentis distantiam focalem

in

in calculum introducemus. 4° Etiam introduximus rationes aperturarum pro singulis lentibus littera π indicatas. Quae elementa pro singulis lentibus sequenti modo ob oculos ponamus:

Lentes	Ratio refr.	Dist. det	Num. arb.	Dist. foc.	Rat. apert.
1ma	$n : 1.$	$a,\ \alpha.$	λ	$p.$	σ
II^{da}	$n' : 1$	$b,\ \beta.$	λ'	$q.$	π
III^{tia}	$n'' : 1.$	$c,\ \gamma.$	λ''	$r.$	π'
IV^{ta}	$n''' : 1.$	$d,\ \delta.$	λ'''	$s.$	π''
V^{ta}	$n'''' : 1.$	$e,\ \varepsilon.$	λ''''	$t.$	π'''
VI^{ta}	$n''''' : 1.$	$f,\ \zeta.$	λ^{V}	$u.$	π''''

etc.

deinde etiam posuimus $A = \frac{\alpha}{a}$; $B = \frac{\beta}{b}$; $C = \frac{\gamma}{c}$; $D = \frac{\delta}{d}$; $E = \frac{\varepsilon}{e}$; $F = \frac{\zeta}{f}$ etc. tum vero etiam $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$; $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1}$; $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1}$; $\mathfrak{D} = \frac{D}{D+1}$; $\mathfrak{E} = \frac{E}{E+1}$; $\mathfrak{F} = \frac{F}{F+1}$ etc.

His expositis modo ante vidimus ob $a = \infty$, fore $A = 0$ et $\mathfrak{A} = 0$, quibus valoribus ita est vtendum, vt sit $Aa = \alpha$ et $\mathfrak{A}a = p$ atque $p = \alpha$; pro sequentibus autem lentibus habebimus

$$q = \mathfrak{B}b;\ r = \mathfrak{C}c;\ s = \mathfrak{D}d;\ t = \mathfrak{E}e;\ u = \mathfrak{F}f.$$

etc.

unde vicissim per distantias focales erit

$$b = \frac{q}{\mathfrak{B}} = \frac{B+1}{B}q. \text{ et } \beta = (B+1).\ q$$

$$c = \frac{r}{\mathfrak{C}} = \frac{C+1}{C}r. \text{ et } \gamma = (C+1).\ r$$

$$d = \frac{s}{\mathfrak{D}} = \frac{D+1}{D}s. \text{ et } \delta = (D+1).\ s$$

etc.

deinde

deinde pro rationibus aperturarum habuimus ſupra ſequentes relationes: poſita ſcilicet ſemidiametro campi apparentis $=\Phi$

$$1^\circ.\quad \frac{\mathfrak{B}\pi-\Phi}{\Phi} = \frac{A\alpha}{b} = \frac{\alpha}{b} \text{ seu}$$

$$\frac{\mathfrak{B}\pi}{\Phi} = \frac{\alpha+b}{b} \text{ vel } \frac{\pi}{\Phi} = \frac{\alpha+b}{q}$$

$$2^\circ.\quad \frac{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}{\Phi} = \frac{AB.\alpha}{c} = \frac{B\alpha}{c}$$

$$3^\circ.\quad \frac{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}{\Phi} = \frac{ABC.\alpha}{d} = \frac{BC.\alpha}{d}$$

$$4^\circ.\quad \frac{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}{\Phi} = \frac{ABCD\alpha}{e} = \frac{BCD\alpha}{e}$$

etc.

atque hinc viciſſim valores ſequentes elicuimus:

$a=\infty$ $\qquad$ $\alpha=p$

$b=\frac{p\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$ $\qquad$ $\beta=\frac{B.p\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$

$c=\frac{B.p\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}$ $\qquad$ $\gamma=\frac{BC.p\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}$

$d=\frac{BC.p\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}$ $\qquad$ $\delta=\frac{BCD.p\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}$

$e=\frac{BCD.p\Phi}{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}$ $\qquad$ $\varepsilon=\frac{BCDE.p\Phi}{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}$

etc.

Coroll. I.

12. In ſuperioribus iam ſatis oſtenſum eſt, quomodo ex binis diſtantiis determinatricibus ſingulas lentes conſtrui oporteat; quem in finem valores litterarum ϱ, σ, τ, quibus etiam adiungimus ν et μ, recordari neceſſe eſt, qui ſunt

$$\varrho+\sigma=\frac{1}{n-1};\quad \sigma-\varrho=\frac{2n+2}{n+2}$$

$$\tau=\frac{n\cdot\surd(4n-1)}{2(n-1)(n+2)};\quad \mu=\frac{n(4n-1)}{8(n-1)^2(n+2)}$$

$$\text{et } \nu=\frac{4(n-1)^2}{4n-1};\quad \mu\nu=\frac{n}{2(n+2)}$$

Coroll. 2.

13. His valoribus pro quavis ratione refractionis cognitis pro distantiis determinatricibus a, α, cum numero arbitrario λ facies lentis sequenti modo definientur:

Radius faciei

$$\text{anter:} = \frac{a\alpha}{\varrho\alpha+\sigma a\pm\tau(a+\alpha)\surd(\lambda-1)}$$

$$\text{poster:} = \frac{a\alpha}{\varrho a+\sigma\alpha\mp\tau(a+\alpha)\surd(\lambda-1)}$$

ad quod exemplum omnes reliquae lentes sunt construendae.

Coroll. 3.

14. Cum confusio ex tali lente oriunda fiat minima, sumto $\lambda=1$; operae pretium erit investigare, quantum numerum pro λ accipi oporteat; ut ambae lentis facies fiant inter se aequales; reperitur hunc in finem

$$\surd(\lambda-1)=\frac{a-\alpha}{a+\alpha}\cdot\frac{2(n+1)(n-1)}{n\cdot\surd(4n-1)}$$

hincque

$$\lambda=1+\frac{(a-\alpha)^2}{(a+\alpha)^2}\cdot\frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$$

 cum

cum iam ſit $\frac{\overline{a-\alpha}^2}{\overline{a+\alpha}^2} = 1 - \frac{4a\alpha}{(a+\alpha)^2}$; erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)} - \frac{16.a\alpha(nn-1)^2}{(a+\alpha)^2.n^2(4n-1)}$$

quare ſi fuerit vel $a = \infty$ vel $\alpha = \infty$ erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$$

Scholion.

15. Quo noſtra inveſtigatio latius pateat; ſingulis lentibus peculiares refractionis rationes tribuamus, quoniam nunc quidem compertum eſt, diuerſas uitri ſpecies ratione refractionis inter ſe diſcrepare, ita tamen, vt ualor numeri n intra limites 1, 50 et 1, 60 contineatur, quamobrem pro praxi conſultum erit, pro ſingulis ualoribus intra hos limites contentis ualores litterarum ϱ, σ, τ, μ, ν et $\mu\ \nu$ hic exhibere; quem in finem ſequentem tabulam hic ſubiungemus. Quod uero ad differentialia numerorum n attinet, de iis nihil definio, ſi quidem experimenta Dollondi ueritati ſunt conſentanea, praeterquam quod ſi $n = 1,53$ pro uitro coronario, $n' = 1,58$ pro chryſtallino, ſit per experimenta

$$dn : dn' = 2 : 3;\ \frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10.$$

n.	ρ.	σ.	τ.	μ.	ν.	μν.
1.50.	0.2858.	1.7143.	0.9583.	1.0714.	0.2000.	0.2143.
1.51.	0.2653.	1.6956.	0.9468.	1.0420.	0.2065.	0.2151.
1.52	0.2456.	1.6776.	0.9358.	1.0140.	0.2129.	0.2159.
1.53	0.2267.	1.6601.	0.9252.	0.9875.	0.2196.	0.2168.
1.54.	0.2083.	1.6434.	0.9149.	0.9622.	0.2260.	0.2176.
1.55.	0.1907.	1.6274.	0.9051	0.9381.	0.2326.	0.2182.
1.56.	0.1737.	1.6119.	0.8956.	0.9151.	0.2393.	0.2192.
1.57.	0.1573.	1.5970.	0.8864.	0.8932.	0.2461.	0.2199.
1.58.	0.1414.	1.5827.	0.8775.	0.8724.	0.2529.	0.2206.
1.59.	0.1259.	1.5689.	0.8689.	0.8525.	0.2597.	0.2214.
1.60.	0.1111.	1.5555.	0.8607.	0.8333.	0.2666.	0.2221.

Problema 2.

16. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire conditiones, vt singularum lentium interualla fiant positiua.

Solutio.

Quomodocunque distantiae determinatrices lentium ratione signorum + et − sint adfectae, semper necesse est, vt quantitates $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$; $\delta + e$ etc., quibus distantiae lentium exprimuntur, fiant positiuae; quodsi ergo loco harum litterarum valores ante exhibiti substituantur, sequentibus conditionibus satisfieri oportet:

$$\alpha + b = \frac{\mathfrak{B}\pi p}{\mathfrak{B}\pi - \mathfrak{P}} > 0$$

$$\beta + c = \frac{\mathfrak{B}.\mathfrak{P}p.(\mathfrak{C}\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi - \mathfrak{P})(\mathfrak{C}\pi' - \pi + \mathfrak{P})} > 0$$

$$\gamma + d = \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{C}.\mathfrak{P}p.(\mathfrak{D}\pi'' - (1 - \mathfrak{C})\pi')}{(\mathfrak{C}\pi' - \pi + \mathfrak{P})(\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \mathfrak{P})} > 0$$

$$\delta + e = \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}.\mathfrak{P}p.(\mathfrak{E}\pi''' - (1 - \mathfrak{D})\pi'')}{(\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \mathfrak{P})(\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \mathfrak{P})} > 0$$

etc.

circa quas diſtantias obſeruari conuenit, quasdam earum etiam fieri poſſe $= 0$, quando ſcilicet duae pluresue lentes ſibi inuicem immediate iunguntur, quemadmodum in lentibus obiectiuis euenire poſſe ſupra uidimus, nunquam autem vlla harum diſtantiarum fieri debet negatiua.

Coroll. 1.

17. Hinc manifeſtum eſt, ſi fuerit $\pi = 0$, tum diſtantiam inter lentem primam et ſecundam euaneſcere; ac ſi praeterea ſit $\pi' = 0$, etiam tertia lens praecedentibus immediate iungetur, et quarta lens inſuper iis adiungetur, ſi quoque fuerit $\pi'' = 0$, quod quidem euenit in lentibus obiectiuis compoſitis ſeu multiplicatis, vti ſupra iam eſt oſtenſum.

Coroll. 2.

18. Diſtantia autem inter lentem primam et ſecundam fiet maior nihilo, uel tribuendo ipſi π ualorem poſitiuum, quoties ſcilicet fuerit $\frac{\mathfrak{B}p}{\mathfrak{B}\pi - \mathfrak{P}}$ quantitas poſi-

positiua uel tribuendo ipsi π ualorem negatiuum, quoties $\frac{\mathfrak{B}\phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$ fuerit quantitas negatiua.

Coroll. 3.

19. Quoniam $\alpha = p$ est quantitas positiua, casus notari merentur;

1°. $b = -p$; 2°. $b = 0$; 3°. $b > 0$.

Primo casu interuallum primum euanescit, ideoque erit uel $\pi = 0$ uel $\mathfrak{B} = 0$, quod autem fieri nequit, quia foret $B = 0$, ideoque $\frac{\beta}{b} = 0$, ac propterea $\beta = 0$, cuiusmodi autem lens non datur, nisi etiam sit $b = 0$; vnde in hoc primo casu necessario habebitur $\pi = 0$. Secundo casu, quo $b = 0$, lens secunda cadet in ipsam imaginem a prima lente proiectam fietque $\mathfrak{B}\pi - \Phi = \infty$, quia neque p neque Φ esse potest $= 0$, vnde prodibit pro hoc casu $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$. hoc est $\beta = -b = 0$, vnde patet, hoc casu ambas distantias determinatrices secundae lentis euanescere; nihilo uero minus eius distantiam focalem q ualorem quemcunque retinere posse, cum sit $q = \mathfrak{B}b$, ob $\mathfrak{B} = \infty$ et $b = 0$ Casu denique tertio, quo $b > 0$, fieri debet $\mathfrak{B}\pi - \Phi > 0$ seu $\mathfrak{B} > \frac{\Phi}{\pi}$.

Coroll. 4.

20. Quod hic de casu secundo notauimus, ualet quoque de qualibet alia lente, quae in locum imaginis a lente praecedente formatae constituitur; tum

enim eius distantiarum determinatricium anterior euanescit, vnde et posterior necessario euanescere debet; eueniat enim hoc in lente quarta, cuius distantiae determinatrices sunt d et δ, et distantia focalis s, et quia est $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$ si ergo sit $d = 0$, necessario quoque fiet $\delta = 0$, cum enim sit $\delta = \frac{sd}{d-s}$, posito $d = 0$, fiet utique $\delta = 0$ tum uero hinc etiam cognoscimus, fore $\frac{\delta}{d} = -1 = D$; ita, vt hoc quoque casu sit $D = -1$ et $\mathfrak{D} = \infty$.

Problema 3.

21. Si telescopium ex quotcunque lentibus fuerit compositum, definire aperturas singularum lentium, vt omnes radii ab obiecto per lentem obiectiuam ingressi simul per omnes lentes sequentes transmittantur.

Solutio.

Hic non obiectum quodcunque est intelligendum, sed tantum quod per telescopium conspici potest totum, ita, vt eius semidiameter adparens conueniat cum semidiametro campi apparentis, quam statuimus $= \Phi$. Quodsi iam lentis obiectiuae ponatur semidiameter aperturae $= x$, supra ostendimus, semidiametros aperturae singularum lentium sequentium sequenti modo determinari:

Semid.

Semid. apert.

Lentis II$^{dae.}$ $\frac{\mathfrak{B}\pi b \pm x}{\mathfrak{B}\pi - \mathfrak{P}}.\ \Phi$

. . . III$^{tiae.}$ $\frac{B.\mathfrak{C}\pi' b \pm x}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \mathfrak{P}}.\ \Phi$

. . . IV$^{tae.}$ $\frac{BC.\mathfrak{D}\pi''.p \pm x}{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi \angle \mathfrak{P}}.\ \Phi$

. . . V$^{tae.}$ $\frac{BC\Gamma.\mathfrak{E}.\pi'''.p \pm x}{\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \mathfrak{P}}.\ \Phi$

etc.

ſingulae hac expreſſiones conſtant duabus partibus, et ſignum ambiguum $\pm$ indicat, ambas partes capi debere poſitiuas, etiamſi forte ambae uel ſaltim altervtra fuerit negatiua. Nihil autem impedit, quominus hae aperturae capiantur maiores, etiamſi haec amplificatio omni vſu deſtituatur. Quin etiam ſufficit, has ſemidiametros maiori tantum parti, quae plerumque eſt prior, aequales ſumſiſſe, quia hinc nullum aliud incommodum eſt metuendum, niſi quod extremitates campi adparentis aliquanto obſcurius repraeſententur; atque vt lentes tantae aperturae ſint capaces, pro litteris π, π', π'', π''' etc. tam exiguas fractiones ſumi oportet, vti ſupra eſt expoſitum, ueluti $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ uel adhuc minores.

Coroll. 1.

22. Priores partes harum formularum multo concinnius exprimi poſſunt, ſi diſtantias focales in calculum

culum introducamus; tum enim eae ſequenti modo exprimentur:

$$\pi q;\ \pi' r;\ \pi'' s;\ \pi''' t \text{ etc.}$$

quae expreſſiones immediate ex natura litterarum π, π', π'' etc. ſupra expoſita ſequuntur.

Coroll. 2.

23. Hinc etiam alterae partes illarum formularum concinnius exprimi poterunt, cum ſit $\frac{\Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} = \frac{b}{p} = \frac{q}{\mathfrak{B}p}$; et $\frac{\Phi}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi} = \frac{r}{B\mathfrak{C}.p}$ et $\frac{\Phi}{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \frac{s}{BC.\mathfrak{D}.p}$; vnde ſuperiores formulae ita repraeſentari poſſunt.

Semid. apert.
Lentis

$$\text{I}^{mae.} = x$$

$$\text{II}^{dae.} = \pi q + \frac{qx}{\mathfrak{B}.p}$$

$$\text{III}^{tiae.} = \pi' r + \frac{rx}{B\mathfrak{C}.p}$$

$$\text{IV}^{tae.} = \pi'' s + \frac{sx}{BC.\mathfrak{D}.p}$$

$$\text{V}^{tae.} = \pi''' t + \frac{tx}{BCD.\mathfrak{E}.p}$$

Coroll. 3.

24. Quodſi ergo eueniat, vt litterarum π, π', π'', π''' etc. quaepiam euaneſcat; tum pro lente re-

respondente semidiameter aperturae soli secundae parti aequalis sumi debet. Aliis uero casibus, quibus pars prima maior est secunda, sufficit aperturam ex sola prima parte definiri.

Scholion.

25. Casus iste, quo litterarum π, π', π'' etc. quaepiam fit $= 0$, tum habet locum, quando lens respondens in eiusmodi loco collocatur, quem supra pro idoneo loco oculi assignauimus, in quo scilicet radii ab extremitate obiecti per centrum lentis primae transmissi iterum uspiam cum axe concurrunt. In hoc enim loco lens constituta nulla alia apertura indigebit, nisi ea, quae ob aperturam lentis obiectiuae requiritur. Quare probe notandum est, quoties quaepiam lens in tali loco collocatur, pro ea ualorem ipsius π respondentis fore $= 0$. et uicissim. Quoniam igitur plerumque pars aperturae ab x pendens fit ualde parua, huiusmodi lentes commodissime loco diaphragmatum, quae uulgo in telescopiis adplicari solent, vsurpari poterunt, vt earum tam exigua apertura radii peregrini excludantur.

Problema 4.

26. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire rationem multiplicationis m, qua obiecta per id uisa aucta conspicientur.

Solutio.

Ex formulis, quas iam supra pro multiplicatione inuenimus, obtinebimus pro singulis lentium numeris sequentes formulas.

Pro num. lent.	Ratio Multiplicationis.
I.	$m = + 1$ ob $\frac{\alpha}{l} = - 1$.
II.	$m = - \frac{\alpha}{b}$ ob $\frac{\beta}{l} = - 1$.
III.	$m = + \frac{\alpha\beta}{bc}$ ob $\frac{\gamma}{l} = - 1$.
IV.	$m = - \frac{\alpha\beta\gamma}{bcd}$ ob $\frac{\delta}{l} = - 1$.
V.	$m = + \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcde}$ ob $\frac{\varepsilon}{l} = - 1$.
	etc.

hic scilicet notandum est, si pro m prodeat ualor positiuus, obiectum situ erecto, sin autem negatiuus, situ inuerso repraesentatum iri. Vicissim igitur si uelimus, vt telescopium v. gr. centies multiplicet, duo casus sunt euoluendi, alter, quo repraesentatio requiritur erecta, alter, quo inuersa, ac priori casu statuimus $m = + 100$; posteriori uero $m = - 100$, ita, vt tunc satis sit perspicuum, quomodo pro quouis lentium numero ualores litterarum α, b; β, c; γ, d etc. esse debeant comparati.

Coroll. 1.

27. Si litteras latinas maiusculas introducere uelimus, erit pro duabus lentibus $m = -\frac{\alpha}{b}$; pro tribus $m = +\frac{\alpha}{c}$. B. pro quatuor $m = -\frac{\alpha}{d}$ B C. pro quinque $m = +\frac{\alpha}{e}$ B C D. etc.

Coroll. 2.

28. Cum porro ſit $\alpha = p =$ diſtantiae focali lentis obiectiuae, et littera latina minuſcula in his formulis denotet diſtantiam focalem lentis vltimae, formulae iſtae pro multiplicatione concinnius hoc modo repraeſentantur:

I. $m = +1.$
II. $m = -\frac{p}{q}.$
III. $m = +\frac{p}{r}.$ B.
IV. $m = -\frac{p}{s}$ BC.
V. $m = +\frac{p}{t}$ BCD.

etc.

Scholion.

29. In hoc problemate pro caſu vnius lentis inuenimus $m = +1$, quo indicatur, obiecta per vnicam lentem non aucta, ſed naturali quantitate ſpectari; id quod per ſe eſt manifeſtum, quoniam diſtantiam oculi iuſtam l infinitam aſſumimus; tum enim

 erit

erit etiam $\alpha = p = \infty$ ideoque haec lens habebit ſuas facies inter ſe parallelas, per quam obiecta perinde cernuntur, ac nudis oculis; deinde pro caſu duarum lentium inuenimus $m = \frac{-p}{q}$; quare cum p ſit poſitiuum, ſi q fuerit negatiuum, teleſcopium referet obiecta ſitu erecto et aucta in ratione $p : q$, ſeu quoties diſtantia focalis lentis obiectiuae maior fuerit, quam diſtantia focalis lentis ocularis concauae; ſin autem lens ocularis quoque fuerit conuexa ſeu q poſitiuum, obiecta cernentur ſitu inuerſo ac toties aucta, quoties q continebitur in p. Tum uero hinc etiam liquet, ob $\alpha = p$ et $b = q$ diſtantiam inter has duas lentes $\alpha + b$ ſeu longitudinem teleſcopii fore aequalem quantitati $p + q$, vti ſatis conſtat. At ſi plures lentes adhibeantur, ratio multiplicationis non amplius per ſolas diſtantias focales lentium obiectiuae et ocularis determinatur, ſed inſuper ratio eſt habenda numerorum B, C, D etc. ſeu lentium intermediarum.

Problema 5.

30. Ex quotcunque lentibus teleſcopium fuerit compoſitum, definire locum oculi ſeu eius diſtantiam poſt vltimam lentem ocularem.

Solutio.

Hanc diſtantiam ſupra littera O indicauimus ſtatimque uidimus pro caſu vnicae lentis fore O = o.

Pro

Pro caſu autem duarum lentium inuenimus $O = \frac{\mathfrak{B}b\pi}{\pi-\Phi}$, quae ob $\beta = \infty$ hincque $B = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$ abit in hanc $O = \frac{b\pi}{\pi-\Phi}$. Cum autem porro ſit $b = \frac{p\Phi}{\pi-\Phi}$, ideoque $\pi - \Phi = \frac{p\Phi}{b}$; habebitur $O = \frac{b^2\pi}{p\Phi} = \frac{q^2\pi}{p\Phi}$ et ob $m = -\frac{p}{q}$ ſeu $p = -mq$ erit $O = \frac{-q\pi}{m.\Phi}$ et ob $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{p+q}{q}$ habebitur etiam $O = -\frac{(p+q)}{m} = +\frac{m-1}{m}.q$

Pro caſu trium lentium ob $\gamma = \infty$ ideoque $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ habebimus $O = \frac{c\pi'}{\pi'-\pi+\Phi}$; eſt uero $c = r = \frac{Bb\Phi}{\pi'-\pi+\Phi}$ et $m = \frac{p}{r}.B$ atque hinc $pB = mr$ adeoque $c = \frac{mr\Phi}{\pi'-\pi+\Phi}$; vnde erit $O = \frac{\pi'}{m\Phi}.r$

Pro caſu quatuor lentium ob $\delta = \infty$ ideoque $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$ inuenimus $O = \frac{d\pi''}{\pi''-\pi'+\pi-\Phi}$; at eſt $d = s = \frac{BCb\Phi}{\pi''-\pi'+\pi-\Phi} = \frac{-ms\Phi}{\pi''-\pi'+\pi-\Phi}$ hincque $\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = -m\Phi$ adeoque $O = -\frac{\pi''}{m\Phi}.s$

Quo haec ad plures lentes accommodari queant, tabulam ſequentem ſubiungam.

Num. lent. Locus oculi

$$\text{I. } O = o$$

$$\text{II. } O = \frac{b\pi}{\pi - \mathfrak{p}} = -\frac{\pi}{m\Phi} \cdot q$$

$$\text{III. } O = \frac{c\pi'}{\pi' - \pi + \mathfrak{p}} = \frac{\pi'}{m\Phi} \cdot r$$

$$\text{IV. } O = \frac{d\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \mathfrak{p}} = -\frac{\pi''}{m\Phi} \cdot s$$

$$\text{V. } O = \frac{e\pi'''}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \mathfrak{p}} = \frac{\pi'''}{m\Phi} \cdot t$$

etc.

Coroll. 1.

31. Ex ſuperioribus hic repeti conueniet, ſi ualor ipſius O prodeat poſitiuus, tum pro oculo locum idoneum inueniri, ex quo totus campus adparens conſpici queat; ſin autem pro O prodeat ualor negatiuus, tum oculum lenti ultimae immediate adplicari debere hocque caſu campum apparentem per aperturam pupillae determinari.

Coroll. 2.

32. Caſu duarum lentium diſtantiam O concinnius exhibere licuit, cum eſſet $O = \frac{m-1}{m} \cdot q = (1 - \frac{1}{m})q$; vnde ſtatim patet pro repraeſentatione erecta, vbi q eſt quantitas negatiua, diſtantiam O pariter fore negatiuam ideoque oculum lenti oculari immediate adplicari debere. At ſi lens ocularis fuerit conuexa et repraeſentatio inuerſa, tum oculum in certa diſtantia poſt lentem ocularem collocari debere.

Pro-

Problema 6.

33. Ex quotcunque lentibus teleſcopium fuerit compoſitum, ſi diſtantia oculi poſt lentem ocularem prodierit poſitiua, definire campum apparentem ſeu eius ſemidiametrum Φ, quem conſpicere licebit.

Solutio.

Cum ſit $b = a$, ex formulis generalibus ſupra inuentis pro quouis lentium numero habebimus ſequentes campi apparentis determinationes:

Num. lent.	Semid. campi apparentis.
I.	$\Phi =$ indetermin.
II.	$\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$
III.	$\Phi = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}$
IV.	$\Phi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}$
V.	$\Phi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{m-1}$

etc.

Coroll. 1.

34. Si m denotat numerum poſitiuum, eo ſemper indicatur, repraeſentationem obiectorum eſſe erectam; ſin autem teleſcopium in ſitu inuerſo repraeſentet, tum ſemper m numero negatiuo eſt exprimendum, uti iam ſupra eſt monitum.

Co-

Coroll. 2.

35. Ex his formulis etiam patet, quo maior fuerit multiplicatio m, eo minorem fore, ceteris paribus, campum adparentem et cum litterae π, π', π'', π''' etc. denotare possint fractiones non maiores, quam $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{5}$ siue positiuas, siue negatiuas, euidens est, augendo numerum lentium campum apparentem continuo magis augeri posse.

Scholion.

36. Hoc modo semidiameter campi apparentis per fractionem quandam reperietur expressus, quae tanquam pars radii seu sinus totius est spectanda. Quare cum arcus circuli radio aequalis contineat circiter 57° 17' seu 3437', fractio pro Φ inuenta in minuta prima conuertetur, si ea multiplicetur per numerum 3437, hocque modo spatium in coelo, quod per telescopium quodcunque conspicitur, facillime in gradibus et minutis definietur, vbi insuper notari conuenit, angulum hunc Φ hic semper vt positiuum spectari; si enim prodeat negatiuus, id semper est indicio, rationem multiplicationis m quoque negatiue esse capiendam seu repraesentationem esse inuersam.

Problema 7.

37. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, si distantia oculi post lentem vltimam prodierit negatiua, definire campum apparentem seu eius semidiametrum Φ, quem conspicere licet.

So-

Solutio.

Si prodeat diſtantia O negatiua, ideoque oculus in hoc loco collocari nequeat, iam ſupra vidimus, tum oculum lenti vltimae immediate adplicari debere, quaſi eſſet $O = 0$; hocque caſu campum apparentem non amplius per aperturas lentium definiri, ſed potiſſimum ab apertura pupillae pendere, cuius ſemidiametrum littera ω deſignauimus, quae ob inſignem oculi variationem a parte vigeſima digiti usque ad $\frac{1}{10}$ dig. augeri poteſt, quod euenire ſolet, ſi oculus in loco valde obſcuro verſetur. Pro hoc igitur caſu ex ſupra traditis determinatio campi apparentis ſequenti modo ſe habebit:

Pro caſu duarum lentium ob $\mathfrak{B} = 1$ et $b = q$, erit primo $\pi q = \omega$; deinde $\Phi = \frac{\pi\omega}{\pi p + \omega}$, quae expreſſio ob $\pi = \frac{\omega}{q}$ abit in hanc, $\Phi = \frac{\omega}{p + 1} = \frac{-\omega}{(m-1)l}$; $= \frac{-\pi}{m-1}$ ob $p = -mq$, quae expreſſio, quia hoc caſu q negatiuum valorem obtinet, per ſe fit poſitiua.

Pro caſu trium lentium primo ob $\mathfrak{C} = 1$ et $c = r$ erit $\pi' r = \omega$; tum vero fit $\frac{Bp\Phi\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$ ſeu $\frac{mr\Phi\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$; vnde inuenitur $\Phi = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{mr\pi' - \omega} = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{(m-1)\pi' r} = \frac{\pi' - \pi}{m-1}$.

Pro caſu quatuor lentium ob $\mathfrak{D} = 1$ et $d = s$ erit primo $\pi'' s = \omega$, tum vero $\frac{BCp.\pi''\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \omega = \frac{-ms\pi''\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$ vnde inuenitur $\Phi = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi)\omega}{\omega - ms\pi''} = \frac{-(\pi'' - \pi' + \pi)\omega}{(m-1)\pi'' s} = -\frac{(\pi'' - \pi' + \pi)}{m-1}$.

Quas determinationes in ſequenti tabula repraeſentemus:

Pro num. lent. erit et pro campo apparente.

$$\text{II.}\quad \pi = \frac{\omega}{q} \quad \Phi = \frac{-\omega}{(m-1)q} = \frac{-\pi}{m-1}.$$

$$\text{III.}\quad \pi' = \frac{\omega}{r} \quad \Phi = \frac{-(\pi-\pi')\omega}{(m-1)\pi' r} = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}.$$

$$\text{IV.}\quad \pi'' = \frac{\omega}{s} \quad \Phi = \frac{-(\pi-\pi'+\pi'')\omega}{(m-1)\pi'' s} = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}.$$

$$\text{V.}\quad \pi''' = \frac{\omega}{t} \quad \Phi = \frac{-(\pi-\pi'+\pi''-\pi''')\omega}{(m-1)\pi''' t} = \frac{-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{m-1}.$$

etc.

Coroll. 1.

38. Hinc patet, formulas pro ſemidiametro campi apparentis Φ non diſcrepare a caſu praecedente; verum autem diſcrimen in hoc conſiſtit, quod caſu praecedente vltima litterarum π, π', π'' etc. ab arbitrio noſtro pendebat, dummodo intra limitem praeſcriptum $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{5}$ contineretur, hic autem ea a conſtitutione pupillae determinari debeat.

Coroll. 2.

39. Eatenus ergo hoc caſu campus apparens minor fit, quam caſu praecedente, quatenus litterarum π, π', π'' etc. vltimae minor valor tribui debet, id quod fit, ſi fractiones $\frac{\omega}{q}$, $\frac{\omega}{r}$, $\frac{\omega}{s}$ etc. minores fuerint, quam limes ille $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{5}$. Sin autem huic limiti pro-

dierint

dierint aequales, vtroque caſu idem habebitur campus apparens.

Coroll. 3.

40. Hinc autem concludere non licet, ſi iſtae fractiones $\frac{\omega}{q}$, $\frac{\omega}{r}$, $\frac{\omega}{s}$ etc. maiores fiant limite praeſcripto, tum hoc poſteriori caſu campum adeo maiorem viſum iri, propterea quod ipſa lentis poſtremae natura non permittit maiorem valorem litterae reſpondentis π. Atque ob hanc cauſſam nequidem conuenit tam exiguas lentes oculares admittere, vt valor vltimae litterae π limitem $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{5}$ ſuperans prodeat, quia tum ipſa huius lentis apertura minor capi deberet, quam pupilla.

Scholion.

41. Nihil autem obſtat, quominus lenti oculari apertura maior tribuatur, quam pupillae, quandoquidem inde nullum aliud incommodum eſſet metuendum, niſi quod non omnes radii per hanc lentem transmiſſi in oculum ingrederentur; quod autem tantum abeſt, vt ſit incommodum, vt potius inſigne lucrum inde obtineri poſſit; tum enim pupilla ſucceſſiue per totam lentis aperturam vagari poterit, quo id commodi conſequemur, vt ſucceſſiue alias atque alias obiecti partes conſpiciamus. Id quod in teleſcopiis ad praecedentem caſum pertinentibus locum habere nequit. Determinatio igitur vltimae litterarum π, π', π'' etc. in pro-

blemate exhibita ei tantum fini inſeruit, vt inde magnitudo campi vno obtutu viſi rite definiatur, cum adeo inſigne lucrum exſpectari queat, ſi lenti oculari multo maior apertura tribui queat; ex quo iam ratio multo clarius perſpicitur, cur lentes oculares nimis paruas euitari conueniat.

Problema 8.

42. Si teleſcopium ex quotcunque lentibus fuerit compoſitum atque adeo ſingulae lentes ex diuerſis vitri ſpeciebus ſint formatae, definire ſemidiametrum confuſionis, qua repraeſentatio obiectorum erit inquinata.

Solutio.

Iam in limine huius capitis cuilibet lenti peculiarem refractionis rationem tribuimus, huncque in finem litteras n, n', n'', n''' etc. in calculum introduximus. Quare tantum opus eſt, vt formulas in additamento poſtremo I^{mae} partis inuentas ad caſum teleſcopiorum, quo fit $a = \infty$; $b = a$; hincque $A = 0$ et $Aa = \alpha = p$, transferamus; ad quod efficiendum ex denominatoribus ſingulorum membrorum factor A^3 cum factore communi coniungatur, vt fiat in eius denominatore $A^3 . aab = \alpha^3 = p^3$. Quo facto pro quolibet lentium numero ſemidiameter confuſionis ſequenti formula exprimetur:

$$\frac{m x^3}{4 \cdot p^3}\left\{\begin{array}{l} \mu\ \lambda + \dfrac{\mu'(B+1)(\lambda'(B+1)^2+\nu' B)\Phi}{B^3(\mathfrak{B}\pi-\Phi)} \\ \quad + \dfrac{\mu''(C+1)(\lambda''(C+1)^2+\nu'' C)\Phi}{B^3 C^3(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi} \\ \quad + \dfrac{\mu'''.(D+1)(\lambda'''(D+1)^2+\nu''' D)\Phi}{B^3 C^3 D^3(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi)} \end{array}\right.$$

etc.

quae, si singula membra in duas partes discerpantur, commodius exprimi poterit ob valores $\frac{B}{B+1} = \mathfrak{B}$; $\frac{C}{C+1} = \mathfrak{C}$ etc. Erit scilicet haec expressio:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l} \mu\ \lambda + \dfrac{\mu'\Phi}{\mathfrak{B}(\mathfrak{B}\pi-\Phi)}\left(\dfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \dfrac{\nu'}{B}\right) \\ \quad + \dfrac{\mu''\Phi}{B^3\mathfrak{C}(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)}\left(\dfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \dfrac{\nu''}{C}\right) \\ \quad + \dfrac{\mu'''\Phi}{B^3 C^3.\mathfrak{D}(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}\left(\dfrac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \dfrac{\nu'''}{D}\right) \end{array}\right.$$

etc.

quae porro, formulis §. 23 in subsidium vocatis ad hanc formam redigitur:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l} \mu\ \lambda + \dfrac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2.p}\left(\dfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \dfrac{\nu'}{B}\right) \\ \quad + \dfrac{\mu''.r}{B^4\mathfrak{C}^2.p}\left(\dfrac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \dfrac{\nu''}{C}\right) \\ \quad + \dfrac{\mu'''.s}{B^4 C^4.\mathfrak{D}^2.p}\left(\dfrac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \dfrac{\nu'''}{D}\right) \end{array}\right.$$

etc.

atque hinc pro quouis lentium numero semidiameter confusionis sequenti modo exprimetur:

 Pro

Pro duabus lentibus ob $B = \infty$; $b = q$; $\mathfrak{B} = 1$. erit semidiameter confusionis $= \frac{mx^3}{4p^3}(\mu\lambda + \frac{\mu'\lambda'.q}{p})$ quae forma ob $p = - mq$ reducitur ad hanc:

$$\frac{mx^3}{4p^3}(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m})$$

Pro tribus lentibus ob $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ et $B\,p = m\,r$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left\{\begin{aligned}&\mu\lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2 . p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right)\\ &\quad + \frac{\mu''.\lambda''}{B^3.m.}\end{aligned}\right.$$

Pro quatuor lentibus ob $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$ et $B\,C\,p = - m\,s$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left\{\begin{aligned}&\mu\lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2 . p}\left[\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right]\\ &\quad + \frac{\mu''.r}{B^4.\mathfrak{C}^2.p}\left[\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right]\\ &\quad - \frac{\mu'''.\lambda'''.}{B^3 C^3.m}\end{aligned}\right.$$

Pro quinque lentibus ob $E = \infty$ et $\mathfrak{E} = 1$ et $B\,C\,D\,p = m\,t$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left\{\begin{aligned}&\mu\lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2 p}\left[\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right]\\ &\quad + \frac{\mu''.r}{B^4\mathfrak{C}^2.p}\left[\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right]\\ &\quad + \frac{\mu''' s}{B^4 C^4 \mathfrak{D}^2.p}\left[\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu'''}{D}\right]\\ &\quad + \frac{\mu''''.\lambda''''}{B^3 C^3 D^3.m}\end{aligned}\right.$$

etc.

Co-

Coroll. 1.

43. His igitur formulis ſemidiameter confuſionis per numerum ſeu fractionem quandam numericam expreſſa reperitur, quae fractio in gradus, minuta et ſecunda conuerſa indicabit, ſub quanto angulo ſingula obiectorum puncta per teleſcopium conſpiciantur, quippe in quo effectus confuſionis exiſtit.

Coroll. 2.

44. Ne igitur haec confuſio fiat intolerabilis, neceſſe eſt, vt ſemidiameter confuſionis infra certum limitem ſubſiſtat; pro quo limite ſupra hanc formulam conſtituimus $\frac{1}{4k^3}$ exiſtente $k = 40$ uel $k = 30$ circiter.

Coroll. 3.

45. Quodſi ergo in genere numeros in clauſulis contentos ponamus $= N$, efficiendum eſt, vt $\frac{mx^3}{4p^3}. N$ non excedat limitem $\frac{1}{4k^3}$; ex quo ſtatui debebit $\frac{mx^3}{p^3}. N = \frac{1}{k^3}$, vnde quantitas p ſeu diſtantia focalis lentis obiectiuae determinatur fiet ſcilicet $p = k\, x. \sqrt[3]{m.N}$.

Coroll. 4.

46. Si porro gradus claritatis littera y indicetur, vt ſupra fecimus, vbi vidimus, capi debere $x = m\, y$ et vulgo ſtatui $y = \frac{1}{50}$ dig., vnde ſatis notabilis

tabilis gradus claritatis oritur; aequatio modo inuenta erit $p = m\, k y \sqrt[3]{(m. N)}$; vnde patet, caeteris paribus, distantiam focalem lentis obiectiuae p sequi rationem sesquitriplicatam multiplicationis m, vbi notandum quia $y = \frac{1}{50}$ dig. et $k = 40$. fore propemodum $k y = \frac{4}{5}$ dig. seu quasi 1 dig. plus uel minus secundum circumstantias.

Scholion 1.

47. Ne quem offendat, quod ex hac aequatione valorem ipsius p definiuimus, cum tamen haec quantitas iam insit in numero N; notandum est, hic non tam ipsam quantitatem p, quam eius rationem ad reliquas distantias focales q, r, s etc. in numerum N ingredi quae rationes cum aliunde vt iam cognitae spectari possint, nostra aequatio vtique est idonea, ex qua valor absolutus ipsius p determinetur, id quod fit ex quantitate x, quae in digitis expressa habetur, cum sit $x = m\, y$ et y in partibus digiti detur, seu capiatur $y = \frac{1}{50}$ dig. siue maior siue minor, prout maior uel minor claritatis gradus desideratur.

Scholion 2.

48. Cum maxime sit optandum, vt haec confusio penitus ad nihilum redigatur fiatque $N = 0$, si hoc successerit, ostendendum adhuc est, quomodo hinc distantia focalis lentis obiectiuae p definiri debeat; siquidem pro casu $N = 0$ nostra aequatio daret $p = 0$; quod

quod cum fieri nequeat, ad eius aperturam ſeu quantitatem x eſt reſpiciendum, quae quia ex gradu claritatis y cum multiplicatione m coniuncto eſt data, huic lenti neceſſario tantam diſtantiam focalem p tribui oportet, vt lens tantae aperturae fiat capax: ad minimum ſcilicet debet eſſe $p > 5x$ atque interdum adhuc maius, prout lentis facies magis prodeunt incuruatae. In genere autem obſeruandum eſt, nihil impedire, quo minus maior ſtatuatur quantitas p dummodo non fiat minor.

Problema 9.

49. Si teleſcopium quotcunque lentibus conſtet oculique diſtantia poſt vltimam lentem inuenta fuerit poſitiua, definire lentium diſpoſitionem, vt obiecta ſine margine colorato conſpiciantur.

Solutio.

Quoniam huic conditioni iam ſupra generatim ſatisfecimus, aequatio ibi inuenta ad caſum praeſentem teleſcopiorum accommodemus ac videbimus, ſcopum obtineri, ſi huic aequationi ſatisfieri poſſit

$$0 = \frac{bdn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{p\Phi} + \frac{cdn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi'}{Bp\Phi} + \frac{d.dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi''}{BCp\Phi}$$

etc.

quam ad ſingulos lentium numeros applicemus.

Pro duabus lentibus ob $b = q$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi q}{\Phi p} \cdot = - \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{m\Phi}.$$

Pro tribus lentibus ob $c = r$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' r}{B\Phi p}$$

siue

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi'}{m\Phi}$$

Pro quatuor lentibus ob $d = s$ et $BCp = - m s$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi p} - \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi''}{m\Phi}.$$

Pro quinque lentibus ob $e = t$ et $BCDp = m t$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi p} + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi'' d}{BC\Phi p} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{\pi'''}{m\Phi}.$$

Coroll. I.

50. Cum pro casu duarum lentium sit $\frac{\pi}{\Phi} = m - 1$, habebitur haec aequatio $0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{m-1}{m}$ quod cum fieri non possit, manifestum est telescopia ex duabus lentibus composita a vitio marginis colorati liberari non posse.

Co-

Coroll. 2.

51. Si omnes lentes ex eadem vitri ſpecie ſint factae, aequationes noſtras per factores differentiales diuidere licebit indeque eaedem formulae reperiuntur, quae pro hoc caſu ſupra ſunt datae.

Problema 10.

52. Si teleſcopium quotcunque conſtet lentibus oculique diſtantia poſt vltimam lentem inuenta fuerit negatiua, definire lentium diſpoſitionem, vt obiecta ſine margine colorato conſpiciantur.

Solutio.

Ex ſuperioribus pro quouis lentium numero ſequentibus aequationibus erit ſatisfaciendum.

Pro duabus lentibus ſi ſuperior aequatio per A multiplicetur, habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} . B \pi p, \text{ quod ob } B = \infty \text{ fieri nequit.}$$

Pro tribus lentibus multiplicando per A habebitur ob $C = \infty$

$$0 = \frac{dn}{n-1} . B \pi' p + \frac{dn'}{n'-1} . b ((B+1) \pi' - \pi)$$

Pro quatuor lentibus ob $D = \infty$ habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} . B C \pi'' p + \frac{dn'}{n'-1} . b ([B+1] C \pi'' - \pi)$$
$$+ \frac{dn''}{n''-1} . c \left(\frac{[C+1] \pi'' - \pi'}{B} \right)$$

Pro quinque lentibus ob $E = \infty$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot BCD\pi''' p + \frac{dn'}{n'-1} b\,([B+1]CD\pi''' - \pi)$$
$$+ \frac{dn''}{n''-1} \cdot c\,\left(\frac{[C+1]D\pi''' - \pi'}{B}\right)$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot d\,\left(\frac{[D+1]\pi''' - \pi''}{BC}\right).$$

Problema II.

53. Si telefcopium ex quotcunque lentibus fit compofitum, eam definire lentium difpofitionem, vt omnis confufio a diuerfa radiorum refrangibilitate oriunda penitus tollatur.

Solutio.

Ex fupra traditis pro omni lentium numero aequationem exhibere poffumus, qua fcopo propofito fatisfiet, multiplicando enim per A^2 habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot a + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b}{\mathfrak{B}} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{c}{\mathfrak{C} \cdot B}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{d}{\mathfrak{D} \cdot B C^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{e}{\mathfrak{E} \cdot B C^2 D^2}$$

etc.

quae ob $a = p$; $b = \frac{q}{\mathfrak{B}}$; $c = \frac{r}{\mathfrak{C}}$; $d = \frac{s}{\mathfrak{D}}$ etc. abit in hanc

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{B \cdot \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{BC \cdot \mathfrak{D}^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{t}{BC^2D \cdot \mathfrak{E}^2}$$

etc.

Hinc

Hinc ergo pro singulis lentium numeris nanciscimur sequentes aequationes adimplendas.

Pro duabus lentibus ob $\mathfrak{B} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q$$

Pro tribus lentibus ob $\mathfrak{C} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{B^2}$$

Pro quatuor lentibus ob $\mathfrak{D} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{B^2 \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{B^2 C^2}$$

Pro quinque lentibus ob $\mathfrak{E} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{B^2 \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{B^2 C^2 \mathfrak{D}^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{t}{B^2 C^2 \mathfrak{D}^2}.$$

Coroll. 1.

54. Cum sit $\mathfrak{B} = \frac{a}{b}$; $\mathfrak{C} = \frac{r}{c}$; $\mathfrak{D} = \frac{s}{d}$ etc. tum vero $B = \frac{\beta}{b}$; $C = \frac{\gamma}{c}$; $D = \frac{\delta}{d}$ etc. aequatio generalis per pp seu $\alpha\alpha$ diuisa abibit in sequentem formam:

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{bb.cc}{\alpha\alpha.\beta\beta} \cdot \frac{1}{r}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{bb.cc.dd}{\alpha\alpha.\beta\beta.\gamma\gamma} \cdot \frac{1}{s} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{b^2.c^2.d^2.e^2}{\alpha^2.\beta^2.\gamma^2.\delta^2} \cdot \frac{1}{t}$$

etc.

quae aequatio commodior videtur praecedente.

 Co-

Coroll. 2.

55. Quod ad numerum horum terminorum attinet, perſpicuum eſt, eum eſſe numero lentium aequalem neque igitur opus eſt, vt hanc formulam ſeorſim ad quemlibet lentium numerum accommodemus.

Coroll. 3.

56. Si omnes lentes ex eadem vitri ſpecie eſſent confectae, tum haec aequatio per coëfficientes differentiales diuidi poſſet prodiretque

$$0 = \frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{b^2 c^2 d^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2} \cdot \frac{1}{s}$$

etc.

cui autem nullo modo ſatisfieri poteſt.

Scholion 1.

57. Quod haec aequatio, quando omnes lentes ex eadem vitri ſpecie ſunt paratae, nullo modo ſubſiſtere queat; ſequenti modo oſtendi poteſt. Cum ſit $\frac{1}{p} = \frac{1}{\alpha}$; $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$; $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$; $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$; ſi hi valores ſubſtituantur ſingulaque membra poſt primum in duas partes diſcerpantur, aequatio induet hanc formam:

$$0 = \frac{1}{\alpha} + \frac{b}{\alpha^2} + \frac{b^2 c}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{b^2 c^2 d}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2}$$

$$+ \frac{b^2}{\alpha^2 \beta} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma} + \frac{b^2 c^2 d^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2 \delta}$$

etc.

hic

hic iam iungantur iterum bini termini et aequatio prodiens ita erit comparata:

$$0 = \frac{\alpha + b}{\alpha^2} + \frac{b^2(\beta + c)}{\alpha^2\beta^2} + \frac{b^2c^2(\gamma + d)}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} + \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2.\delta}$$

quia nunc $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$ vt lentium distantiae neceſſario ſunt poſitiuae, omnes plane termini usque ad vltimum neceſſario poſitiui ſunt; ultimus autem terminus $\frac{b^2c^2d^2}{\alpha\beta\gamma\delta}$ ob $\delta = \infty$ per ſe euaneſcit, ſcilicet pro caſu quatuor lentium, quem hic conſiderauimus.

Scholion 2.

58. His igitur praeparatis iam poſſemus ad diuerſa genera teleſcopiorum conſtituenda progredi, ſingularumque ſpecierum conſtructionem docere. Sed quoniam ea, quae ſupra de lentibus multiplicatis ſunt tradita, maximum vſum in perficiendis teleſcopiis habere poſſunt, dum ſcilicet loco lentium ſimplicium multiplicatae adhibentur, quae multo minorem confuſionem pariant, conſultum videtur, ea hic repetere et ad teleſcopia accommodare. Inprimis autem ex formula pro ſemidiametro confuſionis inuenta patet, lentem obiectiuam in ea praecipuas partes tenere; ſiquidem pro ea fuerit $\lambda = 1$, quare ſi eius loco lens multiplicata ſubſtituatur, pro qua valor numeri λ vehementer ſit minor vel adeo evaneſcat; ſtatim maximum inde commodum adipiſcimur, dum tota confuſio ad valde exiguum vel fortaſſe ad nihilum redigitur.

Quo-

Quocirca in capite ſequente praecipuas lentes compoſitas, quas in locum lentis obiectiuae ſubſtituere licebit, enumerabimus, et pro ſingulis valorem ipſius λ indicabimus, vt deinceps pro circumſtantiis hinc depromi poſſint.

CAPVT

CAPVT II.

DE LENTIBUS OBIECTIUIS COMPOSITIS ATQUE PERFECTIS.

Problema I.

59.

Constructionem lentis obiectiuae simplicis, quae minimam confusionem pariat, describere.

Solutio.

Cum lens simplex minorem confusionem parere nequeat, quam si fuerit $\lambda = 1$. statuamus statim $\lambda = 1$ et cum sit $a = \infty$, ex iis, quae supra sunt tradita, facile intelligitur, hanc lentem ita construi debere, vt sit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{\alpha}{\sigma} \\ \text{posterioris} = \frac{\alpha}{\varrho} \end{cases}$$

vbi numeri σ et ϱ ex ratione refractionis sunt sumendi secundum tabulam §. 15. exhibitam. Pro variis igitur vitri speciebus haec constructio ita se habebit; scilicet cum sit $\alpha = p$, erit radius faciei

pro n.	anterioris F.	posterioris G.
1. 50.	0. 58333. p.	3. 4989. p.
1. 51.	0. 58976. p.	3. 7693. p.
1. 52.	0. 59609. p.	4. 0717. p.
1. 53.	0. 60234. p.	4. 4111. p.
1. 54.	0. 60849. p.	4. 8008. p.
1. 55.	0. 61448. p.	5. 2439. p.
1. 56.	0. 62039. p.	5. 7571. p.
1. 57.	0. 62617. p.	6. 3573. p.
1. 58.	0. 63183. p.	7. 0722. p.
1. 59.	0. 63739. p.	7. 9428. p.
1. 60.	0. 64288. p.	9. 0009. p.

Coroll. 1.

60. Cum in expressione pro semidiametro confusionis λ multiplicetur per μ, ex §. 15. intelligitur, confusionem, ceteris paribus, eo fieri minorem, quo maior fuerit ratio refractionis n, ita, vt hoc respectu ea vitri species, quae maximam refractionem habet, reliquis sit anteferenda.

Coroll. 2.

61. Vulgo lentes obiectiuae vtrinque aequaliter conuexae confici solent, pro quo casu operae pretium erit, inuestigare, quanto numerus λ vnitatem sit superaturus; quia autem est $F = \frac{\alpha}{\sigma - \tau . \sqrt{\lambda - 1}}$ et $G = \frac{\alpha}{\varrho + \tau . \sqrt{\lambda - 1}}$ posito $F = G$ erit $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} = \frac{2(nn-1)}{n\sqrt{(4n-1)}}$; tum vero habe-

habebitur $\frac{1}{F}+\frac{1}{G}=\frac{\sigma+\varrho}{\alpha}=\frac{1}{(n-1)\alpha}=\frac{2}{F}$, seu $F=G=2[n-1]\alpha=2[n-1]p$. Quod autem ad λ attinet, pro casu $n=1,55$ erit $\sqrt{\lambda-1}=\frac{1,4367}{1,7102}=0,79367$; hincque $\lambda=1,62991$; vnde patet, quanto maiorem confusionem talis lens obiectiua pariat.

Coroll. 3.

62. Si lentem obiectiuam conuexo planum facere velimus, vt eius facies posterior fiat plana seu $G=\infty$, erit $\sqrt{\lambda-1}=\frac{\varrho}{\tau}$ et $F=\frac{\alpha}{\sigma+\varrho}=[n-1]\alpha$; et pro casu, quo $n=1.55$, $\lambda=1.0443$, vnde confusio non nisi perparum superat illam, quae oritur ex casu $\lambda=1$.

Coroll. 4.

63. Sin autem eadem lens plano-conuexa inuertatur, vt sit $F=\infty$, ideoque $\sqrt{[\lambda-1]}=\frac{\sigma}{\tau}$ et $G=\frac{\alpha}{\varrho+\sigma}=[n-1]\alpha$, erit pro casu $n=1,55$, $\lambda=4,2329$, ita, vt talis lens plus quam quadruplo maiorem pariat confusionem, quam nostra lens commendata.

Coroll. 5.

64. Patet ergo, si lens adhibeatur plano conuexa, quantum intersit, vtrum facies eius conuexa an plana versus obiectum dirigatur, cum posteriori casu confusio circiter quater maior fiat, quam priore.

Problema 2.

65. Constructionem lentis obiectiuae duplicatae, siquidem ambae lentes ex eadem vitri specie sint confectae, describere, quae minimam confusionem pariat.

Solutio.

Ex §. 113 libri sup., cum hic sit $a = \infty$ et $\beta = p$, colligimus sequentem constructionem:

Pro lente priori

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{2p}{\sigma} \\ \text{posterioris} = \frac{2p}{\varrho} \end{cases}$

Pro lente posteriori

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{2p}{2\sigma - \varrho} \\ \text{posterioris} = \frac{2p}{2\varrho - \sigma} \end{cases}$

ac si haec lens duplicata loco lentis obiectiuae adhibeatur, pro ea erit $\lambda = \frac{1 - \nu}{4}$ quos valores pro praecipuis tantum vitri speciebus determinemus:

Contemplemur igitur primo vitrum coronarium, pro quo $n = 1, 53$ et cum sit $\varrho = 0, 2266$, $\sigma = 1, 6602$, erit $2\sigma - \varrho = 3. 0938$ et $2\varrho - \sigma = -1, 2070$; tum vero ob $\nu = 0. 2194$ prodit $\lambda = 0. 1951$, atque habetur sequens constructio

Pro

Pro vitro coronario $n = 1,53$.

Pro lente priori

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 1,2047.\ p. \\ \text{posterioris} = 8,8262.\ p. \end{cases}$

Pro lente posteriore

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,6464.\ p. \\ \text{posterioris} = -1,6570.\ p. \end{cases}$

et $\lambda = 0.1951$.

Ponamus nunc $n = 1,55$ pro vitro ordinario, eritque $\varrho = 0.1907$. $\sigma = 1.6274$ et $2\sigma - \varrho = 3.0641$. $2\varrho - \sigma = -1.2460$. $\nu = 0.2326$; hinc $\lambda = 0.1918$, vnde elicitur sequens constructio

Pro vitro communi $n = 1,55$.

Pro lente priore

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 1,2289.\ p. \\ \text{posterioris} = 10,4876.\ p. \end{cases}$

Pro lente posteriore

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,6527.\ p. \\ \text{posterioris} = -1,6053.\ p. \end{cases}$

et $\lambda = 0.1918$.

Ponamus porro $n = 1,58$ pro vitro chrystallino, eritque $\varrho = 0.1413$; $\sigma = 1.5827$, $2\sigma - \varrho = 3.0241$;

$2\varrho - \sigma = -1.3001$, $\nu = 0.2529$; hincque $\lambda = 0.1868$. vnde habetur ſequens conſtructio:

Pro vitro chryſtallino $n = 1,58$

Pro lente priori

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +1.26366.\ p. \\ \text{poſter.} = +14.15421.\ p. \end{cases}$

Pro lente poſteriori

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.66135.\ p. \\ \text{poſter.} = -1.53834.\ p. \end{cases}$

et $\lambda = 0.1868$.

Problema 3.

66. Conſtructionem lentis triplicatae, ſiquidem omnes tres lentes ex eadem vitri ſpecie ſint confectae, deſcribere, quae minimam confuſionem pariat.

Solutio.

Ex §. 135. libri ſup., cum hic ſit $a = \infty$ et $\gamma = p$ colligimus hanc conſtructionem:

Pro lente

prima, radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{3p}{\sigma} \\ \text{poſterioris} = \frac{3p}{\varrho} \end{cases}$

ſecunda, radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{3p}{2\sigma - \varrho} \\ \text{poſterioris} = \frac{3p}{2\varrho - \sigma} \end{cases}$

tertia, radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{3p}{3\sigma - 2\varrho} \\ \text{poſterioris} = \frac{3p}{3\varrho - 2\sigma} \end{cases}$

pro qua lente triplicata valor ipſius λ eſt $\lambda = \frac{3 - 8\nu}{3 \cdot 9}$.

Quare

Quare pro praecipuis vitri ſpeciebus valores horum radiorum euoluamus.

Cum igitur ſit pro vitro coronario $n = 1, 53$, $\varrho = 0, 2266$, $\sigma = 1, 6602$ $2\sigma - \varrho = 3. 0938$; $2\varrho - \sigma = - 1. 2070$ $3\sigma - 2\varrho = 4. 5274$; $3\varrho - 2\sigma = - 2. 6406$. atque ob $\nu = 0. 2194$ reperitur $\lambda = 0. 0461$. atque ſequens habetur conſtructio:

Pro vitro coronario, $n = 1, 53$.

Pro lente prima

radius faciei { anterioris $= 1. 8070$. p.
poſterioris $= 13. 2393$. p.

Pro lente ſecunda

radius faciei { anterioris $= 0. 9696$. p.
poſterioris $= - 2. 4855$. p.

Pro lente tertia

radius faciei { anterioris $= 0. 6626$. p.
poſterioris $= - 1. 1361$. p.

tum vero pro hac lente triplicata erit $\lambda = 0. 0461$.

Pro vitro communi, $n = 1, 55$.
cum ſit $\varrho = 0. 1907$; $\sigma = 1. 6274$ $2\sigma - \varrho = 3. 0641$; $2\varrho - \sigma = - 1, 2460$. $3\sigma - 2\varrho = 4. 5008$, $3\varrho - 2\sigma = - 2. 6827$, erit:

Pro lente prima

radius faciei { anterioris $= + 1. 8433$. p.
poſterioris $= + 15. 7315$. p.

Pro

Pro lente secunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +\,0.\ 9790.\ p. \\ \text{posterioris} = -\,2.\ 4079.\ p. \end{cases}$

Pro lente tertia

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +\,0.\ 6665.\ p. \\ \text{posterioris} = -\,1.\ 1182.\ p. \end{cases}$

atque ob $\nu = 0.\ 2326$ erit $\lambda = 0.\ 0422$.

Pro vitro chrystallino, $n = 1,\ 58$.

$\varrho = 0,\ 1413$; $\sigma = 1.\ 5827$. $2\sigma - \varrho = 3.\ 0241$; $2\varrho - \sigma = -\,1.\ 3001$. $3\sigma - 2\varrho = 4.\ 4655$; $3\varrho - 2\sigma = -\,2.\ 7415$.

Pro lente prima

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +\,1.\ 8954.\ p. \\ \text{posterioris} = +\,21.\ 2313.\ p. \end{cases}$

Pro lente secunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +\,0.\ 9920.\ p. \\ \text{posterioris} = -\,2.\ 3075.\ p. \end{cases}$

Pro lente tertia

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +\,0.\ 6718.\ p. \\ \text{posterioris} = -\,1.\ 0942.\ p. \end{cases}$

et quia est $\nu = 0.\ 2529$, erit $\lambda = 0.\ 0362$.

Co-

Coroll. 1.

67. Si ergo huiusmodi lens fiue duplicata fiue triplicata loco lentis obiectiuae adhibeatur, fummus eius vfus in hoc confiftit, vt femidiameter confufionis ob imminutum valorem ipfius λ multo minor reddatur, hincque diftantia focalis lentis obiectiuae haud mediocriter minor fumi poffit.

Coroll. 2.

68. Deinde etiam hinc patet, quo maior fuerit refractio feu numerus n, pro huiusmodi lente obiectiua, eo maius lucrum in conftructionem telefcopiorum redundare, quia tum non folum numerus λ prodit minor, fed etiam numerus μ, per quem λ multiplicari oportet.

Scholion.

69. Huiusmodi autem lentes duplicatae et triplicatae in obiectiuae lentis locum fubftituendae nihil plane conferunt ad alterum confufionis genus, quod ex diuerfa radiorum refrangibilitate nafcitur, diminuendum, fed aequationes in capite Imo datae pro hoc genere confufionis tollendo prorfus manent eaedem ac fi lens obiectiua effet fimplex; verum reliquae lentes duplicatae et triplicatae, quas fupra in additamento commendauimus, primum etiam terminum in aequatione pro difperfione ante inuenta ad nihilum redigunt,

gunt, in quo praecipua pars huius confuſionis continetur. Quocirca in hoc capite illas lentium tam duplicatarum, quam triplicatarum, ſpecies repeti conueniet.

Definitio 4.

70. Lens obiectiua perfecta eſt, quae non ſolum nullam parit confuſionem ab apertura oriundam, ſed etiam nullam plane radiorum diſperſionem gignit.

Coroll. 1.

71. Si igitur talis lens adhibeatur, numerus λ penitus euaneſcet, vnde ſemidiameter confuſionis multo fit minor, quam pro lentibus obiectiuis compoſitis hactenus explicatis.

Coroll. 2.

72. Ex ſuperioribus etiam ſatis intelligitur, ad huiusmodi lentes perfectas conſtruendas duas ad minimum diuerſas vitri ſpecies requiri et quia experimenta circa alias vitri ſpecies adhuc deſiderantur, alias ſpecies adhibere non licet, praeter vitrum coronarium et chryſtallinum, quibus Clariſſimus Dollondus eſt vſus.

Problema 4.

73. Lentem obiectiuam duplicatam, partim ex vitro coronario $n = 1,53$, partim ex chryſtallino $n = 1,58$ compoſitam conſtruere.

So-

Solutio.

In additamento ad calcem capitis III. partis praecedentis annexo duas huiusmodi lentes perfectas dedimus, quarum alterius lens prior ex vitro coronario, posterior vero ex vitro chrystallino erat confecta; alterius vero contra lens prior ex vitro chrystallino, posterior vero ex coronario; has duas lentium perfectarum species hic referamus.

I. Lens obiectiua perfecta duplicata

Pro lente priori, ex vitro coronario $n = 1,53$ parata

radius faciei { anterioris $= + 0.1807.$ p. / posterioris $= + 1.3239.$ p. } Crown Glaff.

Pro lente posteriori ex vitro chrystallino $n = 1,58$ parata

radius faciei { anterioris $= - 0.4770.$ p. / posterioris $= - 0.5191.$ p. } Flint Glaff.

quae capax est aperturae, cuius semidiameter est
$x = 0.0452.$ p.

II. Lens obiectiua perfecta duplicata.

Pro lente priori, ex vitro chrystallino $n = 1,58$ parata

radius faciei { anterioris $= - 2.0545.$ p. / posterioris $= - 0.2828.$ p. } Flint Glaff.

 Pro

Pro lente posteriori ex vitro coronario $n = 1,53$ parata

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = + 0.4568.\ p. \\ \text{posterioris} = + 0.2438.\ p. \end{array} \right\}$ Crown Glass.

eritque semidiam. aperturae $x = 0.0609.\ p.$

vbi notandum est, p designare distantiam focalem ipsius lentis duplicatae.

Coroll. I.

74. Cum igitur harum lentium posterior maiorem admittat aperturam, quam prior, haec illi sine dubio est anteferenda, quoniam, vt infra patebit, omnis telescopiorum perfectio eo redit, vt lens obiectiua quam maximam aperturam admittat.

Coroll. 2.

75. Obseruandum hic est, vtroque casu lentem ex vitro chrystallino parandam esse debere concauam, eam vero, quae ex vitro coronario conficitur, conuexam, prouti eae reuera a Dollondo parantur.

Scholion.

76. Ceterum hic non est reticendum, ambas has species summam artificis sollertiam requirere; si enim tantillum in earum constructione a mensuris hic praescriptis aberretur; fieri potest, vt eae minus valeant, quam

quam ſi lentes adeo ſimplices adhiberentur. Sequentes vero lentes triplicatae multo minorem ſollertiam poſtulant, cum pro ſingulis lentibus ſimplicibus numerus λ vnitati aequetur, ideoque leues errores in conſtructione commiſſi non adeo ſint pertimeſcendi.

Problema 5.

77. Lentem obiectiuam perfectam triplicatam, partim ex vitro coronario $n = 1,53$, partim ex chryſtallino $n = 1,58$ conſtruere.

Solutio.

Pro hoc lentium perfectarum genere ſupra quatuor dedimus ſpecies, quas hic referamus:

I. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro chryſtallino, media ex coronario eſt parata.

Pro lente,

prima, rad. faciei	anter. $= + 0.5039$. p. poſter. $= + 5.6450$. p.	Flint Glaſſ.
ſecunda, rad. faciei	anter. $= + 0.1364$. p. poſter. $= - 0.9597$. p.	Crown Glaſſ.
tertia, rad. faciei	anter. $= + 1.0699$. p. poſter. $= - 0.1404$. p.	Flint Glaſſ.

quae lens capax eſt aperturae, cuius ſemidiameter $x = 0.0341$. p.

II. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro chryſtallino, media ex coronario eſt parata.

Pro lente

Pro lente			
prima, rad. faciei	anter.	$= -0.1762.$ p.	Flint
	poſter.	$= -1.9741.$ p.	Glaſſ.
ſecunda, rad faciei	anter.	$= +2.5349.$ p.	Crown
	poſter.	$= +0.1696.$ p.	Glaſſ.
tertia, rad. faciei	anter.	$= +0.6194.$ p.	Flint
	poſter.	$= +1.8532.$ p.	Glaſſ.

quae lens capax eſt aperturae, cuius ſemidiameter $x = 0.0424.$ p.

III. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro coronario, media ex chryſtallino eſt parata.

Pro lente.

Pro lente			
prima, rad. faciei	anter.	$= +0.5004.$ p.	Crown
	poſter.	$= +3.6665.$ p.	Glaſſ.
ſecunda, rad. faciei	anter.	$= -0.5107.$ p.	Flint
	poſter.	$= -0.4843.$ p.	Glaſſ.
tertia, rad. faciei	anter.	$= +0.5219.$ p.	Crown
	poſter.	$= +0.4757.$ p.	Glaſſ.

aperturae ſemidiametro $x = 0.1189.$ p.

IV.

IV. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro coronario, media ex chrystallino est parata.

Pro lente.

prima, rad. faciei	anter. $= + 0.2829.$ p.	poster. $= + 2.0729.$ p.	Crown Glaſſ.
ſecunda, rad. faciei	anter. $= - 2.1459.$ p.	poſter. $= - 0.2955.$ p.	Flint Glaſſ.
tertia, rad. faciei	anter. $= + 0.5938.$ p.	poſter. $= + 2.5006.$ p.	Crown Glaſſ.

ſemidiametro aperturae $x = 0.0707.$ p.

In his formulis littera p denotat diſtantiam focalem cuiusque lentis perfectae.

Coroll. 1.

78. Inter has quatuor lentes tertia inprimis eſt notatu digna, quod maximam aperturam admittat.

Coroll. 2.

79. Si ergo eiusmodi lens perfecta in quodam teleſcopio loco lentis obiectiuae adhibeatur, in expreſſione pro ſemidiametro confuſionis primus terminus $\mu\,\lambda$ prorſus euaneſcit; tum vero etiam in aequatione vltima pro diſperſione deſtruenda terminus primus quoque ad nihilum redigitur.

Co-

Coroll. 3.

80. Huiusmodi igitur lentes perfectae etiam ſpeculis, quibus in teleſcopiis catoptricis vtuntur, longe ſunt anteferendae, cum ſpecula tantum a diſperſione radiorum ſint immunia, neutiquam vero a priori confuſionis genere, quod ab apertura oritur.

CAPVT

CAPVT III.

DE DISTRIBUTIONE TELESCOPIORUM IN TRIA GENERA PRAECIPUA.

Definitio I.

81.

Imago *vera* eſt, ad quam formandam radii reuera concurrunt indeque porro diffunduntur; dum contra eae imagines *fictae* vocantur, ad quas radii tantum conuergendo diriguntur neque vero ad eas actu formandas concurrunt; vel etiam, ab iis diuergendo vlterius diſcedunt neque tamen ab iis prodierant.

Corollarium I.

82. Imago igitur vera hac gaudet proprietate, vt ſi in eius loco charta alba eſſet expanſa, ſuper ea effigies a radiis incidentibus exprimeretur, quod in imaginibus fictis vſu non venit.

Coroll. 2.

83. Imagines autem fictae duplicis ſunt generis; vel enim radii inde diuergendo vlterius progrediuntur, cum tamen inde non diſceſſerint, vel ad eas convergendo tendunt, neque tamen eo revera perveniunt, ſed ante ab alia lente aliam directionem accipiunt.

Scholion.

Fig. 15. Tom. I. 84. Ad ea, quae hactenus ſunt propoſita, figuras ita repraeſentauimus, quaſi per ſingulas lentes imagines verae formarentur, ita, vt inter binas quasque lentes ſucceſſiuas imago vera caderet, neque in his figuris vlla imago ficta eſt indicata. Imagines autem illas veras litteris $F\zeta$, $G\eta$, $H\vartheta$ etc. deſignauimus, quae omnes ita ſunt comparatae, vt, ſi ibi charta alba expanderetur, ſuper ea effigies obiecti reuera exprimeretur. Perſpicuum autem eſt, imagines veras neceſſario oriri debere, ſi omnes diſtantiae, quas ſupra poſuimus, determinatrices $aF = \alpha$, $FB = b$; $bG = \beta$; $GC = c$; $cH = \gamma$; $HD = d$ etc. fuerint poſitiuae; imagines autem tum erunt fictae, quando harum diſtantiarum quaedam fiunt negatiuae, id quod in ſequentibus theorematibus fuſius explicabimus.

Theorema I.

85. Si interualli inter binas lentes ſucceſſiuas cuiuscunque v. gr. cD binae partes $cH = \gamma$, et

HD-

$HD = d$, ita vt fit $cD = \gamma + d$, fuerint pofitiuae: imago vera in puncto H exhibebitur, et contra.

Demonftratio.

Radii enim per lentem R R refracti ad imaginem $H\theta$ conformandam tendunt et, quia lens fequens S S vltra locum imaginis H eft pofita, ab his radiis imago vera in H repraefentabitur, ita, vt fi per $H\theta$ charta alba effet expanfa, ea iftos radios revera exciperet fuper eaque effigies depingeretur; quod ergo neceffario femper evenire debet, quoties binae partes huius intervalli γ et d fuerint pofitiuae. Ac fi viciffim in H repraefentetur imago vera, manifeftum eft, hoc fieri non poffe, nifi punctum H poft lentem C cadat, quia alioquin radii eo non porrigerentur; tum vero etiam liquet, hanc imaginem efformari non poffe, nifi fequens lens D poft H cadat. Cum igitur effe debeat diftantia $cH = \gamma$ pofitiua fimulque diftantia $cD = \gamma + d > \gamma$, euidens eft, et diftantiam d effe debere pofitiuam.

Corollarium.

86. Quoniam hactenus fingula interualla inter binas lentes fucceffiuas tanquam ex duabus partibus compofita fumus contemplati, inter lentem primam A et fecundam B imago vera $F\zeta$ cadet, fi ambae eius partes α et b fuerint pofitiuae; fimilique modo inter lentem fecundam B et tertiam C imago vera reperie-

 tur,

tur, si huius interualli B C ambae partes β et c fuerint positiuae et ita porro.

Theorema 2.

87. Si binarum partium aliquot, huiusmodi interuallum veluti c D constituentium alterutra fuerit negatiua; tum imago H θ lenti C respondens erit ficta (fieri enim nequit, vt ambae simul sint negatiuae.)

Demonstratio.

Cum interuallum c D binis partibus c H $= \gamma$, et H D $= d$ constet, sumamus primo distantiam γ esse negatiuam; tum igitur imago H θ ante lentem R R cadet et radii per hanc lentem transmissi ita refringentur, quasi ex ista imagine essent egressi, cum tamen inde non emanauerint; quamobrem ista imago non erit vera, sed ficta. Sin autem altera pars d fuerit negatiua, imago H θ demum post lentem S S caderet, quia autem radii per lentem R R transmissi ante quam eo pertingunt per lentem S S de nouo refringuntur, istam effigiem non reuera formabunt, ideoque haec imago erit ficta.

Ambae autem partes γ et d simul non possunt esse negatiuae, quia earum summa $\gamma + d$ ipsum interuallum c D exprimit, quod semper necessario est positiuum.

Co-

Coroll. 1.

88. Si ergo pro primo interuallo A B partium α et b altera fuerit negatiua, inter a et B nulla cadit imago vera; si praeterea etiam pro secundo interuallo b C partium β et c altera fuerit quoque negatiua, inter a et C nulla cadet imago vera, ac si insuper partium interualli c D, quae sunt γ et d, altera fuerit negatiua; tum ne quidem in spatio a D reperietur imago vera, sicque fieri potest, vt inter plurium lentium spatium nulla plane cadat imago vera.

Coroll. 2.

89. Neutiquam ergo numerus imaginum verarum a numero lentium pendet, cum aeque fieri possit, vt post quamlibet lentem imago vera repraesentetur atque vt pluribus lentibus nulla plane imago vera respondeat.

Coroll. 3.

90. Ex quotcunque igitur lentibus telescopium quodpiam fuerit compositum fieri potest, vt per totum eius spatium vel nulla plane imago vera reperiatur vel vnica tantum vel duae vel tres etc. nunquam tamen plures, quam sunt lentes, vltima demta.

Theorema 3.

91. Post quotcunque demum lentes in telescopio prima imago vera exhibetur, ea semper est inuersa.

Demonstratio.

Quando ſcilicet imago primae lentis ſtatim eſt vera, peripicuum eſt, eam quoque eſſe inuerſam; quod autem ea etiam futura ſit inuerſa, ſi demum poſt plures lentes occurrat, ſequenti modo oſtendi poteſt; conſideretur radius ex centro obiecti E per ſuperius lentis obiectiuae punctum M tranſiens atque iſte radius per ſequentes lentes tranſiens tamdiu ſupra axem verſabitur, donec ad primam imaginem veram pertigerit; quia enim ex axis puncto E eſt egreſſus, vbicunque iterum in axem incideret, ibi exiſteret imago obiecti vera (hic enim ad aberrationem vel diffuſionem radiorum non reſpicimus) ex quo manifeſtum eſt, hunc radium ante non ad axem eſſe peruenturum, quam ad primam imaginem veram pertigerit et quia ex regione ſuperiori hic in axem incidit, ad regionem inferiorem progreſſurus, imago in hoc loco expreſſa erit inuerſa, cum enim ex obiecto ſurſum ſit progreſſus, nunc autem ex imagine deorſum dirigatur, partes obiecti ſurſum vergentes nunc deorſum ſitae conſpicientur.

Fig. 5. Tom. I.

Coroll. 1.

92. Simili modo intelligere licet, radios illos ex imagine progredientes tamdiu infra axem eſſe verſaturos, donec iterum ad axem pertingant, quod fit in imagine vera ſecunda, vnde iterum in partes axis ſupe-

ſuperiores tranſeunt vnde patet, ſecundam imaginem ſitum erectum tenere debere, ſicque porro tertia imago vera denuo erit inuerſa, quarta autem erecta et ita porro.

Coroll. 2.

93. Quotcunque ergo fuerint lentes, non tam ad imagines ſingulis lentibus reſpondentes erit reſpiciendum, quam ad imagines veras, cum alternatio ſitus erecti et inuerſi pendeat tantum ab imaginibus veris, dum imagines fictae nihil in hoc ordine turbant.

Scholion.

94. Haec proprietas imaginum verarum tam eſſentialiter naturam teleſcopiorum afficit, vt eorum diſcrimen potiſſimum a numero imaginum verarum petendum eſſe videatur, nulla plane ratione habita imaginum fictarum, quippe quae in hoc negotio parui ſunt momenti. Qui enim voluerit teleſcopia ſecundum lentium numerum in genera diſtribuere, maximis incommodis ſe implicabit, primo enim exigua illa teleſcopia vel potius perſpicilla lente oculari concaua conſtantia et tubos aſtronomicos ad idem genus referre eſſet coactus; dum tamen ſua natura maxime inter ſe diſcrepant, quandoquidem illis obiecta ſitu erecto, his vero ſitu inverſo repraeſentantur, praeterquam quod in loco oculi maxima vtrinque deprehenditur

ditur diuerſitas; deinde ſi cuipiam teleſcopio ſiue ad campum apparentem augendum ſiue ad maiorem diſtinctionis gradum ipſi conciliandum vnica lens inſuper adiungeretur, ſtatim ad longe aliud genus foret referendum, quod certe aeque incongruum videri debet; quibus probe perpenſis non dubito diuerſa teleſcopiorum genera ſecundum numerum imaginum verarum, quae in iis occurrunt, conſtituere, ita, vt primum genus complexurum ſit ea teleſcopia, in quibus nulla plane imago vera occurrit; ſecundum vero ea, in quibus vnica imago vera reperitur, tertium vero ea, quae duas imagines veras continent, ad quae tria genera omnia teleſcopia, quae adhuc excogitata ſunt et elaborata, erunt referenda, ac ſi vlterius progredi velimus, ad quartum genus reuocari conueniet ea teleſcopia, in quibus tres imagines verae deprehenduntur verum praecedentia iam tam late patent, vt iis omnes plane perfectiones, quae vnquam deſiderari queant, conciliari poſſint, ita, vt nulla plane ratio adſit, cur plures imagines veras ſtatuere velimus. Hanc igitur diuiſionem in ſequentibus problematibus diſtinctius euoluamus.

Problema I.

95. Teleſcopiorum ad primum genus relatorum, in quibus nulla ineſt imago vera, praecipuas proprietates recenſere.

So-

Solutio.

Cum in his telefcopiis, quotcunque etiam conftent lentibus, nulla infit imago vera, fingula interualla $aB = \alpha + b$; $bC = \beta + c$; $cD = \gamma + d$ etc., ita ex binis partibus definientur, vt alterutra earum fit negatiua, idque vsque ad vltimam lentem ocularem. Et quoniam haec eadem interualla neceffario funt pofitiua, facile patet, omnes iftas fractiones $\frac{\alpha}{b}$; $\frac{\beta}{c}$; $\frac{\gamma}{d}$ etc. debere effe negatiuas, in quo character effentialis huius generis telefcopiorum eft conftituendus. Viciffim enim fi omnes hae fractiones fuerint negatiuae in toto telefcopio nulla imago vera locum habebit, ideoque ad noftrum primum genus erit referendum. Alius autem character minus effentialis huius generis in hoc confiftit, quod haec telefcopia fitu erecto obiecta repraefentent, quia ob nullam imaginem veram ipfa obiecta quafi immediate adfpicimus.

Coroll. I.

96. Simpliciffima ergo fpecies huius generis duabus conftabit lentibus et cum fit $\frac{\alpha}{b}$ quantitas negatiua, fiet ratio multiplicationis $m = \frac{-\alpha}{b}$, vti fitus erectus poftulat, hinc neceffe eft, vt fit $\alpha > b$ ideoque α quantitas pofitiua et b negatiua. Cum autem porro effe debeat $\beta = \infty$, pro huius lentis ocularis diftantia focali q habebimus ob $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$ valorem $q = b$ ficque lens ocularis erit concaua.

Coroll. 2.

97. Cum porro in genere sit $m = \pm \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ etc. cuius factores sunt nostrae fractiones, quae omnes esse debent negatiuae hinc manifestum est, cur supra signa $+$ et $-$ sint alternantia inuenta, vt scilicet pro quouis lentium numero multiplicatio m valorem positiuum consequatur.

Coroll. 3.

98. Ostendi etiam potest, nullam harum litterarum a, b, c, β, γ etc. sumi posse euanescentem. Si enim v. c. distantia b esset minima, quia altera litterarum α et b debet esse negatiua, earum summa vero $\alpha + b$ positiua et finita, necesse est, vt sit $\alpha > 0$; $b < 0$; sit igitur $b = -\omega$, quantitati scilicet euanescenti et quia est $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$ fiet $\beta = \frac{q\omega}{q+\omega} = \omega$ ideoque positiuum; foret ergo $c < 0$ hincque $\beta + c$ interuallum cB exprimere non posset; vnde patet huiusmodi casus locum habere non posse. Fieri autem potest, vt quaepiam harum quantitatum fiat $= \infty$; si enim fuerit v. gr. $\beta = \infty$, ob interuallum $\beta + c =$ finito puta $= k$, erit $c = -\infty + k = -\infty$ et $\frac{\beta}{c} = -1$; hoc autem non impedit, quominus sequens fractio $\frac{\gamma}{a}$ valorem obtineat quemcunque.

Scholion.

99. Notissimum est hoc telescopiorum genus, quippe quod primum ab artifice quodam inuentum per-

hibetur, dum casu lentem conuexam cum concaua combinauerat, neque tamen eius essentia in hoc est statuenda, quod tantum duabus constet lentibus. Si enim loco lentis obiectiuae simplicis substituamus duplicatam vel adeo triplicatam; nemo certe putabit, ipsum eius genus mutatum esse, quoniam huiusmodi lentes multiplicatae vt simplices spectari solent, simili modo lens ocularis posset duplicari vel triplicari, ipso genere non mutato; cum autem nihilominus plures lentes simplices adhibeantur, manifestum est, ipsam generis indolem non a numero lentium pendere, censeri posse. In sequentibus autem inprimis operam dabimus, vt nouis lentibus addendis hoc genus ad maiorem perfectionem euehamus.

Problema 2.

100. Telescopiorum ad secundum genus relatorum, in quibus vnica imago vera occurrit, praecipuas proprietates recensere.

Solutio.

Ex quotcunque lentibus tale telescopium fuerit compositum; euidens est, non omnes fractiones ex singulis lentium interuallis natas $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$; $\frac{\gamma}{d}$ etc. negatiuas esse debere, quia alioquin nulla imago vera esset proditura; cum autem vnica adsit vera, necesse est, vt etiam vnica illarum fractionum fiat positiua, quae

ſi fuerit v. c. $\frac{\gamma}{d}$, ambae litterae γ et d poſitiuae eſſe debebunt, dum reliquae fractiones omnes manent, vt ante negatiuae, atque perinde eſt, quaenam illarum fractionum valorem poſitiuum nanciſcatur, dummodo plus vna non ſit poſitiua, atque in hoc conſiſtit character eſſentialis huius generis teleſcopiorum, inter cuius proprietates haec inſuper inprimis eſt notanda, quod obiecta ſitu inuerſo repraeſentet, quandoquidem per huiusmodi teleſcopia non tam ipſa obiecta, quam eorum imaginem veram, quae eſt inuerſa, conſpicere ſumus cenſendi.

Coroll. 1.

101. Si ergo huiusmodi teleſcopium duabus tantum conſtet lentibus, quae ſine dubio ſimpliciſſima huius generis eſt ſpecies, ob vnicum interuallum a B vnica quoque habetur fractio $\frac{\alpha}{b}$, quae propterea poſitiua eſſe debet ideoque etiam vtraque diſtantia α et b; quae cum ob $a = \infty$ et $\beta = \infty$ praebeant diſtantiam focalem vtriusque lentis, manifeſtum eſt, vtramque lentem fore conuexam.

Coroll. 2.

102. Quia igitur huic generi repraeſentatio inuerſa eſt propria, exponens multiplicationis m, quae producto harum fractionum $\frac{\alpha}{b}$. $\frac{\beta}{c}$ etc. aequalis eſt inuenta, valorem negatiuum obtinebit contrarium ſcilicet ei, qui caſu praecedenti prodierat.

Co-

Coroll. 3.

103. In hoc autem genere euenire poteſt, vt quaepiam quantitatum α, b etc. euaneſcat, quod fit, ſi in loco ipſius imaginis verae lens conſtituatur. Cadat enim imago vera in ipſam lentem tertiam C, erit $c = 0$, vel potius poſito $c = \omega$, ob $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$ erit $\gamma = \frac{-r\omega}{r-\omega} = -\omega$ ita, vt ambae quantitates c et γ euaneſcant vnde diſtantiae β et d debent eſſe poſitiuae ſicque patet, fractionum $\frac{\beta}{c}$ et $\frac{\gamma}{d}$ alteram fore poſitiuam, alteram negatiuam, prout voluerimus; quoniam enim imaginem in ipſam lentem R R cadere aſſumimus, perinde eſt, ſiue eam ad interuallum b C ſiue ad interuallum c D velimus referre, vtroque autem caſu etſi fractio $\frac{\beta}{c}$ fiat ∞, fractio vero $\frac{\gamma}{d} = 0$, productum ambarum ſemper eſt $= -\frac{\beta}{d}$.

Scholion.

104. Teleſcopia ad hoc genus pertinentia vocari ſolent aſtronomica, quoniam enim obiecta ſitu inuerſo repraeſentant, potiſſimum ad obſeruationes aſtronomicas adhibentur, vbi parum refert, ſiue obiecta in coelo ſitu erecto ſiue inuerſo conſpiciamus; id quod in obiectis terreſtribus ſecus ſe habet, ad quorum contemplationem quando teleſcopia primi generis non ſufficiunt, ad tertium genus recurrere ſolemus.

Problema 3.

105. Telefcopiorum ad tertium genus relatorum, in quibus duae imagines verae occurrunt, praecipuas proprietates recenfere.

Solutio.

Cum hic duae imagines verae occurrant, quotcunque lentes adhibeantur, inter fractiones inde natas $\frac{\alpha}{b}$; $\frac{\beta}{c}$ etc. duae neceffario debent effe pofitiuae, reliquae vero omnes negatiuae, vnde cum duae ad minimum eiusmodi fractiones adeffe debeant, adeoque etiam duo lentium interualla, euidens eft, ad huiusmodi telefcopia tres ad minimum lentes requiri, quo cafu nullae tales fractiones negatiuae habebuntur; vnde fractiones negatiuae eatenus tantum occurrent, quatenus plures tribus lentes in vfum vocantur, atque in hoc effentialis character huius generis telefcopiorum continetur; inter praecipuas autem proprietates haec inprimis eft notanda, quod per telefcopia obiecta in fitu erecto confpiciantur.

Coroll. 1.

106. Si haec telefcopia ex tribus lentibus formentur, omnes hae quatuor diftantiae α, b, β, c effe debent pofitiuae et cum diftantiae a et γ fint ∞ omnes tres lentes debent effe conuexae; fi enim earum diftantiae focales fint p, q et r habebitur 1° $p = \alpha$. 2° $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$ et 3° $r = c$. quae omnes funt pofitiuae.

Co-

Coroll. 2.

107. Quemadmodum praecedenti caſu licuit in ipſum locum imaginis verae lentem conſtituere, ita etiam hic nulla ratio obſtat, quominus in vtraque imagine vera lentes collocentur; tum autem ea, quae ſupra ſunt de fractionibus modo in infinitum excreſcentibus modo euaneſcentibus tradita, probe ſunt obſeruanda.

Scholion.

108. Hoc genus eum in finem eſt excogitatum, vt tubi aſtronomici ad obiecta terreſtria ſitu erecto contemplanda accommodarentur; quod quidem tribus lentibus fieri poſſe iam annotauimus. Sed quoniam tribus tantum lentibus adhibendis campus apparens fere totus euaneſcit aliaque incommoda ſe inſuper admiscent, ſtatim quatuor lentes vſurpari ſunt ſolitae quae ita ſunt iunctae, vt duos tubos aſtronomicos connexos referant et tres lentes poſteriores nomine ocularium appellatae ſunt, quibus etiam fere eadem diſtantia focalis tribui poteſt. Ad idem quoque genus referenda ſunt noua illa teleſcopia anglica a Clariſſ. Dollondo nuper inuenta, in quibus praeter lentes obiectiuas duplicatas longe diuerſa lentium ocularium diſpoſitio cernitur. Interim vero haec dispoſiio infinitis modis variari poteſt, atque adeo debet, vt haec teleſcopia ad ſummum perfectionis gradum euehantur.

Problema 4

109. Teleſcopiorum ad quartum genus relatorum, in quibus tres imagines verae occurrunt, praecipuas proprietates enumerare.

So-

Solutio.

In hoc ergo genere quotcunque lentes adhibeantur, inter fractiones iis respondentes $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ etc. tres debent esse positiuae, dum reliquae manent negatiuae, ex quo perspicuum est, ad hoc genus ad minimum opus esse quatuor lentibus, et quia vltima imago vera, quae quasi ab oculo spectatur, est inuersa, obiecta quoque per omnia telescopia huius generis inuersa conspicientur.

Scholion.

110. Quoniam nulla plane ratio suadet, vt repraesentationem praecedentis generis denuo inuertere velimus, atque vti videbimus, omnes perfectiones praecedentibus generibus conferri queunt; nihil aliud lucraremur nisi, vt telescopia multo fierent longiora, et numerum lentium sine vllo vsu multiplicaremus, vt taceam iacturam insignem radiorum lucidorum, quae ob tot lentes merito esset metuenda; atque hanc ob rationem non dubito, genus hoc quartum penitus rejicere, de quo etiam nullum superetit dubium, quando tria praecedentia genera ita pertractauerimus, vt omnibus momentis quibus perfectio telescopiorum innititur, satisfecerimus. Multo magis autem sequentia, quae constitui possent genera, nullam plane attentionem merebuntur.

CAPVT

CAPVT IV.

DE TELESCOPIIS PRIMI GENERIS, QVAE SCILICET IMAGINE VERA DESTITVVNTVR, ET OBIECTA SITV ERECTO REPRAESENTANT.

Problema I.

111.

Si telescopium primi generis ex duabus tantum lentibus constet, obiectiua scilicet et oculari, eius constructionem euoluere et proprietates exponere.

Solutio.

Cum hic sit $\frac{\alpha}{b}$ quantitas negatiua et $\alpha + b$ positiua, si ratio multiplicationis ponatur $= m$, ob $m > 1$ distantia α, vt ante vidimus, debet esse positiua; altera vero b negatiua, vt sit $b = \frac{-\alpha}{m}$ seu distantiis focalibus introductis $\alpha = p$, et $q = \frac{-p}{m}$ et interuallum binarum lentium $\alpha + b = (\frac{m-1}{m}).p$ vnde patet ex data multiplicatione m et distantia focali p omnia determi-

 nari,

nari. Verum haec diſtantia p tanta eſſe debet, vt lens obiectiua datam admittat aperturam, cuius, ſi claritatis gradus ponatur $= y$, ſemidiameter eſſe debet $x = m\,y$, vnde iam patet, diſtantiam p maiorem eſſe debere, quam $4\,my$ vel $5.\,my$; vnde cum y in partibus digiti dari ſoleat veluti $y = \frac{1}{50}$. dig., vt ſit $x = \frac{m}{50}$ et $p > \frac{m}{10}$ dig. verum hic inprimis ſpectari debet aequatio pro ſemidiametro confuſionis, quae dat

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right) < \frac{1}{4k^3}$$

vnde colligitur $p = kx\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)} = km.y\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)}$, qui ergo valor, niſi forte minor ſit, quam $5.\,my$, ipſi p tribui debet, vbi vt ſupra notauimus, numerus k poni poteſt vel 30 vel 40 vel 50 prout maior vel minor diſtinctionis gradus deſideratur, atque iam ex datis valoribus λ et λ' cum vitri ſpecie, vnde numeri μ et μ' pendent, ambae lentes conſtrui hincque totum teleſcopium confici poterunt; ad cuius proprietates cognoſcendas quaeramus primo locum oculi eiusue diſtantiam a lente oculari, inuenimusque.

$$O = \frac{m-1}{m}.\,q.\ \S.\ 30.$$

quae cum ob $q < 0$ ſit negatiua oculum lenti oculari immediate applicari oportet; vnde colligitur ſemidiameter campi ex §. 37. $\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$ et $\pi = \frac{+\omega}{q}$, denotante ω ſemidiametrum pupillae; quare ob $q = \frac{-p}{m}$ fiet $\Phi = \frac{+m}{m-1}.\ \frac{\omega}{p}$ vbi inprimis notandum eſt, lentem ocula-

ocularem tantam ſumi debere, vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter ſit $= \pi q = \omega$; ex quo neceſſe eſt, vt fiat $-q > 5\omega$ vel 4ω hincque etiam $p > 4 m.\omega$ vel $> 5.m\omega$. quae conditio iam in ſe complectitur primam ob $y < \omega$. Quod denique ad alteram confuſionem attinet, cum deſtructio marginis colorati poſtulet, vt ſit § 52.

$$o = \frac{dn}{n-1}.\ B\pi.p$$

quod cum fieri nequeat, niſi lens obiectiua fuerit perfecta, euidens eſt, marginem coloratum deſtrui non poſſe. Denique pro hac confuſione penitus tollenda eſſe debet

$$o = \frac{dn}{n-1}.\ p + \frac{dn'}{n'-1}.\ q, \quad \text{ſiue}$$

$$\frac{dn}{n-1} = -\frac{1}{m}.\ \frac{dn'}{n'-1}$$

cui caſu adeo, quo lens obiectiua eſt perfecta, ſatisfieri nequit, ob primum terminum euaneſcentem; quia autem m eſt numerus ſatis magnus, alterum membrum per ſe fit ſatis paruum, vt haec confuſio non ſit metuenda.

Coroll. I.

112. Cum diſtantia focalis p maior eſſe debeat, quam $5\,m\,\omega$, pro data multiplicatione m longitudo huius teleſcopii ſemper maior erit, quam $5\,(m-1)\omega$ et cum ſit circiter $\omega = \frac{1}{20}$. dig. haec teleſcopii longitudo minor fieri non poterit quam $\frac{m-1}{4}$. dig. ſcili-

cet ſi velimus, vt ſit $m = 50$, longitudo teleſcopii minor eſſe nequit, quam $12\frac{1}{4}$ dig. etiamſi formula $p = m k y \sqrt[3]{m \mu \lambda - \mu' \lambda'}$ multo minor reddi poſſet.

Coroll. 2.

113. Pro campo apparente inuenimus eius ſemidiametrum $\Phi = \frac{m}{m-1}, \frac{\omega}{p}$ vnde, cum ſit $p > 5 m \omega$, valor ipſius Φ ſemper certe minor erit, quam $\frac{1}{5(m-1)}$ atque in minutis primis erit $\Phi < \frac{687}{m-1}$. minut. quo campo facile contenti eſſe poſſemus, niſi p deberet eſſe multo maius, quam $5 m \omega$.

Coroll. 3.

114. Quoniam margo coloratus tolli non poteſt, niſi lens obiectiua ſit perfecta; hinc ſtatim intelligimus, quanti ſit momenti vſus lentium perfectarum, quas ſupra deſcripſimus; ita, vt earum beneficio his teleſcopiis inſignis gradus perfectionis conciliari poſſit.

Scholion.

115. Solutio huius problematis ita eſt generalis, vt ad omnes vitri ſpecies ex quibus lentes parari poſſunt, pateat; quin etiam loco lentis obiectiuae non ſolum lentes ſimplices, ſed etiam duplicatae vel triplicatae atque adeo perfectae ſubſtitui poſſunt: vnde plurimae ſpecies huius teleſcopii, quod tantum ex duabus

duabus lentibus compofitum fpectamus, exhiberi posfunt; quarum praecipuas in fubiunctis exemplis contemplemur:

Exemplum I.

116. Si ambae lentes fuerint fimplices atque ex eadem vitri fpecie confectae, conftructionem huius telefcopii definire:

Pro hoc cafu potiffimum aequatio venit confideranda:

$$p = m k y \sqrt[3]{\mu (m \lambda - \lambda')}$$

quae diftantiam focalem primae lentis determinat, fiquidem valor hinc prodiens maior fuerit, quam 5. m. ω. Videbimus autem ftatim atque multiplicatio m fuerit notabilis, eius valorem multum effe fuperaturum iftum limitem 5. $m\,\omega$ feu $\frac{1}{4}m$. dig. ita, vt maximi fit momenti hanc formulam tam paruam reddere, quam fieri poteft; quare ftatim faciamus $\lambda = 1$, vt lens obiectiua fecundum §. 59. elaborari debeat; quod vero ad lentem ocularem attinet, non conuenit $\lambda' = 1$ ponere, fed potius e re erit, ipfi huic litterae maiorem valorem tribuere, inprimis autem vt haec lens maximae aperturae fiat capax, ea optime vtrinque aeque concaua redditur, ex quo numerus $\lambda' = 1,6299$. (§. 61.) pro ea vitri fpecie, qua $n = 1,55$. et qua artifices plerumque vti folent. Pro aliis autem fpeciebus tantum non differet, vt operae pretium fit, differentiae

 ratio-

rationem habere; praecipue cum litteras k et y tam adcurate definire non liceat. Sumamus ergo $y = \frac{1}{40}$. dig. vt satis magnam claritatem obtineamus, quae in hoc genere necessaria videtur; et $k = 40$, vt confusio satis reddatur exigua eritque ob $\lambda = 1$; $\lambda' = 1\frac{5}{8}$

$$p = m. \sqrt[3]{\mu (m - 1\tfrac{5}{8})}$$

vnde patet, hic eas vitri species praeferri debere, quibus maior refractio n respondet, quia tum littera μ minores nanciscitur valores. Cum autem perpetuo μ non multum differat ab vnitate eiusque propterea radix cubica multo minus discrepet, quacunque vitri specie vti velimus, tuto sumere licebit $p = m \sqrt[3]{(m - 1\frac{5}{8})}$ hoc autem casu circa marginem coloratum nihil efficere licet. Quare si hinc distantiam focalem lentis obiectiuae debite definiuerimus atque n denotet refractionem vitri, ex quo ambae lentes sint parandae, constructio telescopii sequenti modo se habebit:

I°. Lens obiectiua paranda est ex formulis §. 59.

II°. Lens ocularis vtrinque aeque concaua conficiatur, sumendo radium vtriusque faciei $= \frac{-2(n-1)p}{m}$ ob $q = \frac{-p}{m}$.

III°. Hae duae lentes ad distantiam A B $= \frac{m-1}{m}. p$ iungantur et tubo inserantur, vt oculus lenti concauae immediate adplicari possit.

IV°.

IV°. Hic tubus campum offeret cuius semidiameter erit $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{3437 \cdot m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p}$ min.

V°. Hoc telescopium a vitio marginis colorati liberari nequit.

Coroll. 1.

117. Quodsi multiplicatio tanta sit, vt fiat $m = 1\frac{5}{8}$, formula p definiens euanescit, nihilo vero minus sumi debet $p = 5 . m\omega$ seu quasi $\frac{1}{4} . m$. dig. hocque valore vti licet, etsi m aliquanto sit maius, dummodo illa formula non excedat $\frac{1}{4} . m$. dig. quod euenit, quamdiu m non superat limitem $1\frac{41}{64}$ qui vix superat valorem $1\frac{5}{8}$; ex quo patet, statim atque multiplicatio m maior sit, quam $1\frac{5}{8}$, distantiam focalem p maiorem capi debere, quam $\frac{1}{4} . m$. dig.

Coroll. 2.

118. Quare si verbi gratia debeat esse $m = 5$, capi oportet $p = 7\frac{1}{2}$ dig. et $q = -\frac{3}{2}$ vnde semidiameter campi apparentis prodit $\Phi = \frac{5}{4} . \frac{2\omega}{15} = \frac{\omega}{6} = \frac{1}{120}$ ob $\omega = \frac{1}{20}$; siue $\Phi = \frac{3437}{120}$ min. $= 29$. min. Longitudo autem telescopii erit 6 digit.

Coroll. 3.

119. Si multiplicatio desideretur $m = 10$, reperitur $p = 5\sqrt[3]{67} = 20\frac{5}{16}$ dig. hincque $q = -2 . \frac{1}{32}$ dig. ita, vt longitudo telescopii sit $18\frac{9}{32}$ dig. tum vero semidia-

midiameter campi apparentis, qui eſt $\frac{\omega}{p+q}$ fit $\Phi = \frac{32.\omega}{585}$ $= \frac{4}{2925}$ et in minutis $\Phi = 4' \, 42''$, qui campus iam tam eſt exiguus, vt nullo modo tolerari poſſit, quare haec ſpecies teleſcopiorum ne quidem ad multiplicationem $m = 10$ adplicari poteſt.

Exempl. II.

120. Si ambae lentes ex eadem vitri ſpecie parentur, obiectiua vero ſtatuatur duplicata ſec. §. 65. conſtruenda, vt ſit $\lambda = \frac{1-v}{4}$ ac ſi vitro communi, pro quo eſt $n = 1.55$, vtamur, erit $\lambda = 0.1918$; ſumtaque iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$ et poſito, vt ante, $\lambda' = 1\frac{5}{8}$ vt lens ocularis fiat aequaliter concaua erit $p = m.\sqrt[3]{(0,1918.m - 1\frac{5}{8})}$ et vt ante, $q = \frac{-p}{m}$. hincque diſtantia lentium $= \frac{m-1}{m} p$ quare ſi inde pro data multiplicatione definiatur valor litterae p, conſtructio ita ſe habebit:

I°. Lens obiectiua paranda eſt ex formulis §. 59. pro $n = 1.55$.

II°. Lens ocularis vtrinque fiat aequaliter concaua, radio exiſtente $= -2(n-1).\frac{p}{m} = -\frac{11}{10}.\frac{p}{m}$.

III°. Semidiameter campi apparentis erit, vt ante, $\Phi = \frac{m}{m-1}.\frac{\omega}{p} = \frac{172.m}{m-1}.\frac{1}{p}$ min.

IV°. Aeque parum autem, ac ante, hoc caſu margini colorato remedium afferri poteſt.

Co-

Coroll. 1.

121. Quando autem formula illa praebet $p < \frac{1}{4} m$. dig. nihilo minus statui debet $p = \frac{1}{4} m$. dig. quod inprimis euenit, si fit $m = 8\frac{1}{2}$ circiter; vnde oritur $p = o$ quare nisi multiplicatio maior desideretur, sumi poterit $p = \frac{1}{4} m$. dig. vnde fit $q = -\frac{1}{4}$. dig. et longitudo telescopii $\frac{1}{4}(m-1)$ dig. campique apparentis semidiameter $\Phi = \frac{688}{m-1}$. minut.

Coroll. 2.

122. Quodsi ergo multiplicatio proposita sit $m = 8\frac{1}{2}$, telescopium ita erit construendum. I°. ob $p = \frac{17}{8}$ dig. $= 2\frac{1}{8}$ dig. lens obiectiua paretur secundum praecepta data. II°. ob $q = -\frac{1}{4}$ dig. radius vtriusque faciei erit $= -\frac{1}{2}(n-1)$ dig. vnde longitudo telescopii fit $= 1\frac{7}{8}$ dig. campi vero apparentis semidiameter $= 1°\ 31'$. quod telescopium omni attentione dignum videtur non obstante margine colorato.

Coroll. 3.

123. Si desideretur multiplicatio $m = 15$. statim reperitur $p = 16, 15$. dig. hinc $q = -1, 07$. dig. vnde longit. telescopii $= 15, 08$. dig. et semidiameter campi apparentis erit $= \frac{172}{15,58}$. minut. $= 11'\ 24''$ vnde patet hoc telescopium tam ob nimis exiguum campum quam ob nimis magnam longitudinem merito esse reiiciendum, dum contra casus praecedens maxime commendandus videtur.

Exempl. III.

124. Si ambae lentes ex eadem vitri ſpecie conſtent, obiectiua vero ſtatuatur triplicata, ſec §. 66. conſtruenda, vt ſit $\lambda = \frac{3-8\nu}{3,9}$; conſtructionem huius teleſcopii definire.

Vtamur vitro communi, pro quo eſt $n = 1, 55$ eritque $\lambda = 0, 0422$ et maneat $\lambda' = 1, 629$, ſumta iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$ erit

$$p = m. \sqrt[3]{(0, 0422\, m - 1, 629)}$$

vnde reliqua, vt in caſibus praecedentibus determinantur.

Inprimis autem hic notari meretur caſus, quo fit $0, 0422\, m = 1, 629$ ſiue $m = 38\frac{3}{5}$ pro qua ſumi debet lentis obiectiuae diſtantia focalis $p = 9\frac{13}{20}$ dig. manente $q = -\frac{1}{4}$. dig. hincque longitudo tubi $= 9\frac{2}{5}$. dig. ex qua ſemidiameter campi erit $= 18' \, 17''$ qui quidem campus ſatis eſt paruus, ſed ob tam notabilem multiplicationem facile tolerari poteſt, niſi forte margo coloratus offendat.

Exempl. IV.

125. Si pro lente obiectiua capiatur lens perfecta, ocularis autem maneat ſimplex atque adeo vtrinque aequaliter concaua, conſtructionem teleſcopii deſcribere.

Quo-

Quoniam ſupra huiusmodi lentes perfectas deſcripſimus partim ex vitro coronario, partim ex vitro chryſtallino conficiendas hic ante omnia attendendum eſt, quantae aperturae quaelibet ſit capax; cum enim pro multiplicatione m hic eſſe debeat $x = \frac{m}{40}$ dig. ante omnia videndum eſt, an lens perfecta hic adhibenda tantam aperturam admittat, quae cautela ſedulo eſſet obſeruanda, ſi valor ipſius p quopiam caſu prodiret $= 0$; quo vt ante capi deberet $p = \frac{1}{4}.m$; ita, vt fieret $x = \frac{1}{10}.p$, quod tantum in tertia lente triplicata locum habet. Verum non opus eſt, vt de hoc ſimus ſolliciti, quia ex formula radicali ſuperiori pro hoc caſu nunquam prodire poteſt $p = 0$, quoniam enim lens eſt perfecta, erit per hypotheſin $\lambda = 0$, ita vt fiat $p = m.\sqrt[3]{-1,629}$. vnde patet, ſemper adeo fore $p > m$, ſcilicet $p = 1,17.m$. quare ſtatim ſequitur hoc inſigne incommodum, vt mox ac multiplicationi m modicus valor tribuatur, campus apparens tam paruus ſit proditurus, vt teleſcopium fere omni vſu careat; cuius cauſſa cum ſit valor $\lambda = 0$, optandum hic eſſet, vt lens perfecta etiam nunc confuſionem quandam exiguam pareret, vt illa formula pro quapiam multiplicatione praeberet $p = 0$. Secundum praecepta autem ſupra data tales lentes non difficulter inueniri poſſent, quae dum nullam gignerent diſperſionem, aliquam tamen confuſionem producerent; verum eiusmodi inueſtigatio commodius inſtituetur his teleſcopiis vel vnam vel duas lentes nouas adiungendo.

Scholion.

126. Ratio huius insignis paradoxi, quod lentes perfectae hic minus vtilitatis praestent, quam lentes duplicatae et triplicatae praecedentes in hoc manifesto est posita, quod hic non eiusmodi lente obiectiua egeamus, pro qua sit $\lambda = 0$, sed potius tali, vt $\lambda m - \lambda'$ redigi possit ad nihilum. Supra autem facile fuisset eiusmodi lentes compositas inuenire, quae dum confusioni colorum mederentur, pro priori confusione datum valorem numeri λ habuissent; verum hic non opus est, vt illum laborem repetamus; sed potius alio modo hanc inuestigationem ad praesens institutum accommodari conueniet; duas scilicet pluresue lentes, quae vnitae lentem perfectam constituebant, hic tanquam disiunctas consideremus quo pacto id commodi assequemur, vt non solum vtraque confusio lentem etiam ocularem in calculo comprehendendo penitus tolli, sed etiam fortasse campus apparens vlterius extendi queat; quem in finem sequens problema praemitti oportet.

Problema 2.

127. Inter lentem obiectiuam et ocularem aliam insuper lentem inserere, vt telescopium eidem primo generi maneat accensendum.

Solu-

Solutio.

Ponamus ergo telefcopium conftare tribus lentibus PP, QQ, RR, ac primo quidem requiritur, vt hae fractiones $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ fint negatiuae; tum vero vt haec interualla $\alpha + b$; $\beta + c$ fint pofitiua; exiftente multiplicatione $m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c}$ fiue $m = \frac{\alpha}{c}$. B. ob $B = \frac{\beta}{b}$, quae proinde quantitas erit pofitiua. Introducamus nunc altera elementa, quae fupra litteris B, C et indicibus aperturae π, π' cum femidiametro campi Φ continebantur, ac pro priori conditione habebimus

$$\frac{\alpha}{b} = \frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} < 0.$$

$$\frac{\beta}{c} = \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$$

vnde cum Φ ex rei natura femper fit pofitiuum, debet effe $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ negatiuum, at vero $\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi$ pofitiuum; et quia $\gamma = \infty$; ideoque $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ vnde pofterior conditio dat $\pi' - \pi + \Phi > 0$. Pro campo autem apparente inuenimus $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$, vnde cum Φ et $m - 1$ fint quantitates pofitiuae, debet effe $-\pi + \pi'$ quantitas pofitiua, qua praecedens etiam conditio fponte continetur. Vt autem praeterea interualla lentium fiant pofitiua, has duas conditiones adipifcimur ex §. 16.

$$1^{\circ}.\ \frac{\mathfrak{B}\pi b}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} > 0.$$

vnde cum denominator fit negatiuus, etiam numerator debet effe negatiuus feu $\mathfrak{B}\pi p < 0$ prouti ergo

quantitas p fuerit vel positiua vel negatiua, debet esse $\mathfrak{B}\pi$ vel negatiuum vel positiuum.

$$2^{\circ}. \quad \frac{B\Phi p(\pi'-(1-\mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi-\Phi)(\pi'-\pi+\Phi)} > 0$$

vbi cum Φ sit positiuum, totus vero denominator negatiuus, etiam pro numeratore $Bp(\pi'-(1-\mathfrak{B})\pi)$ debet esse < 0.

Ex his igitur conditionibus si loco Φ valorem inuentum substituamus, sequentes conclusiones consequemur

1°. $\pi'-\pi > 0$.

2°. ob $\mathfrak{B}\pi-\Phi < 0$, debet esse $(m-1)\mathfrak{B}\pi-\pi'+\pi < 0$ seu $\pi'-\pi > (m-1)\mathfrak{B}\pi$ siue $\pi' > ((m-1)\mathfrak{B}+1)\pi$

3°. $\mathfrak{B}\pi p < 0$

4°. $Bp(\pi'-(1-\mathfrak{B})\pi) < 0$.

quia hic igitur formulae 3 et 4 ambae sunt negatiuae, haec per illam diuisa

$$\frac{B(\pi'-(1-\mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} > 0$$

vnde si denominator fuerit positiuus etiam numerator debet esse positiuus et contra. Consideremus nunc ambos casus extremos, alterum, quo media lens lenti obiectiuae vnitur, alterum, quo ea lenti oculari vnitur. Priori casu, quo scilicet $\alpha+b=0$, fit $\pi=0$, quemadmodum supra iam notauimus pro lentibus quot-

cunque

cunque cum obiectiua lente coalescentibus. Posteriore casu, quo $\beta + c = o$, debet $\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi = o$ seu $\pi' = (1 - \mathfrak{B})\pi$, qui valor in conditione superiore secunda positus dabit $m \mathfrak{B} \pi < o$ seu $\mathfrak{B} \pi < o$. Cum autem campus apparens potissimum a lente oculari pendeat, cui respondet littera π'; haec littera π' necessario est positiua; quare vt campus ob lentem mediam non minuatur, sed potius augeatur, numerum π negatiuum esse oportet; ex quo superiores conditiones propius hoc modo definientur:

1ma. scilicet $\pi' - \pi$ iam sponte fit $> o$ ideoque omitti potest:

2da. est $\pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$

ex 3^{tia}. autem sequitur $\mathfrak{B} p > o$

et 4to. $\frac{B(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} > o$.

Consideretur adhuc locus oculi, cuius distantia a lente oculari fit $O = \frac{\pi'}{m\Phi} \cdot r$ quae ob $\frac{\pi'}{m\Phi}$ positiuam fieret positiua, si modo r esset positiuum at cum sit $r = c$ ob $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ erit $r = \frac{Bp\Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$ cuius denominator cum sit positiuus examinandum est, vtrum Bp sit positiuum an negatiuum; at si Bp esset positiuum; distantia O quoque foret positiua, sin autem Bp esset negatiuum, foret quoque distantia O negatiua, oculusque lenti tertiae immediate applicari deberet, de quo casu praecepta supra data sunt obseruanda.

Co-

Coroll. 1.

128. Quia ſtatim ac multiplicatio m ſit modicae quantitatis, Φ multo minus eſt, quam π, cum $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ ſit negatiuum, quantitas $\mathfrak{B}\pi$ fiet quoque negatiua et ob $\pi < 0$ erit $\mathfrak{B}$ poſitiuum. Hinc pro tertia conditione $\mathfrak{B}\pi p < 0$ debebit eſſe p poſitiuum (excepto ſcilicet caſu, quo π quam minimum habet valorem ideoque p etiam negatiuum eſſe poſſet) et per tertiam et quartam conditionem coniunctim erit ob denominatorem negatiuum etiam numerator $B(\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi)$ negatiuus ſi ergo fuerit $\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi > 0$ erit $B < 0$; contra vero $B > 0$.

Coroll. 2.

129. Hae igitur conditiones impleri poſſunt pluribus modis, dum plura elementa manent indeterminata; ſtatim enim patet, quantitatem α ſeu p tam affirmatiuum, quam negatiuum valorem accipere poſſe; at quia $\mathfrak{B}p > 0$ ob $\pi < 0$, ſi p ſtatuamus poſitiuum, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe poſitiuum; ſin autem p ſumatur negatiue, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe negatiuum; interim tamen cum ſit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$, etiamſi ſit $\mathfrak{B}$ poſitiuum, littera B etiam nunc eſſe poteſt tam poſitiua, quam negatiua; altero vero caſu, quo $\mathfrak{B}$ eſt negatiuum, ſemper etiam B ſit negatiuum.

Scho-

Scholion.

130. Eodem modo, quo hoc problema resoluimus, conditiones etiam inueniri possunt, quando duae pluresue lentes inter obiectiuam et ocularem inseruntur seu quando huiusmodi telescopium ex quatuor pluribusue lentibus est compositum; ponamus enim quatuor id lentibus constare atque sequentes sex conditiones erunt adimplendae.

$1^\circ.\ \frac{\alpha}{b} < 0;\quad 2^\circ.\ \frac{\beta}{c} < 0.\quad 3^\circ.\ \frac{\gamma}{d} < 0$

$4^\circ.\ \alpha + b > 0;\ 5^\circ.\ \beta + c > 0.\ 6^\circ.\ \gamma + d > 0$

existente $\delta = \infty$ ideoque $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$. vnde si loco harum litterarum valores supra dati introducantur, hae sex conditiones praebebunt sequentes formulas, in quibus Φ semper vt positiuum ponitur

$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0.$

$2^\circ.\ \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$

$3^\circ.\ \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi} < 0.$

quae tres conditiones commodius ita referuntur.

$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0$

$2^\circ.\ \mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi > 0$

$3^\circ.\ \pi'' - \pi' + \pi - \Phi < 0.$

Pro tribus reliquis conditionibus, quia in singulis denominatores sunt negatiui, etiam numeratores opor-

tet esse negatiuos vnde sequentes conditiones erunt adimplendae.

4°. $\mathfrak{B}\pi p < 0$.

5°. $\mathrm{B}p(\mathfrak{C}\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi) < 0$

6°. $\mathrm{BC}p(\pi'' - (1 - \mathfrak{C})\pi') < 0$.

quae prout p fuerit vel positiuum vel negatiuum duplici modo considerari poterunt; in hoc negotio autem inprimis consideranda est expressio pro campo apparente, quae est $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$ quae quia tam magna desiderari solet, quam fieri potest, curandum est, vt fractiones π et π'' obtineant valores negatiuos eosque maximos, qui tamen $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{5}$ superare nequeunt, ac si forte hoc fieri nequeat, et alteruter debeat esse positiuus, tum vt is fiat quam minimus, erit efficiendum.

Scholion. 2.

131. His iam praemissis videamus, quo modo superiori incommodo, quo lentes perfectae pro hoc telescopiorum genere ineptae sunt deprehensae, remedium afferri possit. Considerabimus igitur telescopium vt tribus lentibus compositum, ac duas priores prorsus vniamus vt interuallum $\alpha + b$ euanescat sicque lens obiectiua fiat duplicata, verum nunc singula elementa ita definiamus, vt non pro sola obiectiua vtraque confusio destruatur, sed pro toto telescopio. Quo-

Quoniam vero ad hoc duplici vitri ſpecie opus eſt, adhibere cogimur binas illas ſpecies anglicas, ſcilicet vitrum coronarium et chryſtallinum. Vnde duo potiſſimum problemata naſcuntur, prout vel prima lens ex coronario, ſecunda vero ex chryſtallino, vel contra prior ex chryſtallino, ſecunda vero ex coronario fuerit paranda; de tertia autem lente oculari perinde ſere erit, ſiue eam ex vitro coronario ſiue ex chryſtallino conficere velimus, dummodo ea vtrinque aeque concaua reddatur, quandoquidem ea hoc modo maximam aperturam admittit, a qua campus apparens dependet.

Problema 3.

132. Si teleſcopii lens obiectiua ſit duplicata ac prior quidem ex vitro coronario, poſterior vero ex chryſtallino parata, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; conſtructionem huius teleſcopii pro quauis multiplicatione m deſcribere.

Solutio.

Cum igitur hic ſit $\alpha + b = 0$; ſiue $\alpha = -b$; et $\frac{\alpha}{b} = -1$ erit multiplicatio $m = -\frac{\beta}{c}$ ſeu $c = -\frac{\beta}{m}$ vbi littera β exprimit diſtantiam focalem ipſius lentis obiectiuae duplicatae ideoque, vt ex probl. 1 patet, debet eſſe poſitiua; vnde lens ocularis erit concaua. Cum igitur ſit $b = \frac{\beta}{B}$; $q = \mathfrak{B}\, b = \frac{\mathfrak{B}\beta}{B} = \frac{\beta}{B+1}$ erit $\alpha = \frac{-\beta}{B}$

 et

et litterae μ et ν, vna cum μ'', ex refractione $n = 1,53$; litterae vero μ' et ν' ex refractione $n = 1,58$ ſunt ſumendae; vnde pro confuſione ex apertura lentium deſtruenda habebimus hanc aequationem:

$$\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{mB^3} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}B} = 0$$

cum autem ſit $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ atque $n'' = n$ ob valorem diſtantiae O negatiuum pro margine colorato tollendo nanciſcimur hanc aequationem:

$$\pi'(3B + 10) = 10.\pi.$$

deinde vero pro hac confuſione penitus tollenda ſatisfieri oportet huic aequationi:

$$0 = -7 + \frac{10(B+1)}{B} - \frac{7}{mB}$$

$$\text{ſeu } 0 = -7B + 10.(B+1) - \frac{7}{m}$$

vnde reperitur $B = \frac{7-10.m}{3.m}$, $\mathfrak{B} = \frac{10m-7}{7m-7}$, ex qua littera B perfecte determinatur, ita, vt ex prima aequatione tantum litterae λ et λ' definiendae reſtent, quia ob lentem ocularem vtrinque aequalem, λ'' iam definitur. Inde igitur commodiſſime definitur numerus λ':

$$\lambda' = \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda}{\mu'} + \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu' B^3} - \frac{\nu'\mathfrak{B}^2}{B}$$

in qua quidem aequatione λ pro lubitu accipi poſſet, ſed ne λ' vnitatem nimis ſuperet, conueniet ſumi $\lambda = 1$ ſicque omnia iam erunt determinata, ita, vt nihil amplius ſuperſit, quod ex aequatione media poſſet determinari,

minari, quia ratio litterarum π et π' ex praemiſſis iam datur. Cum enim ſit $b = \frac{\beta}{B} = \frac{p\Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} = \frac{-\beta\Phi}{B(\mathfrak{B}\pi - \Phi)}$ hincque $\pi = 0$, et cum pro campo apparente ſit $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$ erit $\pi' = (m - 1)\Phi$ vnde pro ſecunda aequatione prodit

$$0 = (m - 1)\Phi(3\,B + 10)$$

quod cum fieri nequeat, praeter caſum $3\,B + 10 = 0$ ſeu $\frac{7 - 10 \cdot m}{m} + 10 = 0$ hincque $m = \infty$; margo coloratus tolli nequit, niſi multiplicatio ſit maxima ideoque pro maioribus multiplicationibus erit inſenſibilis, ad quem caſum cum haec teleſcopia accommodari conueniat, margo coloratus non erit metuendus, ſufficietque, ſi primae et tertiae aequationi ſatisfecerimus. Inuentis igitur quantitatibus B, λ et λ' pro data multiplicatione m gradus claritatis y aſſumatur, quo contenti eſſe voluerimus; indeque habebitur ſemidiameter aperturae primae lentis x. Si deinde diſtantiam focalem totius lentis obiectiuae, quae eſt aequalis β, vt indefinitam ſpectemus; habebimus inde 1° diſtantiam focalem prioris lentis; $\alpha = \frac{-\beta}{B}$ et pro poſteriore diſtantias determinatrices $b = \frac{\beta}{B}$ et β; ex quibus cum numeris λ et λ' vtramque lentem poterimus conſtruere; in qua conſtructione notetur minimus radius ſiue conuexitatis ſiue concauitatis eiusque parti quintae vel etiam quartae aequetur $x = my$; vnde ipſa quantitas β in digitis determinabitur. Hinc porro colligimus

 diſtan-

distantiam focalem lentis ocularis $= c = \frac{-\beta}{m}$; ex qua si huic lenti vtrinque figura aequalis tribuatur, vt scilicet maximae aperturae fiat capax radius istius curuaturae erit $= -\frac{2(n-1)\beta}{m}$ vti supra iam ostendimus §. 61, vbi etiam inuenimus pro hac lente fore $V(\lambda''-1) = \frac{\sigma-\varrho}{2\tau}$; vnde valor ipsius λ'' definitur.

Coroll. 1.

133. Cum hic distantia oculi post vltimam lentem O fiat negatiua; ideoque oculus huic lenti immediate adplicari debeat, in formula campum apparentem declarante $\Phi = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}$ fractio π' sumi debet $= \frac{\omega}{c}$ vt scilicet campum inueniamus, quem vno obtutu conspicimus; expediet autem, aperturam istius lentis tantam fieri, quantam curuatura facierum admittit, sicque nihil obstat, quominus ipsi π' valor $= \frac{1}{4}$ vel $= \frac{1}{5}$ tribuatur.

Coroll. 2.

134. Quod hic de valore vltimae litterarum π, π', π'' etc. notauimus, latissime patet, vt scilicet ei semper valor $\frac{1}{5}$ vel $\frac{1}{4}$ tribui possit, dummodo in computo campi apparentis eius valor ad $\frac{\omega}{c}$ imminuatur, si quidem hic fuerit minor; quippe quo modo campus vno obtutu conspectus definitur. Quando autem apertura lentis ocularis maior fuerit pupilla, tum pupilla eam quasi peragrando successiue totum campum con-

conſpiciet, quem verus valor ipſius π' definit ſicque in poſterum hanc limitationem a pupilla petitam penitus omittere poterimus; dummodo notetur, caſu, quo π' maius, quam $\frac{\omega}{c}$, hunc campum non vno obtutu apparere.

Coroll. 3.

135. Hoc igitur pacto teleſcopium adipiſcimur primi generis, quod obiecta ſine vlla confuſione ſiue ab apertura lentium ſiue a diuerſa radiorum natura oriunda repraeſentabit, ita, vt in illo nihil amplius poſſit deſiderari, niſi quod campus apparens nimis ſit exiguus; quo tamen defectu omnia teleſcopia tam Newtoniana, quam Gregoriana aeque laborant.

Scholion. 1.

136. Si haec ad praxin accommodare velimus, inchoandum erit a valore litterae B, quem tertia aequatio ſuppeditat, ſcilicet $B = \frac{7 - 10.m}{5m}$, qui ſtatim atque m ſit numerus modice magnus, abit in $B = -\frac{10}{5}$ quia autem hic valor $-\frac{7}{5}$ deriuatus eſt ex Dollondi experimentis, vnde rationem $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ deduximus, nemo certe arbitrabitur, hanc rationem tam exacte veritati reſpondere, vt non ſatis notabiliter ab ea diſcrepare poſſit; quam ob cauſſam ridiculum plane foret, ſi circa valorem huius litterae B nimis ſcrupuloſi eſſe vellemus, neque etiam res ipſa tantam preciſionem exigere

gere videtur, cum iam plurimum praeſtitiſſe is ſit cenſendus, qui hanc confuſionis ſpeciem, quae hactenus nullo plane modo imminui poſſe eſt credita, plurimum imminuere potuerit, etiamſi ad nihilum non reduxerit, audacter igitur ſtatuere poterimus, $\mathfrak{B} = -\frac{10}{3}$ pro quacunque multiplicatione, indeque tantum ſupereſt, vt formula pro λ' inuenta euoluatur; in quo nihil omnino negligere licebit; quoniam vt ſupra iam inuenimus ſolus terminus $\frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu'.\mathfrak{B}^3}$ tanti erat momenti, vt a lente obiectiua perfecta optatus effectus exſpectari non potuerit.

Scholion 2.

137. Quoniam in ſequentibus plurimum intererit, vt lentibus ocularibus eiusmodi figura tribuatur, quae maximae aperturae ſit capax, hocque manifeſto eueniat, ſi ambae huius lentis facies reddantur aequales: pro huiusmodi lente valor litterae λ ita definietur, vt fiat $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \rho}{2\tau}$ quem igitur pro praecipuis vitri ſpeciebus hic exhibeamus.

$n.$	$\sqrt{\lambda - 1}.$	$\lambda.$
1. 53	0, 77464.	1. 60006.
1. 55	0, 79367.	1. 62991.
1. 58	0, 82125.	1. 67445.

Cum igitur nunc habeamus valorem $\lambda'' = 1,60006$, per ea, quae in problemate ſunt conſtituta, habebimus

$\mu = 0.$

$\mu = 0.9875$; $\mu' = 0.8724$; $\nu' = 0.2529$. ſumto $B = -\frac{10}{3}$ et $\mathfrak{B} = +\frac{10}{7}$; aequatio prima reſoluenda induet hanc formam:

$$\lambda' = 3,3001.\lambda - \frac{0.1126}{m} + 0.1548$$

ex qua ne valor ipſius λ' praeter neceſſitatem nimis magnus prodeat, ſtatuamus $\lambda = 1$, fietque

$$\lambda' = 3,4549 - \frac{0.1126}{m}$$

cuius aequationis vſum in aliquot exemplis oſtendamus.

Exempl. I.

138. Huiusmodi teleſcopium conſtruere, quod obiecta vicies quinquies aucta repraeſentet, ſeu ſit $m = 25$. Cum ſit $\lambda = 1$, erit $\lambda' = 3,4492$ et $\lambda' - 1 = 2,4492$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,5649$; atque hinc ſequens ſingularum lentium conſtructio colligetur:

I. Pro lente prima ex vitro coronario facta

ob eius diſtantiam focalem $p = \alpha = +\frac{3\beta}{10}$ et $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0$ fiet

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\beta \\ \text{poſter.} = 1.3239.\beta \end{cases}$

II. Pro ſecunda lente ex vitro chryſtallino

cum ſint diſtantiae determinatrices $b = \frac{\beta}{B} = -\frac{3}{10}\beta$, et litterae $\varrho = 0.1413$, $\sigma = 1,5827$, $\tau = 0,8775$

 et

et $V(\lambda' - 1) = 1,5649$ si pro radiis anterioris et posterioris faciei ponamus litteras F et G, habebimus

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

$$G = \frac{b\beta}{\varrho b + \sigma\beta \mp \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

atque hinc

$$\frac{1}{F} = \frac{3\sigma - 10.\varrho \mp 7.\tau.\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{3\varrho - 10.\sigma \pm 7.\tau.\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta}.$$

quibus euolutis prodit

$$\frac{1}{F} = \frac{3.3351 \mp 5.6124}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-15.4631 \pm 5.6124}{3\beta}$$

vt igitur radii non nimis fiant parui, vti oportet signis superioribus, vnde obtinebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-5.2773}{3\beta}; \; F = -0.4779.\beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7507}{3\beta}; \; G = -0.5180.\beta$$

III. Pro tertia lente oculari

ex vitro coronario paranda constructio est facillima, dum vtriusque faciei radius esse debet $= 2(n-1)r = -1,06.r = -0,00424.\beta$.

Binae priores lentes sibi inuicem immediate iunguntur, vt vnam quasi lentem constituant, cuius aperturae semidiameter maior esse nequit, quam quarta circi-

circiter pars radii minimi quae est $= 0.0452\,\beta$, & habebimus $x = 0.0452\,\beta$. Debet autem esse $x = my$; denotante y gradum claritatis atque iam notauimus statui posse $y = \frac{1}{50}$. dig. ita, vt hoc casu habeamus $x = \frac{1}{2}$ dig. quo circa valor ipsius β ita determinabitur, vt sit $\beta = 11, 1$ dig. saltim β hoc limite non debet capi minus vnde superiores mensurae absolute innotescunt. Campi autem apparentis semidiameter ob $\pi = 0$ erit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{\pi'}{24}$; sumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$ erit in minutis primis $35\frac{3}{4}$ min. quem campum oculus vno obtutu cerneret, si semidiameter pupillae esset $\pi' r = 0.1120$. Quanto autem est minor, tanto minorem quoque campum vno obtutu videbit. Longitudo autem huius telescopii erit $= 10\frac{3}{4}$ digit.

Scholion.

139. Hoc ergo telescopium ad praxin satis accommodatum videtur, cum eius longitudo minor sit vndecim digitis et tamen vicies quinquies obiecta augeat, campo apparente non adeo exiguo existente; hincque etiam patet quantum lens perfecta hic immutari debuerit, vt etiam confusionem a lente oculari oriundam tolleret. Verum hic notandum est, constructionem huius instrumenti summam artificis sollertiam requirere minimumque errorem commissum totum opus irritum reddere quare non nisi post plura tentamina successus sperari poterit. Multo maiore autem sollertia erit opus, si maiorem quoque multipli-

cationem defideremus, vti ex fequenti exemplo erit manifeftum.

Exemplum II.

140. Huiusmodi telefcopium conficere, quod obiecta quinquagies multiplicet feu fit $m = 50$.

Erit pro hoc cafu $\lambda' = 3.4521$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1.5659$ qui valor praecedentem fuperat $\frac{1}{1555}$ hoc eft, fui parte $\frac{1}{1564}$, ita, vt fuperior formula $\sqrt{(\lambda' - 1)}$ per $1 + \frac{1}{1564}$ multiplicata praebeat praefentem valorem et cum reliqua elementa maneant, vt ante, erit

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\ \beta \\ \text{pofter.} = 1.3239.\ \beta \end{cases}$

II. Pro fecunda lente

habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-5.7651 \mp 0.5183}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.4031 \pm 0.3785}{3\beta}$$

fumtisque fignis fuperioribus habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-6.2834}{3\beta};\ F = -0.4774\ \beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7816}{3\beta};\ G = -0.5186.\ \beta$$

quae duae lentes iunctae aperturam admittent, cuius femidiameter $= 0.0452.\ \beta$; quo fcilicet maior non

deceт

debet esse valor $x = my = 1$. dig. quare capi debebit $\mathfrak{E}$ maius, quam 22, 1. dig.

III. Pro lente oculari,

cuius distantia focalis est $= \frac{-\beta}{m} = \frac{-\beta}{50}$ radius vtriusque faciei erit $= -\frac{2(n-1)\beta}{50} = -0,0212$. & sumto autem $\pi' = \frac{1}{4}$ erit aperturae eius semidiameter $x = +\frac{\beta}{200}$ $= 0,110$. dig. vnde semidiameter campi apparentis fit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{1}{196}$ siue angulus $\Phi = 17\frac{1}{2}$ min. prim. Longitudo denique huius telescopii erit $= \mathfrak{E} + r = 21,658$ siue $21\frac{2}{3}$ dig.

Scholion.

141. In hoc exemplo constructio lentis secundae vix discrepat a praecedente; vnde patet, quam adcurate mensurae inuentae obseruari debeant vt effectus voto respondeat facillimeque euenire posse, vt quae lens obiectiua datae cuidam multiplicationi destinatur, ea longe alii multiplicationi inseruiat; quare quantamcunque etiam sollertiam artifex adhibuerit, multiplicatio cui conueniat, explorari debet, dum scilicet ei successiue aliae atque aliae lentes oculares adiunguntur; tum enim pro certa quadam multiplicatione fieri poterit, vt telescopium egregium effectum producat, hanc ob caussam supersedeamus altero casu supra memorato, quo pro lente obiectiua lens prior ex vitro chrystallino, posterior ex coronario parari debebat, quoniam

 haec

haec quae euoluimus, ſufficere videntur et multo magis expediet pro lente obiectiua lentem triplicatam exhibere eamque talem, cuius prima et tertia lens ex vitro chryſtallino, media ex coronario ſit confecta, quia iam ſupra hinc aptiſſima lens perfecta eſt nata.

Problema 3.

142. Si lens obiectiua teleſcopii ſit triplicata, cuius prima et tertia lens ex vitro chryſtallino, media vero ex coronario ſit conficienda, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; huius teleſcopii conſtructionem deſcribere, vt omni confuſione careat.

Solutio.

Hoc igitur teleſcopium ex quatuor omnino lentibus conſtabit, pro quibus erit $n = 1,58$; $n' = 1,53$; $n'' = n$ et $n''' = n'$. et quia tres priores lentes in vnam quaſi coaleſcere debent, erit $\alpha + b = 0$; et $\beta + c = 0$; ſiue $\frac{\alpha}{b} = -1$; et $\frac{\beta}{c} = -1$; quare cum ſit multiplicatio $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ erit $m = \frac{-\gamma}{d}$ ſeu $d = \frac{-\gamma}{m}$ reliquae vero litterae ſimili modo per γ exprimi poterunt, ſcilicet $c = \frac{\gamma}{C}$; $\beta = \frac{-\gamma}{C}$; $b = \frac{-\gamma}{BC}$ et $\alpha = \frac{\gamma}{BC}$; ex quibus diſtantiae focales oriuntur

$$p = \frac{\gamma}{BC}; \quad q = \frac{-\mathfrak{B}\gamma}{BC}; \quad r = \frac{\mathfrak{C}\gamma}{C}; \quad s = \frac{-\gamma}{m}.$$

Quibus praemiſſis pro confuſione ex apertura lentium orta deſtruenda habebimus hanc aequationem:

μλ-

$$\mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{\mu''}{\mathfrak{C}.B^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right) - \frac{\mu'''.\lambda'''}{B^3C^3.m} = 0$$

quae ob $\mu'' = \mu$; $\nu'' = \nu$ et $\mu''' = \mu'$ euoluta dabit:

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3} - \frac{\mu'\lambda'''}{B^3C^3.m} \\ \quad - \frac{\mu'\nu'}{B\mathfrak{B}} + \frac{\mu\nu}{B^3C\mathfrak{C}}. \end{cases}$$

Ne nimis rationi 7 : 10, qua ante vsi sumus, inhaereamus, ponamus in genere $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, et $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$, vt sit circiter $\zeta : \eta = 10 : 7$; deinde quia nostro casu sit $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ pro margine colorato abolendo habebimus

$$0 = \zeta - \frac{\eta(B+1)}{B} + \frac{\zeta(C+1)}{BC}$$

siue

$$\zeta(1 + C + BC) = \eta(B+1)C$$

ex qua quid concludere liceat deinceps videbimus: Tertiam aequationem nobis praebet destructio tota huius confusionis, scilicet istam:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m}$$

Ponatur breuitatis gratia $\frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m} = \vartheta$, eritque

$$0 = BC + C + \vartheta$$

vnde prodit $C = \frac{-\theta}{B+1}$

vel $B = -1 - \frac{\theta}{C}$

Cum autem secunda aequatio abeat in hanc formam:

BC-

$$BC + C + \frac{\zeta}{\zeta - \eta} = 0$$

ambabus fimul fatisfieri nequit, nifi fit $\vartheta = \frac{\zeta}{\zeta - \eta}$; hoc eft nifi fit $\frac{\zeta - \eta}{\vartheta} = \zeta$, fiue $\zeta m - \zeta m = \eta = 0 m$; fiue $m = \infty$, prorfus vt in cafu praecedente. Regrediemur igitur ad noftram aequationem primam, in qua fiue loco B fiue loco C valorem debitum fubftituamus. Cum autem rationem $\zeta : \eta$ non tam exacte noffe liceat, fufficiet valores proximos fumfiffe, hunc in finem, in tertia aequatione terminum per m diuifum negligamus et habebimus:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta}{\zeta - \eta}; \text{ fiue}$$

$$0 = BC + C + \frac{10}{3}; \text{ hincque}$$

$$C = \frac{-10}{3(B+1)} \text{ et}$$

$$C + 1 = \frac{3B - 7}{3(B+1)}$$

quibus fubftitutis et diuifione facta per $(B+1)^3$ prodit

$$\begin{aligned} 0 = & -1000\,\mu\lambda.\,\mathfrak{B}^3 + 1000\,\mu'\lambda' \\ & + \mu\lambda''(10\,\mathfrak{B} - 7)^3 - \frac{27\,\mu\lambda'''}{m} \\ & + 1000.\,\mu'\nu'\,\mathfrak{B}(1 - \mathfrak{B}) \\ & - 30\,\mu\nu(10\,\mathfrak{B} - 7)(1 - \mathfrak{B}) \end{aligned}$$

quae fumto $\lambda'' = \lambda$ fit aequatio quadratica, ex qua $\mathfrak{B}$ definitur.

Ex

Ex hac autem aequatione cognoscimus, huiusmodi substitutionem etiam in genere succedere; cum enim sit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$ ob $B + 1 = \frac{1}{1-\mathfrak{B}}$ fiet $C = -\vartheta(1-\mathfrak{B})$ et $C + 1 = 1 - \vartheta + \vartheta\mathfrak{B}$ hincque $\mathfrak{C} = \frac{-\theta(1-\mathfrak{B})}{1-\theta+\theta\mathfrak{B}}$ et ipsa aequatio prima reducetur ad hanc formam, si scilicet per $\mathfrak{B}^3$ multiplicetur:

$$0 = \mu\lambda\mathfrak{B}^3 - \mu'\lambda' - \mu\lambda''(\mathfrak{B} - 1 + \tfrac{1}{\theta})^3$$
$$+ \frac{\mu'\lambda'''}{m\theta^3} - \mu'\nu'\mathfrak{B}(1 - \mathfrak{B})$$
$$+ \frac{\mu\nu(1-\mathfrak{B})(\mathfrak{B} - 1 + \frac{1}{\theta})}{\vartheta}$$

existente $\vartheta = \frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m}$; ac si ponatur $\vartheta = \frac{10}{3}$ praecedens aequatio sponte prodit.

Statuamus igitur $\lambda'' = \lambda$ et euolutio huius aequationis sequentem praebebit aequationem quadraticam secundum potestates litterae $\mathfrak{B}$ dispositam

$$\mathfrak{B}^2[3\mu\lambda[1 - \tfrac{1}{\theta}] + \mu'\nu' - \tfrac{\mu\nu}{\theta}]$$
$$+ \mathfrak{B}[-3\mu\lambda[1 - \tfrac{1}{\theta}]^2 - \mu'\nu' + \tfrac{\mu\nu}{\theta}[2 - \tfrac{1}{\theta}]]$$
$$+ \mu\lambda[1 - \tfrac{1}{\theta}]^3 - \mu'\lambda' + \frac{\mu'\lambda'''}{m\theta^3} - \mu\nu[1 - \tfrac{1}{\theta}] = 0.$$

ex qua $\mathfrak{B}$ definiri debet.

Nunc igitur statuamus $\vartheta = \frac{10}{3}$; tum vero $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$. et pro lente oculari sit $\lambda''' = 1.60006$. tum vero $\mu = 0.8724$ et $\nu = 0.2529$ $\mu' = 0.9875$, $\nu' = 0$.

$\nu' = 0.2196$; vnde fit $l\mu\nu = 9.3436645$; $l\mu'\nu' = 9.3361694$.

Pro termino $\mathfrak{B}^2$.

$$\mathfrak{B}^2 (\tfrac{21}{10}\mu + \mu'\nu' - \tfrac{3}{10}\mu\nu)$$

$$\mathfrak{B}^2 (+1.83204 - 0.06618)$$

$$\begin{array}{r} +0.21685 \\ \hline 2.04889 \\ 0.06618 \\ \hline 1.98271 \end{array}$$

$$+1.98271.\mathfrak{B}^2 - 1.38675\,\mathfrak{B} - 0.84271 + 0.\tfrac{04266}{m} = 0.$$

qua diuiſa per 1.98271 fiet

$$\mathfrak{B}^2 = 0.69942.\,\mathfrak{B} + 0.42503 - \tfrac{0.02152}{m}$$

cuius reſolutio ſuppeditat

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm \surd(0.54736 - 0.\tfrac{02152}{m}) \text{ vel}$$

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm (0.73983 - 0.\tfrac{01454}{m})$$

vnde bini ipſius $\mathfrak{B}$ valores erunt

I. $\mathfrak{B} = 1.08954 - 0.\frac{01454}{m}$

II. $\mathfrak{B} = -0.39012 + 0.\frac{01454}{m}$

Coroll. I.

143. Tribus igitur prioribus lentibus immediate coniunctis exiſtit lens obiectiua triplicata, cuius diſtan-

tia

tia focalis erit aequalis γ, ex qua radios singularum facierum definire oportet, inter quos notetur minimus, qui sit $= i\gamma$, cuius pars quarta $= \frac{1}{4} i\gamma$ dabit semidiametrum aperturae, quam ista lens obiectiua admittit.

Coroll. 2.

144. Porro vero ex multiplicatione m data et gradu claritatis y definitur semidiameter aperturae lentis obiectiuae $x = my$ idque in digitis, sumendo v. gr. $y = \frac{1}{50}$ dig. vnde habebitur ista aequatio $my = \frac{1}{4} i.\gamma$, ex qua per mensuram absolutam colligitur $\gamma = \frac{4.my}{i}$.

Coroll. 3.

145. Cum autem lens ocularis debeat esse vtrinque aeque concaua, vt sit $\lambda''' = 1,60006$, erit eius distantia focalis $= d = \frac{-\gamma}{m}$; vnde radius vtriusque faciei statui debet $= -\frac{2(n'-1)}{m}.\gamma = \frac{-1,06}{m}\gamma$, cuius aperturae semidiameter sumi potest quater minor, vt sit $x = \frac{\gamma}{4m}$.

Exempl. I.

146. Posita multiplicatione $m = 25$ construere huiusmodi telescopium ex valore priore pro littera $\mathfrak{B}$ inuento.

Cum igitur sit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = +1,08896$ ex quo sequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -12,24100$ et log. $B = 1.0878169$. Porro $C = -\vartheta(1-\mathfrak{B}) = 0,2965$ hincque ob $BC + C + \vartheta = 0$ colligimus $BC = -C - \vartheta = +\vartheta - \vartheta\mathfrak{B} - \vartheta = -\vartheta\mathfrak{B} = -3,6298$ et $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1} = 0.22869$.

 Sint

Sint nunc radii facierum primae lentis F et G; secundae F′ et G′ ac tertiae F″ et G″ ob distautias determinatrices

$$a = \infty;\ b = \frac{-\gamma}{BC};\ c = \frac{\gamma}{C}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{BC};\ \beta = \frac{-\gamma}{C};\ \gamma = \gamma$$

et numeros $\lambda = 1$; $\lambda' = 1$; $\lambda'' = 1$ erit

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\gamma}{BC.\sigma};\ G = \frac{\alpha}{\varrho} = \frac{\gamma}{BC.\varrho}$$

$$F' = \frac{b\beta}{\varrho'\beta + \sigma'b} = \frac{-\gamma}{BC\varrho' + C\sigma'}$$

$$G' = \frac{b\beta}{\varrho'b + \sigma'\beta} = \frac{-\gamma}{BC\sigma' + C\varrho'}$$

$$F'' = \frac{c\gamma}{\varrho\gamma + \sigma c} = \frac{\gamma}{C\varrho + \sigma}$$

$$G'' = \frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \varrho} = \frac{\gamma}{C\sigma + \varrho}$$

Cum igitur sit $\varrho = 0.1413$, $\sigma = 1.5827$ et $\varrho' = 0.2266$; $\sigma' = 1.6602$ calculo instituto obtinebimus:

$F = -0,1740\,\gamma$; $G = -1,9497\,\gamma$
$F' = +3,0276.\gamma$; $G' = +0,1678\,\gamma$
$F'' = 0,6155\,\gamma$; $G'' = +1,6378\,\gamma$

At pro lente oculari radius vtriusque faciei erit $= -0,0424.\gamma$. Inter illos autem radios minimus est $0,1678.\gamma$, cuius parti quartae $0,0419.\gamma$ si aequetur $x = my = 25.y = \frac{1}{2}$ dig. prodibit $\gamma = 12.$dig. Longitudo telescopii $\gamma(1 - \frac{1}{m}) = 11,52$ dig. et semidiameter campi apparentis ob $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ fiet $\Phi = -\frac{\pi''}{m-1}$ et sumto $\pi'' = -\frac{1}{4}$ erit $\Phi = \frac{1}{96}$ in part.

rad.

rad. vel $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. prim. quem oculus vno obtutu conspiceret, si semidiameter pupillae aequalis esset semidiametro aperturae lentis ocularis hoc est $= \frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma}{m} = \frac{\gamma}{100} = \frac{3}{25}$ dig. alioquin si pupilla minor esset, in eadem ratione campus deberet imminui.

Exempl. II.

147. Posita multiplicatione $m = 50$ construere huiusmodi telescopium ex valore priore ipsius $\mathfrak{B}$.

Cum sit $m = 50$ erit $\mathfrak{B} = + 1,08925$ ex quo sequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = - 12,2045$ et log. $B = 1.0865194$. Porro $C = 0.2975$ et $BC = - 3,6308$. Cum igitur praecedentes formulae etiam nunc locum habeant, radii singularum facierum ita reperiuntur expressi:

$F = - 0.1740.\gamma$; $G = - 1.9493.\gamma$.
$F' = + 3.0410.\gamma$; $G' = + 0.1677.\gamma$.
$F'' = 0,6155.\gamma$; $G'' = + 1.6337.\gamma$.

Horum radiorum minimus est $0,1677$, cuius parti quartae $0.0419.\gamma$ aequalis statui debet semidiameter aperturae $x = my = 1$ dig. ex quo definitur $\gamma = \frac{1}{0,0419} = 23,86$. dig. ita, vt statui possit $\gamma = 24$ dig. Tum autem erit distantia focalis lentis ocularis $= \frac{\gamma}{m} = \frac{12}{25}$ dig. radiusque vtriusque faciei $1,06.\frac{12}{25} = 0.508$ dig.

Longitudo ergo huius telescopii erit $= \gamma(1 - \frac{1}{m}) = 23,04$. dig. et semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{\pi''}{39} = \frac{1}{196}$ et in minutis primis $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Scholion.

148. Ad maiorem multiplicationem hunc calculum non profequor, quia differentia prodiret tam exigua, vt ab artificibus vix videatur exfequenda; quare eadem exempla etiam ab altero valore pro $\mathfrak{B}$ inuento euoluamus.

Exempl. III.

149. Pofita multiplicatione $m = 25$, conftruere huiusmodi telefcopium ex valore pofteriore ipfius $\mathfrak{B}$.

Cum fit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = -0,38954$ et $1 - \mathfrak{B} = 1,38954$, vnde fit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -0.280369$ et log. $B = 9.4476810$; deinde fiet $C = -\vartheta(1-\mathfrak{B}) = -4.6318$ et $BC = +1,29850$.

Quia igitur formulae pro radiis facierum manent, vt fupra, inueniemus eos, vt fequitur:

$F = 0.486585\,\gamma$; $G = 5,45024\,\gamma$.
$F' = +0.13521.\,\gamma$; $G' = -0.90400.\,\gamma$
$F'' = +1.07723.\,\gamma$; $G'' = -0.13909.\,\gamma$.

Inter hos radios minimus eft $0,13521\,\gamma$ cuius parti quartae $0,03380.\,\gamma$ aequari debet femidiameter aperturae $x = my. = \frac{1}{2}$ dig. vnde $\gamma = \frac{1}{0,06760} = 15$ dig.; ita vt telefcopii longitudo $= \gamma(1 - \frac{1}{m}) = 14\frac{2}{5}$ dig., diftantia autem focalis lentis ocularis erit $= -\frac{3}{5}$ dig. ita, vt radius faciei vtriusque $= 0.6360.$ dig. et femidiameter campi apparentis erit vt fupra, $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. qui ab oculo vno obtutu vel faltim fucceffiue confpici poterit.

Exem-

Exempl. IV.

150. Posita multiplicatione $m = 50$ construere huiusmodi telescopium ex valore posteriore ipsius $\mathfrak{B}$.

Cum sit $m = 50$, erit $\mathfrak{B} = -0.38983$ et $1 - \mathfrak{B} = 1.38983$; vnde colligitur $C = -4,6328$ et $BC = +1,2995$.

Cum igitur formulae pro radiis facierum maneant eaedem, ex iis facto calculo nanciscemur:

$F = 0.48621.\gamma$; $G = 5,44604.\gamma$
$F' = 0.13519.\gamma$; $G' = -0,90285.\gamma$
$F'' = 1.07747.\gamma$; $G'' = -0.13906.\gamma$.

Inter quos radios minimus est $0.13519.\gamma$ cuius parti quartae $0.03379.\gamma$ aequari debet semidiameter aperturae $x = my = 1$. dig. vnde $\gamma = 29$ dig. et distantia focalis lentis ocularis $= -0,58$. dig. et radius vtriusque faciei $= 0,6148$. Longitudo ergo telescopii erit $= 28,42$ dig. et semidiameter campi $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Scholion.

151. Etsi haec telescopia quatuor lentibus reuera constant, ea tamen quasi tantum ex duabus lentibus composita spectare licet, propterea quod tres priores lentes in vnam coaluerunt, vt lens obiectiua fieret triplicata et meliore successu loco lentium triplicatarum perfectarum supra traditarum vsurpanda; quandoquidem iam vidimus, lentibus illis perfectis solam ipsarum confusionem vtriusque generis annihilari,

lari, ita, vt confufio lentis ocularis etiam nunc tota fubfifteret, quamobrem lentes triplicatas hic in vfum vocatas data opera ita inftruximus, vt non effent perfectae, fed vt iis etiam confufio lentis ocularis ad nihilum redigeretur, quae fi modo artifex exactiffime perficere poffet, nihil amplius defiderari poffe videretur. Verum duabus adhuc difficultatibus haec telefcopia premuntur; altera eft, quod tribus huiusmodi lentibus coniungendis craffities ita fiat modica, vt non amplius tanquam euanefcens fpectari poffit, quemadmodum calculus nofter poftulat; vnde etiamfi artifex noftras menfuras exactiffime exfequi valeret, neutiquam tamen perfectus confenfus inter theoriam et praxin fperari poffet; altera difficultas in anguftia campi apparentis eft pofita, maximeque eft optandum, vt campo maior amplitudo concilietur; quo igitur huic duplici incommodo confulamus, in fequenti capite hanc inueftigationem vlterius profequamur, dum huius generis telefcopiis reuera plures duabus lentes tribuemus, quae omnes a fe inuicem certis interuallis fint disiunctae, vbi inprimis in hoc erit inquirendum, num hoc modo etiam vtriusque generis confufio aeque feliciter tolli poffit; deinde vero num hoc modo campus apparens magis amplificari poffit, ac fi praeterea longitudo horum telefcopiorum minor prodiret; tum certe iis fummus perfectionis gradus conciliatus effet cenfendus.

CAPVT

CAPVT V.

DE VLTERIORE TELESCOPIORVM PRIMI GENERIS PERFECTIONE VNA PLVRIBVSVE LENTIBVS ADJICIENDIS.

Problema I.

152.

Si huiusmodi telefcopium primi generis ex tribus lentibus a fe inuicem feparatis fit conficiendum, inueftigare momenta, quibus ei maximus perfectionis gradus conciliari queat.

Solutio.

Manentibus perpetuo omnibus elementis vti in principio funt conftituta, confideremus primo aequationem $m = \frac{\alpha}{b}.\frac{\beta}{c}$ in qua ambae fractiones $\frac{\alpha}{b}$ et $\frac{\beta}{c}$ debent effe negatiuae ac praeterea interualla $a + b$ ac $\beta + c$ pofitiua et quoniam nunc non debet effe $\frac{\alpha}{b} = -1$, ne binae priores lentes coalefcant, ftatuamus $\frac{\alpha}{b} = -k$, vt fiat $m = -k.\frac{\beta}{c}$ hincque $\mathfrak{B} = \frac{-mc}{k}$ fiue $c = \frac{-\beta k}{m}$ et $\alpha = -bk$ vnde ob $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}\, b$ omnes hae diftantiae per α fequenti modo determinantur, $b = -\frac{\alpha}{k}$; $\mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{B}\alpha}{k}$ et

et $c = + \frac{B\alpha}{m}$ exiſtente $\gamma = \infty$. Hinc igitur eſſe oportebit $\alpha(1 - \frac{1}{k}) > 0$; $\alpha B(\frac{1}{m} - \frac{1}{k}) > 0$. ſeu, quia m et k ſunt poſitiua $\alpha(k-1) > 0$ et $\alpha B(k-m) > 0$ adeoque etiam $\frac{B(k-m)}{k-1}$ debet eſſe > 0, quocirca duo caſus erunt perpendendi, *prior Caſus*, quo α eſt quantitas poſitiua, tum debet eſſe $k > 1$; tum vero vel $k > m$ ſi B ſit poſitiuum vel $k < m$, ſi $B < 0$. *Altero caſu*, quo α eſt negatiuum, debet eſſe $k < 1$; tum vero vel $k > m$, ſi B ſit negatiuum vel $k < m$, ſi B ſit poſitiuum, vbi ob $m > 1$ illa conditio $k > m$ ſponte cadit. His igitur praemiſſis primo ad nihilum redigamus formulam pro ſemidiametro confuſionis ſupra datam:

$$0 = \mu\lambda + \frac{\mu'.q}{\mathfrak{B}^2.p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{B^3.m}.$$

ſiue ob $q = -\frac{\alpha\mathfrak{B}}{k}$ et $p = \alpha$

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{B^3.m}$$

quae redit ad hanc formam

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3.k} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3.m} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}Bk}$$

Deinde, vt margo coloratus tollatur ob $O = 0$ haec habetur aequatio

$$0 = \frac{dn}{n-1} B\pi' - \frac{dn'}{n'-1}.\frac{1}{k}((B+1)\pi'' - \pi)$$

atque vt haec confuſio penitus euertatur habetur ex §. 54.

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{1}{k^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \frac{1}{r}$$

Ad has aequationes resoluendas primo ratio inter π et π' debet definiri, id quod facillime praestabitur per formulas fundamentales in ipso initio propositas: $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{\alpha+\gamma}{q} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}$ et $\frac{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}{\Phi} = \frac{B\alpha}{c} = m$ ex quibus colligitur $\pi = \frac{(1-k)\Phi}{\mathfrak{B}}$ et $\pi' = (m-1)\Phi + \pi = \frac{1-k+(m-1)\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}}\Phi$ ita, vt sit $\pi : \pi' = 1-k : 1-k+(m-1)\mathfrak{B} = 1 : 1 + \frac{m-1}{1-k} \cdot \mathfrak{B}$. deinde breuitatis gratia statuamus

$$\frac{dn}{n-1} = N; \quad \frac{dn'}{n'-1} = N'; \quad \frac{dn''}{n''-1} = N''.$$

atque hinc IIda et IIItia aequatio transformabuntur in sequentes:

$$\text{II. } 0 = N.B(1-k+(m-1)\mathfrak{B}) - N'.\tfrac{1}{k}(B(1-k)+(B+1)(m-1)\mathfrak{B})$$

siue

$$0 = (m-1)N\mathfrak{B} + (1-k)N - \frac{m-k}{k}N'.$$

$$\text{III. } 0 = N - \frac{N'}{k\mathfrak{B}} + \frac{N''}{mB}$$

Ex vtraque harum aequationum definiri potest valor ipsius $\mathfrak{B}$.

Ex IIda

$$\mathfrak{B} = \frac{m-k}{(m-1)k} \cdot \frac{N'}{N} - \frac{1-k}{m-1}$$

Ex IIItia vero sequitur

$$\mathfrak{B} = \frac{mN'-N''}{k(mN-N'')}$$

Videamus, an poſterior valor ipſius $\mathfrak{B} = \frac{mN' - kN''}{k(mN - N'')}$ cum conditione ante inuenta $\frac{B(k - m)}{k - 1} > 0$ ſubſiſtere poſſit. Hunc in finem ob $B = \frac{\mathfrak{B}}{1 - \mathfrak{B}}$ quaeramus $1 - \mathfrak{B}$ fietque $1 - \mathfrak{B} = \frac{m(kN - N')}{k(mN - N'')}$ eritque $B = \frac{mN' - kN''}{m(kN - N')}$ vnde conditio noſtra poſtulat, vt ſit $\frac{(mN' - kN'')(k - m)}{m(kN - N')(k - 1)} > 0$ quae ſi eſſet $N = N' = N''$ abiret in hanc $\frac{-(k - m)^2}{m(k - 1)^2} > 0$ quod eſt impoſſibile, eatenus igitur tantum haec conditio locum habere poterit, quatenus litterae N, N′, N″ ſunt inaequales, id quod eueniet, ſi numerator prodeat poſitiuus, quod fit, ſi vterque eius factor vel fiat poſitiuus vel vterque negatiuus; priori caſu $mN' - kN'' > 0$ adeoque $k < m. \frac{N'}{N''}$ et $k > m$, quod fieri poteſt, ſi modo ſit $\frac{N'}{N''} > 1$ ſiue $N' > N''$.

Pro altero vero caſu, quo vterque factor eſt negatiuus, erit $k < m$ et $k > \frac{N'}{N''}. m$, quod fieri poteſt, ſi modo ſit $\frac{N'}{N''} < 1$ ſeu $N' < N''$; vnde patet pro vtroque caſu litteras N′ et N″ inaequales eſſe debere ſeu lentem IIdam et IIItiam ex diuerſis vitri ſpeciebus confici debere. In genere autem patet, k non multum ab m differre poſſe. Sequuntur haec ſi numerator ſtatuatur poſitiuus; ſi vero numerator ſit negatiuus, etiam denominatorem oportet eſſe negatiuum, pro quo etiam duos caſus habemus. Pro priori caſu ſi ſit $k > 1$ debet eſſe $kN < N'$ adeoque $k < \frac{N'}{N}$ pro poſteriori ſi $k < 1$ debet ſimul eſſe $k > \frac{N'}{N}$, pro quorum vtroque prima et ſecunda lens debent eſſe ex diuerſo

verſo vitro formatae. Verum ex his quatuor caſibus eum eligi conuenit, qui ambos valores pro $\mathfrak{B}$ inuentos proxime aequales reddat; denique autem poſtquam $\mathfrak{B}$ et k conuenienter definiuerimus, ex prima aequatione ſiue λ ſiue λ' quaeri debet, quia λ'' iam inde datur, quod lens ocularis debeat eſſe vtrinque aequaliter concaua.

Coroll. 1.

153. Quatuor illi caſus pro determinatione litterae k facile ad duas ſequentes conditiones reducuntur, nam

vel 1° k ſumi debet intra limites 1 et $\frac{N'}{N}$

vel 2° k ſumi debet intra limites m et $\frac{N'}{N''} \cdot m$

ita vt numerus iſte k proxime vel vnitati vel multiplicationi m aequalis accipi debeat, quoniam fractiones $\frac{N'}{N}$ et $\frac{N'}{N''}$ parumper tantum ab vnitate differunt.

Coroll. 2.

154. Operae igitur pretium erit inueſtigare, caſus, quibus k ipſi alterutri limiti aequalis ſtatuitur

1°. Si $k = 1$. foret interuallum inter primam et ſecundam lentem $= 0$; et $\mathfrak{B} = \frac{mN' - N''}{mN - N''}$ et $B = \frac{mN' - N''}{m(N - N')}$ et inter 2 et 3tiam lentem $= B\alpha\left(\frac{1-m}{m}\right)$ vnde colligitur vtrum α poſitiuum an negativum ſumi debeat.

 2°. Si

2°. Si $k = \frac{N'}{N}$ fit interuallum inter primam et secundam lentem $= \frac{N'-N}{N}\alpha$ quod cum positivum esse debeat, patet, vtrum α positiue an negatiue sumi oporteat tum vero erit $\mathfrak{B} = 1$ et $B = \infty$ vnde $\beta + c$ seu distantia inter 2 et 3 lentem fieret $= \infty$.

3°. Si $k = m$ interuallum secundae et tertiae lentis euanescet fietque $\mathfrak{B} = \frac{N'-N''}{mN-N'}$; et $B = \frac{N'-N''}{mN-N'}$ interuallum vero inter 1 et 2 lentem $= \alpha(k-1) = \alpha(m-1)$, vbi manifesto α debet esse quantitas positiua.

4°. Si $k = \frac{N'}{N''}.m$, fiet $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$; vnde fieret distantia inter 2 et 3 lentem $= 0$.

Cum igitur neque lentium distantias nullas neque infinitas admitti conueniat numerum k nulli limitum prorsus aequalis sumi poterit.

Coroll. 3.

155. Quod porro ad campum apparentem attinet, qui pendet a formula $\pi' - \pi$ quia inuenimus $\pi : \pi' = 1 : 1 + \frac{m-1}{1-k}\mathfrak{B}$ erit pro memoratis quatuor casibus

1°. Si $k = 1$ erit $\pi : \pi' = 1 : \infty$ hinc $\pi = 0$; ita, vt pro campo apparente haberetur $\Phi = \frac{\pi'}{m-1}$

2°. Si

2°. Si $k = \frac{N'}{N}$; fiet $\pi : \pi' = 1 : 1 + \frac{mN - N}{N - N'} = 1 : \frac{mN - N'}{N - N'}$, hincque $\pi = \frac{N - N'}{mN - N'} \cdot \pi'$ et $\pi' - \pi = \frac{N(m-1)}{mN - N'} \pi'$ ſicque pro campo apparente fiet $\Phi = \frac{N}{mN - N'} \cdot \pi'$. ſicque Φ maius euadet, ſi $\frac{N}{mN - N'} > \frac{1}{m-1}$ hoc eſt, ſi $N < N'$, quod ergo eueniet, ſi prima lens ex vitro coronario, ſecunda ex chryſtallino paretur.

3°. Si $k = m$, erit $\pi : \pi' = 1 : \frac{mN - N'}{mN - N'}$ ſeu $\pi = \frac{mN - N'}{mN - N'} \cdot \pi'$. Vnde colligitur campum apparentem maiorem fieri, quam in capite praecedente, ſi fuerit $\pi < 0$; quod cum hic fieri nequeat, in hoc caſu campus maior non eſt exſpectandus.

4°. Si $k = \frac{N'}{N} m$ erit $\pi : \pi' = 1 : 1$, vnde $\pi = \pi'$ et $\pi' - \pi = 0$, quo ergo caſu campus apparens plane euaneſceret.

Coroll. 4.

156. Hinc ergo concludimus, vt maiorem campum obtineamus, quam ante, neceſſario requiri, vt ſit $N' > N$ atque k capi debere intra limites 1 et $\frac{N'}{N}$, qui poſterior limes cum ſit vnitate maior, etiam k erit maius vnitate; ex quo ſequitur diſtantiam α capi debere poſitiuam, quia $\alpha(k - 1) > 0$.

Corol-

Coroll. 5.

157. Cum igitur ob eam cauſſam potiſſimum plures lentes adhibeamus, vt maiorem campum obtineamus, ex pluribus illis caſibus, prout litterae N, N′, N″ inter ſe variare poſſunt, hic vnicus nobis relinquitur, quo $N' > N$ atque k inter limites 1 et $\frac{N'}{N}$ ſumitur.

Scholion. 1.

158. In his corollariis vſi ſumus eo valore ipſius 𝔅, quem ex tertia aequatione deduximus. Supra autem iam obſeruauimus, hanc aequationem ita eſſe comparatam, vt de ea nunquam omnino certi eſſe queamus; cum enim valores litterarum N, N′, N″ etc. ex nulla theoria adhuc definiri poſſint, ſed tantum per experimenta, qualia a Dollondo ſunt inſtituta, concludantur; quantacunque cura et ſollertia in iis adhibeatur, nunquam tamen tantum praeciſionis gradum ſperare licet, vt non error ſatis notabilis ſit pertimeſcendus; quam ob cauſſam etiam valor ipſius 𝔅 inde deductus pro vero haberi non poterit, ſed contentos nos eſſe oportet, ſi modo hunc valorem propemodum cognouerimus; id quod ipſa etiam rei natura confirmatur, quia enim aequatio noſtra tertia ſpatium diffuſionis, per quod imagines diuerſicolores ſunt diffuſae, prorſus ad nihilum redigit; facile intelligitur, ad praxin ſufficere, dummodo hoc ſpatium reddatur ſatis exi-

exiguum, praecipue poſtquam id praeſtiterimus, vt margo coloratus diſpareat inprimis igitur valor litterae $\mathfrak{B}$ ex ſecunda aequatione determinari debet, qui ſi ita fuerit comparatus, vt tantum praeterpropter tertiae aequationi ſatisfaciat, confuſio inde oriunda eo magis negligi poterit, quod etiam in teleſcopiis ex vna vitri ſpecie paratis non adeo nocere deprehenditur. Verum ex ſecunda aequatione valorem ipſius $\mathfrak{B}$ pro eo etiam caſu definire licet, quo omnes lentes ex eadem vitri ſpecie eſſent confectae, ita, vt foret $N = N' = N''$ tum enim concluderetur

$$\mathfrak{B} = \frac{m-k}{(m-1)k} - \frac{1-k}{m-1} = \frac{m-2k+k^2}{(m-1)k}$$

quo valore ſi velimus vti, vt conditio ſupra praeſcripta B. $\frac{k-m}{k-1} > 0$ adimpleatur, cum inde ſit

$$1 - \mathfrak{B} = \frac{mk-m+k-k^2}{(m-1)k} = \frac{(k-1)(m-k)}{(m-1)k}$$

erit $B = \frac{m-2k+k^2}{(k-1)(m-k)}$ hincque conditio $\frac{-m+2k-k^2}{(k-1)^2} > 0$; in qua cum denominator certe ſit poſitiuus, etiam numerator talis eſſe debet, adeoque $1 - m - (k-1)^2 > 0$, quod fieri nequit. Ex quo perſpicuum eſt, hoc caſu marginem coloratum plane tolli non poſſe. Videamus igitur, ſi diuerſo vitro vtamur, num hoc vitium effugere queamus. Hunc in finem ponamus breuitatis gratia $\frac{N'}{N} = \xi$ vt ξ ſit numerus vnitatem vel tantillum ſuperans vel ab ea deficiens, et cum ſit

$$\mathfrak{B} = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-1)k} \text{ erit } B = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)}$$

 vnde

vnde conditio noſtra poſtulat, vt ſit $\frac{(k-m)\xi-k(k-1)}{(k-1)(k-\xi)} > 0$. Hic duo caſus ſunt conſiderandi.

I°. Si denominator ſit poſitiuus, quod fit vel ſi $k > \xi$ et $k > 1$ vel ſi $k < \xi$ et $k < 1$. Tum enim eſſe debet $(k-m)\xi - k(k-1) > 0$

$$\text{ſiue } \frac{(1+\xi)^2}{4} - m\xi > (k - \tfrac{1}{2}(1+\xi))^2$$

quod cum m notabiliter ſuperet vnitatem, ξ vero ab vnitate parum differat, manifeſto fieri nequit.

II°. Si denominator ſit negatiuus quod fit, ſi k continetur intra limites ξ et 1. Tum vero numerator debet etiam eſſe negatiuus ſeu $(k-m)\xi - k(k-1) < 0$

$$\text{ſiue } \frac{(1+\xi)^2}{4} - m\xi < (k - \tfrac{1}{2}(1+\xi))^2$$

quod ſponte euenit, cum pars prior manifeſto ſit negatiua. Hic igitur caſus, vt iam notauimus, ſolus eſt, qui attentionem meretur, cum hoc modo etiam tertiae aequationi ſaltim proxime ſatisfiat.

Scholion 2.

159. Quodſi ergo nobis propoſitum ſit, marginem coloratum tollere, quae proprietas potiſſimum deſiderari ſolet, primo tenendum eſt, hoc nullo modo lentibus ex vna vitri ſpecie factis praeſtari poſſe, ſed ſaltem primam et ſecundam lentem ex diuerſo vitro conſtare debere, ita, vt poſito $\frac{N'}{N} = \xi$ ſiue $N = 1$, $N' = \xi$, littera ξ ab vnitate differat, dum pro N''

ſiue

fiue vnitas fiue ξ pro lubitu accipi poterit, deinde vidimus, numerum k intra limites 1 et ξ fumi debere, quo facto erit $B = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)}$ et $\mathfrak{B} = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-1)k}$; vnde diftantiae determinatrices erunt

$$b = -\frac{\alpha}{k}$$

$$\beta = \frac{-(m-k)\xi - k(k-1)}{k(m-k)(k-\xi)}\,\alpha$$

$$c = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{m(m-k)(k-\xi)}\cdot\alpha$$

hincque lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(\frac{k-1}{k}\right)$$

$$\beta + c = \frac{-(m-k)\xi - k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)}\cdot\frac{m-k}{mk}\cdot\alpha$$

$$= \frac{+(m-k)\xi + k(k-1)}{mk(\xi-k)}\cdot\alpha$$

hincque tota telefcopii longitudo erit

$$= \frac{m-1}{m}\left(\frac{\xi-k+1}{\xi-k}\right)\alpha$$

Porro maxime intereft in campum apparentem inquirere, quod fit determinando valorem $\pi = \frac{\pi'}{1 + \frac{m-1}{1-k}\mathfrak{B}}$, qui abit in fequentem $\pi = \frac{k(1-k)}{(m-k)\xi}\cdot\pi'$. vnde adipifcimur $\Phi = \frac{\pi'-\pi}{m-1} = \frac{\pi'}{m-1}\left(1 + \frac{k(k-1)}{(m-k)\xi}\right)$. Cum igitur maxime interfit, campum, quantum fieri poteft, augeri, hinc obtinemus iftam conclufionem, numerum k vnitate maiorem effe debere, vnde cum k contineatur intra limites 1 et ξ, haec porro regula obferuetur, *litteram*

ξ *vnitate maiorem esse debere*; vnde sequitur, lentem secundam ex vitro chrystallino, primam vero ex communi esse parandam; quo pacto alter casus, quo fieret $\xi < 1$ penitus e praxi excluditur. Quare cum sit $k > 1$ distantia α, quae adhuc incerta est relicta, debet esse positiua.

Nunc demum consideremus aequationem tertiam, qua confusio colorum penitus tollitur, et videamus, quanta ea nunc sit proditura. Illa autem tertia aequatio nunc sit

$$0 = 1 - \frac{\xi}{k\mathfrak{B}} + \frac{N''}{m\mathfrak{B}}$$

quae nunc induet hanc formam:

$$0 = \frac{-m(k-1)(\xi-k) - (m-k)(\xi-k)N''}{m([m-k]\xi + k[k-1])}$$

quae quantitas vtique non erit aequalis nihilo, sed cum k, ξ et N'' parum ab vnitate differant, semper erit valde parua, id quod clarius inde perspicitur, quod numerator habeat factorem minimum $\xi - k$, denominator autem semper sit satis magnus eoque maior, quo maior fuerit multiplicatio. Ex quo manifestum est hanc confusionem nunquam fore perceptibilem. Praeterea autem cum haec confusio plane euanesceret, si caperetur $\xi = k$, consultum quidem videtur numerum k limiti ξ propiorem capere, quam vnitati, quandoquidem ipsi limiti ξ aequari nequit, quia interuallum inter IIdam et IIItiam lentem fieret infinitum, vti et longitudo telescopii; quare ne ea

ea nimis magna prodeat, contrarium potius ſuadendum eſt, vt littera k a limite ξ, quantum fieri poteſt remoueatur et vnitati propius capiatur. Conſequenter vnicus caſus, qui euolui meretur, in hoc conſiſtet, vt numero k valor vnitati proximus aſſignetur et exceſſus tam ſit exiguus, quam craſſities lentium admittere ſolet. Si enim k ipſi vnitati aequaretur, haberemus caſum praecedentis capitis, quo interuallum lentium plane nullum eſt poſitum, quod incommodum hic evitare conſtituimus.

Problema 2.

160. Si prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino paretur, et inter eas interuallum tam exiguum ſtatuatur, quam craſſities lentium admittit, regulas determinare, quas in conſtructione huius teleſcopii obſeruare oportet.

Solutio.

Hic ergo ex Dollondi experimentis ſtatui debebit $\xi = \frac{10}{7}$ et quia k limiti 1 propius accipi conuenit, quam alteri limiti $\frac{10}{7}$, ſumamus $k = \frac{8}{7}$ et quae in praecedentibus ſcholiis ſunt tradita, ſequentes nobis ſuppeditant determinationes.

I. Pro diſtantiis determinatricibus.

$$b = -\tfrac{7}{8}.\ \alpha;\quad \beta = \frac{35(7m-8)+28}{8(7m-8)}\ \alpha$$

$$\text{vel } \beta = \frac{7(35m-36)}{8(7m-8)}.\ \alpha$$

$$c = \frac{-35m+36}{m(7m-8)}.\ \alpha$$

 II. Pro

II. Pro interuallis lentium.

$$a + b = \tfrac{1}{8}\alpha$$

$$\mathfrak{b} + c = \frac{35m - 36}{8m}\cdot\alpha$$

et longitudo telefcopii $= \frac{9(m-1)}{2m}\cdot\alpha$

Hic obferuandum eft, cum α fit diftantia focalis primae lentis eiusque femidiameter aperturae effe debeat $x = my = \frac{m}{50}$. dig. iftam diftantiam α minorem effe non poffe, quam $5x$ feu $\frac{m}{10}$. dig. ita vt fit $\alpha > \frac{m}{10}$ dig. quare fi capiatur verbi gratia $m = 50$, longitudo telefcopii prodiret maior, quam $\frac{9\cdot 49}{20}$; maior quam 22 dig. et fi fieri debeat $m = 100$, ea maior effe deberet, quam $\frac{9\cdot 99}{20}$. dig. maior quam 44 dig. quae diftantia cum facile tolerari queat, manifeftum eft, haec telefcopia etiam ad maiores multiplicationes adhiberi poffe; pro minoribus autem multiplicationibus eximium certe vfum praeftant, cum fi ftatuatur $m = 5$, longitudo prodeat $> \frac{36}{20}$ dig. maior, quam $\frac{9}{5}$ dig., fumtoque $m = \frac{5}{2}$, ea prodeat $> \frac{27}{40}$ dig.

Pro campo autem apparente habebimus eius femidiametrum

$$\Phi = \frac{\pi'}{m-1}\left(1 + \frac{4}{5(7m-3)}\right)$$

ideoque aliquantum maior, quam cafu praecedente, praefertim fi multiplicatio fuerit exigua. Notentur etiam diftantiae focales harum lentium p, q, r et cum fit

$\mathfrak{B} =$

$$\mathfrak{B} = \frac{35m - 36}{28(m-1)} \text{ et } B = \frac{35m - 36}{-7m + 8}$$

erit $p = \alpha$; $q = -\frac{(35m - 36)\alpha}{32(m-1)}$; $r = \frac{-(35m - 36)\alpha}{m(7m-8)}$

et femidiameter aperturae fecundae lentis ex §. 23

$$= \frac{m(35m - 36).\pi''}{400(m-1)(7m-8)} + \frac{14m(m-1)}{25}$$

Denique pro conftructione harum lentium numeri λ, λ' et λ'' ita accipi debent, vt fatisfiat primae noftrae aequationi, quae erat

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3 . m} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}Bk}$$

vbi notandum eft, vt lens ocularis vtrinque fiat aeque concaua, ftatui debere $\lambda'' = 1.60006$. fi haec lens fit ex vitro coronario ideoque $\mu'' = \mu$: fin autem fit ex vitro chryftallino ideoque $\mu'' = \mu'$, fore $\lambda'' = 1.67445$. haec autem aequatio non nifi cafibus particularibus pro data multiplicatione euolui poterit; vbi meminiffe iuuabit, fore,

$\mu = 0.9875$; $\mu' = 0.8724$.

$\nu' = 0.2529$; $\mu'\nu' = 0,2206$.

Exempl. I.

161. Si multiplicatio fit $m = \frac{5}{2}$, telefcopium huius generis ex tribus lentibus conftans defcribere.

Cum fit $m = \frac{5}{2}$, erunt diftantiae determinatrices

$b = -\frac{7}{8}.\alpha$; $\mathfrak{C} = \frac{721}{152}.\alpha$

$\mathfrak{c} = -\frac{206}{95}.\alpha$. $B = -\frac{105}{19}$

et

et interualla lentium

$$a + b = \tfrac{1}{8}\cdot a;\ \mathfrak{b} + c = \tfrac{101}{40}\cdot a$$

et longitudo telescopii $= \frac{27}{10}\cdot a$ atque pro campo apparente fiet $\Phi = \frac{2\pi'}{3}\left(1 + \frac{8}{95}\right)$ sumto $\pi' = \frac{1}{4}$ et multiplicando per 3437 minut erit angulus $\Phi = 10^\circ\, 21'\, 2''$

Cum nunc sit $B = \frac{-103}{19}$ erit $\mathfrak{B} = \frac{103}{84}$.

et habebimus

$$\text{Log.}\,(-B) = 0.7340836\ (-)$$

$$\text{et Log.}\ \mathfrak{B} = 0.0885580$$

aequatio autem pro confusione prima tollenda, si lentem ocularem ex vitro coronario faciamus, vt sit

$$\mu'' = \mu \text{ et } \lambda'' = 1.60006, \text{ erit}$$

$$0 = 0.9875.\ \lambda - 0.4140\ \lambda' - 0.00396$$
$$+ 0.02903$$

$$0 = 0.9875.\ \lambda - 0.4140\ \lambda' + 0.02507$$

vnde quaeratur λ', et habebitur

$$\lambda' = 2,3852.\ \lambda + 0.06055$$

Si ergo hic capiatur $\lambda = 1$, fiet

$$\lambda' = 2,4457$$

vnde fit $\lambda' - 1 = 1,4457$
et log. $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.0800391$

vnde constructio singularum lentium sequenti modo se

se habebit, siquidem radii facierum primae lentis sint F et G; secundae F′ et G′ et tertiae F″ et G″.

I. Pro prima lente ex vitro coronario.

$F = \frac{\alpha}{\sigma} = 0.6023.\ \alpha$

$G = \frac{\alpha}{\varrho} = 4.4131.\ \alpha$

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino.

$\frac{1}{F'} = \frac{\varrho\beta + \sigma b \mp \tau.(b+\beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$

$\frac{1}{G'} = \frac{\sigma\beta + \varrho b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$

cum nunc sit $\log. \frac{b}{\alpha} = \log. (-\frac{7}{8}) = 9.9420080(-)$

et $\log. \frac{\beta}{\alpha} = 0.6760917.$

et $\log. \frac{(b+\beta)}{\alpha} = \log. \frac{147}{38} = 0.5875336.$

$\log. \sigma = 0.1993986.$

$\log. \varrho = 9.1501422.$

$\log. \tau = 9.9432471.$

Vnde inuenitur

$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7147 \mp 4.0815}{b\beta}.\ \alpha$

$\frac{1}{G'} = \frac{+7.3838 \pm 4.0815}{b\beta}.\ \alpha$

Vt maiores numeri euitentur, sumantur signa inferiora, fietque

$F' = \frac{b\beta}{3.3668} = -1,2327.\ \alpha$

$G' = \frac{b\beta}{3.3023} = -1,2568.\ \alpha$

 Pro

Pro lente oculari ex vitro coronario paranda, cum ea vtrinque fit aeque concaua, eiusque distantia focalis fit $c = -\frac{206}{95}.\alpha$, radius concauitatis pro vtraque facie erit $= 2(n-1)c = -\frac{105.206}{95}\alpha = -2,2985.\alpha$.

Prima lens admittit aperturam, cuius femidiameter $x = 0.1506.\alpha$. Nunc vero claritas postulat, vt fit $x = \frac{m}{50}$. dig. $= \frac{1}{25}$. dig. vnde α maius, quam $\frac{1}{3}$ dig. Sumatur ergo $\alpha = \frac{1}{2}$ dig. et constructio telefcopii ita fe habebit:

I. Pro lente prima

rad. faciei { anter. $= + 0.3012$. dig. / poster. $= + 2,2065$. dig. } Crown Glaff.

II. Pro lente fecunda

rad. faciei { anter. $= - 0,6163$. dig. / poster. $= - 0,6284$. dig. } Flint Glaff.

III. Pro lente tertia

radius vtriusque faciei $= - 1.1492$. dig.
quae paratur ex Crown Glaff.

Tum interuallum ftatuatur
Inter
I. et II. $= \frac{1}{16}$. dig. $= 0,0625$. dig.
II. et III. $= \frac{103}{80}$ dig. $= 1,2875$. dig.
ita, vt tota telefcopii longitudo fit futura
$= 1,3500$. dig. $= 1\frac{1}{3}$ dig.
fpatii vero vifi femidiameter erit $= 10°. 21' 2''$.

Exem-

Exemplum II.

162. Si multiplicatio $m = 5$. telefcopium huius generis ex tribus lentibus conftans defcribere.

Cum fit $m = 5$, erit $7m - 8 = 27$ et $35m - 36 = 139$, vnde diftantiae determinatrices fient

$$b = -\tfrac{7}{8}.\alpha = -0,8750.\alpha$$

$$\beta = \tfrac{973}{216}\alpha = +4,5046.\alpha$$

$$c = \tfrac{-139}{5.27}\alpha = -1,0296.\alpha$$

Ex quibus fiunt interualla

$\alpha + b = \frac{1}{8}\alpha$; $\beta + c = 3,4750.\alpha$

vnde telefcopii longitudo $= 3,6.\alpha$.

Pro campo autem apparente fiet $\Phi = \frac{\pi'}{4}(1 + \frac{4}{5.27})$ fumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$ et multiplicando per 3437 min. erit $\Phi = 3° 41'$.

Cum iam fit $\mathfrak{B} = \frac{139}{112}$ et $B = \frac{-139}{27}$, fumtisque logarithmis

Log. $\mathfrak{B} = 0.0937968$

Log. $B = 0.7116510\ (-)$

et aequatio pro confufione prima tollenda, fi lentem ocularem ex vitro coronario paremus, vt fit $\mu'' = \mu$ et $\lambda'' = 1.60006$, erit

$$0 = 0.9875.\lambda - 0.39933.\lambda' - 0.002316$$
$$+ 0.030211$$
$$\overline{+ 0.027895}$$

ex qua iterum quaeratur

$$\lambda' = 2,4729\,\lambda + 0.06985.$$

Hic non, vt ante sumamus $\lambda = 1$ sed, vt prima lens maximae aperturae fiat capax, ideoque distantia α minor accipi possit, capiatur $\lambda = 1,60006$, vt haec lens fiat vtrinque aequaliter conuexa, habebiturque

$$\lambda' = 4.0266 \text{ et } \lambda' - 1 = 3.0266.$$

$$\text{et Log. } \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.2404775.$$

atque hinc obtinebimus:

I. Pro prima lente ex vitro coronario:

radius vtriusque faciei $= 2(n-1).\,\alpha = 1,06.\,\alpha$; quae aperturam admittit, cuius semidiameter $x = 0,26.\,\alpha$.

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino.

$$\text{ob Log. } \frac{(b+\beta)}{\alpha} = 0.5598588.$$

calculus ita se habebit:

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7479 \pm 5.5409}{b\beta}.\,\alpha.$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+7.0057 \mp 5.5409}{b\beta}.\,\alpha.$$

valeant hic signa superiora eritque:

$$F' = \frac{b\beta}{4.7930\,\alpha} = -0.8223.\,\alpha.$$

$$G' = \frac{b\beta}{1.4648\,\alpha} = -2.6908.\,\alpha.$$

III. Pro

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

erit radius vtriusque faciei $= 2(n-1)c = 1,06\,c$ $= -1.0920.\ \alpha$.

Cum nunc ob claritatem esse debeat $x = \frac{m}{50}$ dig. $= \frac{1}{10}$ dig. fiet α maius, quam $\frac{2}{5}$ dig.

Sumi igitur poterit $\alpha = \frac{1}{2}$ dig. et constructio telescopii ita se habebit.

I. Pro lente prima Crown Glaff.

rad. faciei vtriusque $= 0,5300$. dig.

II. Pro lente secunda Flint Glaff.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.4111. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -1.3454. \text{ dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia Crown Glaff.

rad. vtriusque faciei $= -0,5460$. dig.

Tum vero statuatur interuallum

I. et II. $= \frac{1}{15}$ dig.

II. et III. $= 1,7375$. dig.

ita, vt tota longitudo sit $= 1,8$. dig. ideoque nondum duos adaequet digitos.

Spatii tandem visi semidiameter erit $= 3°\,41'$.

Corollarium.

163. Teleſcopia igitur in his duobus exemplis conſtructa aptiſſima videntur ad vſum vulgarem quoniam ea facile quis ſecum gerere poteſt iisque in ſpectaculis praeſertim vti. Sequentia autem exempla ad maiores multiplicationes accommodemus.

Exempl. III.

164. Sit multiplicatio $m = 25$, teleſcopium huius generis tribus lentibus conſtans deſcribere.

Cum ſit $m = 25$, erit $7m - 8 = 167$ et $35m - 36 = 839$, eruntque diſtantiae determinatrices

$b = -\frac{7}{8}.\alpha = -0,875.\alpha$;

$\beta = \frac{7.839}{8.167}.\alpha = 4,3960.\alpha$;

$\text{Log.} \frac{-b}{\alpha} = 9.9420081 (-)$

$\text{Log.} \frac{\beta}{\alpha} = 0.6430535.$

$c = -\frac{839.\alpha}{25.167} = -0.2009.\alpha$

$b + \beta = 3.5210.\alpha$

$\text{Log.} (b + \beta) = 0.5466660.$

Hinc prodeunt lentium interualla

$a + b = \frac{1}{8}\alpha$; $\beta + c = 4.1951.\alpha$

et tota longitudo $= 4,3201.\alpha$

Pro

Pro campo autem apparente fiet $\Phi = \frac{\pi'}{24}(1 + \frac{4}{5.167})$ hincque angulus $\Phi = 36$ min. prim. circiter.

Cum iam porro fit $\mathfrak{B} = \frac{839}{28.24}$

et Log. $\mathfrak{B} = 0.0963927$

Log. $-B = 0.7010454\,(-)$

peruenietur ad fequentem aequationem

$$0 = 0,9875\lambda - 0.3922\lambda' - 0,0004984 + 0.03077$$

feu $0 = 0.9875\lambda - 0.3922\lambda' + 0,03028.$

Quoniam vidimus, valorem $\lambda = 1,60006$ longitudinem telefcopii haud mediocriter diminuiffe, ftatim ponamus $\lambda = 1,60006$ eritque

$$0 = 1,6103 - 0,3922\lambda'.$$

vnde prodit

$$\lambda' = 4,1057; \text{ et } \lambda' - 1 = 3.1057$$

$$\text{et } \log. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,2460797.$$

vnde conftructio fingularum lentium ita fe habebit:

I. Pro prima lente ex vitro coronario radius vtriusque faciei $= 1,06\,\alpha$ quae ergo aperturam admittit, cuius femidiameter $x = 0,265.\,\alpha.$

II. Pro fecunda lente calculus ita fe habebit

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7633 \pm 5.4449}{b\beta}\alpha.$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{6.9338 \mp 5.4449}{b\beta}\alpha.$$

Valeant

Valeant ſigna ſuperiora, eritque

$F' = \frac{b\beta}{4,5816\,\alpha} = -0,8216\,\alpha$

$G' = \frac{b\beta}{1,3889.\alpha} = -2,7694.\,\alpha$

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

radius vtriusque faciei $= 1,06.\,c = -0,21295.\,\alpha$

Claritas autem poſtulat $= x = \frac{m}{50}$ dig. $= \frac{1}{2}$ dig. vnde concluditur $\alpha > 1,88$ ſumatur ergo $\alpha = 2$ et conſtructio haec erit

I. Pro lente prima

rad. vtriusque faciei $= 2,12$ dig. Crown Glaſſ.

II. Pro lente ſecunda

rad. faciei { anter. $= -1,6432$ dig. } Flint
poſter. $= -5,5388$ dig. } Glaſſ.

III. Pro lente tertia

radius vtriusque faciei $= -0,42590$ dig. Crown Gl.

Tum ſtatuatur interuallum lentium

I. et II. $= \frac{1}{4}$ dig.

II. et III. $= 8.3902.$ dig.

et tota longitudo $= 8.64.$ dig. campique apparentis ſemidiameter $x = 36'.$ circiter.

Exem-

Exempl. IV.

165. Si m debeat esse $= 50$, erit $7m - 8 = 342$; $35m - 36 = 1714$ adeoque distantiae

$b = -\frac{7}{8}\alpha = -0,875.\alpha$

$\beta = 4,3852.\alpha$; $c = -0,10023.\alpha$

$\log.\frac{\beta}{\alpha} = 0.6419928$

$\log.\frac{-b}{\alpha} = 9.9420081\ (-)$

$\log.\frac{(b+\beta)}{\alpha} = 0.5453319.$

$\log.\frac{b\beta}{\alpha^2} = 0.5840009\ (-)$

Tum vero interualla lentium erunt

$\alpha + b = \frac{1}{8}\alpha = 0,125\,\alpha$

$\beta + c = 4,2850.\alpha$ hincque

tota longitudo $= 4,4100\,\alpha$.

Porro reperitur

$\text{Log.} - B = 0,6999847.$

$\text{Log.}\ \mathfrak{B} = 0,0966567.$

Pro campo apparente reperitur $\Phi = \frac{\pi'}{49}(1 + \frac{4}{5.342})$ seu angulus $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Pro confusione tollenda statuatur statim in aequatione inuenta $\lambda = 1,60006$ eritque

$0 = 1,5801 - 0.3915.\lambda' - 0,00025$
$+ 0,03083$

siue $0,3915\,\lambda' = 1,6107$

vnde $\lambda' = 4,1141$; hinc $\lambda' - 1 = 3.1141$ et

$\log.\ \surd(\lambda' - 1) = 0.2466663$

vnde constructio singularum lentium ita se habebit.

I. Pro lente prima

radius vtriusque faciei $= 1,06\,\alpha$ quae ergo aperturam admittit, cuius semidiameter $= 0,265.\,\alpha$.

II. Pro lente secunda

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0,7653 \pm 5,4355}{b\beta}\,\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+6,8160 \mp 5,4355}{b\beta}\,\alpha$$

Valeant ergo signa superiora eritque

$$F' = \frac{b\beta}{4,6702\,\alpha} = -0,8216.\,\alpha$$

$$G' = \frac{b\beta}{1,3814.\,\alpha} = -2,7776.\,\alpha$$

III. Pro lente tertia

erit radius vtriusque faciei $=$

$$2(n-1)c = 1,06.\,c = -0,10624.\,\alpha$$

Claritas autem postulat, $x = \frac{m}{53} = 1$ dig. vnde sequitur $\alpha > 3,8$; sumto ergo $\alpha = 4$, habebitur sequens telescopii constructio.

I. Pro lente prima: Crown Gl.

radius vtriusque faciei $= 4,24.$ dig.

II. Pro

II. Pro lente fecunda

radius faciei $\left\{\begin{array}{l} \text{anter.} = -3,2864 \\ \text{pofter.} = -11,1104 \end{array}\right\}$ Flint Glaff.

III. Pro lente tertia

radius vtriusque faciei $= -0,42496$ Crown Glaff.

Tum vero ftatui debet interuallum lentium

I. et II. $= 0,5$ dig.

II. et III. $= 17,1400$. dig.

adeoque telefcopii longitudo $= 17,6400$. dig.

Campi denique vifi femidiameter inuentus eft $17\frac{1}{2}$ min.

Scholion.

166. Cum in his folutionibus littera λ indeterminata fit relicta, in tribus pofterioribus exemplis eius loco non vnitatem pofuimus, vt ante fecimus, fed potius ei tribuimus illum valorem, quo ambae eius facies inter fe aequales redderentur hocque modo infigne commodum fumus nacti, vt lens prima fere duplo maiorem aperturam admitteret hincque diftantia a fere ad dimidium reduci poffet. Vt autem in genere quaepiam lens cuius diftantiae determinatrices funt a et α ambas fuas facies obtineat aequales, fupra vidimus, capi debere $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{(\sigma-\varrho)(a-\alpha)}{2\tau(a+\alpha)} = \frac{2(nn-1)}{n\cdot\sqrt{(4n-1)}}.\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right)$

ob $\alpha = A\,a$, vnde fit $\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)} \cdot \frac{(1-A)^2}{(1+A)^2}$ quare ſi vel a vel α fuerit infinitum, vti fit tam in lente obiectiua, quam in lente oculari, habebitur $\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$. Sin autem velimus, vt alia quaepiam lens obtineat ambas ſuas facies inter ſe aequales; tum ob $\frac{(1-A)^2}{(1+A)^2} = 1 - \frac{4A}{(1+A)^2}$ capere debemus $\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)} - \frac{16(nn-1)^2 \cdot A}{n^2(4n-1)(1+A)^2}$. Cum autem in noſtra expreſſione pro ſemidiametro confuſionis tum occurrat talis forma $\lambda(A+1)^2 + \nu A$, valor iſtius formulae fiet $= (A+1)^2 + \frac{4(nn-1)^2(A+1)^2}{n^2(4n-1)} - \frac{16(nn-1)^2 \cdot A}{nn(4n-1)} + \frac{4(n-1)^2 \cdot A}{4n-1}$.

Commodius autem erit, hoc caſu valorem ipſius λ pro facilitate calculi ita exprimere $\lambda = 1 + \frac{(\sigma-\rho)^2(1-A)^2}{4\tau^2(1+A)^2}$.

Exempl. V.

167. Si multiplicatio m debeat eſſe valde magna vel ſaltim maior, quam 25, huius generis teleſcopia ex tribus lentibus conſtantia deſcribere. Hic ſtatim obſeruo, ſumta prima lente vtrinque aequaliter conuexa, fore radium vtriusque curuaturae, vt ante, $= 1,06.\,\alpha$, quae admittet aperturam, cuius ſemidiam. $= \frac{1}{4}.\,\alpha = x$, cum autem ob claritatem ſumi debeat $x = \frac{m}{50}$. dig. hinc intelligimus, ſemper ſtatui poſſe $\alpha = \frac{2m}{25} = 0,08.\,m$. dig. et pro campo apparente $\Phi = \frac{\pi'}{m-1}$; ſumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$, erit $\Phi = \frac{859}{m-1}$. min.

Nunc

Nunc autem ante, quam reliquas partes constructionis definiamus, contemplemur casum, quo $m = \infty$ eritque

$$b = -\tfrac{7}{8}\alpha;\ \mathfrak{C} = \tfrac{35}{8}.\alpha;\ c = \tfrac{-5}{m}.\alpha;\ = -\tfrac{2}{5}.\ \text{dig.}$$

Distantiae porro lentium $\alpha + \mathfrak{C} = \frac{1}{8}\alpha$.

et $\mathfrak{C} + c = \left(\frac{35.\alpha}{8} - \frac{2}{5}\right)$ dig.

et $\mathfrak{B} = \frac{5}{4}$; $B = -5$.

Pro sequente calculo statim sumamus $\lambda = 1,60006$. et aequatio prodibit

$$0 = 1,5801 - 0.3908.\lambda' + 0.03088$$

vnde inuenitur

$$\lambda' = 4.1220.\ \text{et}\ \lambda' - 1 = 3.1220.$$

$$\text{et log.}\ \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.2472164$$

Hinc ob $\text{Log.} -\frac{b}{\alpha} = 9.9420081\ (-)$

$$\text{Log.}\ \frac{\beta}{\alpha} = 0.6409781.$$

$$\text{Log.}\ \frac{b+\beta}{\alpha} = 0.5440680.$$

$$\text{Log.}\ \frac{b\beta}{\alpha^2} = 0.5829862 -$$

Ex quibus pro secunda lente habebimus

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7662 \pm 5.4266}{b\beta}.\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+6.8006 \mp 5.4266}{b\beta}.\alpha$$

 seu

ſeu ſumtis ſignis ſuperioribus

$$F' = \frac{b\beta}{4,5604 . x} = -0.8214 . \alpha$$

$$G' = \frac{b\beta}{1,3740 . x} = -2.7861 . \alpha$$

qui valores pro multiplicatione infinita locum habent; at nunc pro multiplicatione quacunque m ſtatuatur

$$F' = -(0.8214 . + \frac{f}{m})\,\alpha$$

$$G' = -(2,7861 + \frac{g}{m})\,\alpha$$

vbi valores litterarum f et g ex caſu praecedente $m = 50$ vel etiam, ſed minus tuto, ex caſu $m = 25$ erui debent, hocque modo reperitur $f = 0.01$ et $g = -0.4250$ ita, vt ſit in genere

$$F' = -(0,8214 + \frac{0.01}{m})\,\alpha$$

$$G' = -(2,7861 - \frac{0,4250}{m})\,\alpha$$

Deinde cum ſupra iam inuenta ſit diſtantia focalis lentis tertiae $= -\frac{2}{5}$ dig. pro $m = \infty$, ſtatuamus pro quauis multiplicatione m eſſe $c = -\frac{2}{5} - \frac{h}{m}$ eritque

$$c = -(\tfrac{2}{5} + \frac{1,2480}{m})\ \text{dig.}$$

cuius ergo radius vtriusque faciei erit

$$-(0.4240 + \frac{1,3228}{m})\ \text{dig.}$$

Cum igitur ſit $\alpha = 0.08\,m$. dig.

Con-

Constructio telescopii sequenti modo se habebit

I. Pro lente prima Crown Glaſſ.

rad. faciei vtriusque $= 0.0848.\,m.$ dig.

II. Pro lente secunda Flint Glaſſ.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -(0.0657.\,m + 0.0008)\,\text{dig.} \\ \text{poster.} = -(0.2228.\,m - 0.0340)\,\text{dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= -(0.4240 + \frac{1,7228}{m})$

Tum vero interualla erunt

$\alpha + b = 0.01.\,m$;

$\beta + c = (0,35\,m - 0.36)$ dig.

hincque tota longitudo

$= (0,36\,m - 0.36)$ dig.

campique visi semidiameter $= \frac{859}{m-1}.$ minut. prim.

Corollarium.

168. Si ergo telescopium desideretur, quod centies multiplicet, id ita se habebit

I. Pro lente prima. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 8,48.$ dig.

II. Pro

II. Pro lente secunda. Flint Glass.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -6.57.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = -22,24\ \text{dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia.

radius vtriusque faciei $= -0.43$. dig.

Interuallum erit lentis

I. et II. $= 1$. dig.

II. et III. $= 34,64$. dig.

hincque longitudo telescopii

$= 35,64$. dig.

campique visi semidiameter

$= 8\frac{1}{2}$ min.

Problema 3.

169. Si huiusmodi telescopium primi generis ex quatuor lentibus a se inuicem separatis sit construendum, inuestigare momenta, quibus ei maximus perfectionis gradus conciliatur.

Solutio.

Hic igitur istarum trium fractionum $\frac{\alpha}{b}$; $\frac{\beta}{c}$; et $\frac{\gamma}{d}$ singulae debent esse negatiuae; ponamus ergo $\frac{\alpha}{b} = -k$ et $\frac{\beta}{c} = -k'$. et cum sit $m = -\frac{\alpha}{b}.\frac{\beta}{c}.\frac{\gamma}{d}$ habebimus

$b =$

$b = -\frac{\alpha}{k}$; $\beta = -\frac{B\alpha}{k}$; $c = -\frac{\beta}{k'} = +\frac{B\alpha}{k.k'}$ et $\gamma = +\frac{BC\alpha}{k.k'}$ et $m = \frac{-k.k'.\gamma}{d}$ hinc $d = -\frac{BC\alpha}{m}$; vnde interualla lentium $\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{k})$ $\beta + c = B\alpha(\frac{1}{kk'} - \frac{1}{k})$ et $\gamma + d = BC\alpha(\frac{1}{kk'} - \frac{1}{m})$ quae cum debeant esse positiua aeque ac numeri k, k' et m, bina posteriora per primum diuisa dabunt has duas conditiones

1°. $\frac{B(1-k')}{k'(k-1)} > 0$.

2°. $\frac{BC(m-kk')}{mk'(k-1)} > 0$.

Iam consideremus aequationem, qua margo coloratus tollitur, pro casu, quo distantia O est negatiua: ponendo, vt ante $\frac{dn}{n-1} = N$; $\frac{dn'}{n'-1} = N'$, $\frac{dn''}{n''-1} = N''$. $\frac{dn'''}{n'''-1} = N'''$ eritque

$$0 = N.BC\pi''.\alpha + N'.b((B+1)C\pi'' - \pi) + N''.c\left(\frac{(C+1)\pi'' - \pi'}{B}\right)$$

seu $$0 = NBC\pi'' - \frac{N'}{k}((B+1)C\pi'' - \pi) + \frac{N''}{k.k'}((C+1)\pi'' - \pi')$$

quem in finem inuestigare oportet relationes inter litteras π, π', π'', est vero ex capite I.

Imo. $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = -k$

vnde $\pi = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}.\Phi$.

IIdo. $\frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{B\alpha}{c} = kk'$

vnde $\pi' = (\frac{1}{B} - \frac{k}{\mathfrak{B}} + kk')\frac{\Phi}{\mathfrak{C}}$.

IIItio. $\frac{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}{\Phi} = \frac{BC\alpha}{d} = -m$;

vnde ob $\mathfrak{D} = 1$ fiet

$$\pi'' = \left(-m + \frac{1}{BC} - \frac{k}{\mathfrak{B}C} + \frac{kk'}{\mathfrak{C}}\right)\Phi$$

vnde aequatio nostra erit

$$0 = N\left(-BCm + 1 - \frac{Bk}{\mathfrak{B}} + \frac{BC.kk'}{\mathfrak{C}}\right)$$

$$-\frac{N'}{k}\left(\frac{-BCm}{\mathfrak{B}} - \frac{Bk}{\mathfrak{B}} + \frac{BC.kk'}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}}\right)$$

$$+\frac{CN''}{\mathfrak{C}kk'}(-m + kk');$$ vnde fit

$$C = N - N(B+1)k + NBkk' + N'(B+1) - N'(B+1)k'$$

$$- \frac{N''.m}{kk'} + N''$$

diuisum per

$$NBm - NBkk' - \frac{N'(B+1)m}{k} + N'(B+1)k'$$

$$+ \frac{N''m}{kk'} - N''$$

vel succinctius

$$C = Nkk'(1-k-Bk(1-k')) + N'kk'(B+1)(1-k')$$

$$- N''(m - kk')$$

diuisum per

$$(m - kk')(Nkk'B - N'k'(B+1) + N'')$$

adeoque

$$1 + C = Nkk'(1 - k + B(m-k))$$

$$- N'(B+1)k'(m-k)$$

diui-

diuiſum per

$$(m-kk')(Nkk'B-N'k'(B+1)+N'')$$

atque hinc

$$\mathfrak{C}=Nkk'(1-k-Bk(1-k'))$$
$$+N'kk'(B+1)(1-k')-N''(m-kk')$$

diuiſum per

$$Nkk'(1-k+B(m-k))-N'(B+1)k'(m-k)$$

ſed facile patet, hoc modo nobis vix vlterius progredi licere ob harum formularum complicationem, niſi pro k et k' et pro N, N′, N″ valores ſubſtituantur interim tamen haec methodus etiam ſucceſſura videtur, ſi eam ad plures adhuc lentes applicare vellemus, ceterum haud abs re erit hoc negotium etiam alio modo tentaſſe.

Ex praecedentibus ſcilicet aequationibus non litteras π, π', π'' quaeri, ſed potius his quaſi datis ſpectatis litteras $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ definiri conueniet; vnde ſtatim obtinemus

$$\mathfrak{B}=\frac{1-k}{\pi}.\Phi;\quad \mathfrak{C}=\frac{(kk'-1)\Phi+\pi}{\pi'}$$

ex tertia denique aequatione ob $\mathfrak{D}=1$ colligitur

$$\Phi=\frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1};$$

ita, vt et Φ quaſi datum ſpectari queat. Hinc cum ſit

$$B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} \text{ et } C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}$$

habebimus

$$B = \frac{(1-k)\Phi}{\pi-(1-k)\Phi}\,;\ C = \frac{(k.k'-1)\Phi+\pi}{\pi'-\pi-(kk'-1)\Phi}.$$

Nunc cum prior conditio poſtulet, vt ſit $\frac{B(1-k')}{k'(k-1)} > 0$; altera vero per hanc diuiſa $\frac{C(m-kk')}{1-k'} > 0$ valoribus illis ſubſtitutis hae duae conditiones abibunt in ſequentes:

$$1°.\ \frac{(k'-1)\Phi}{(\pi-(1-k)\Phi)k'} > 0$$

$$\text{ſeu } \frac{(k'-1)\Phi}{\pi-(1-k)\Phi} > 0$$

$$2°.\ \frac{((kk'-1)\Phi+\pi)(m-kk')}{(1-k')(\pi'-\pi-(kk'-1)\Phi)} > 0$$

quae per illam multiplicata dat

$$\frac{-\Phi(m-kk')(\pi+(kk'-1)\Phi)}{(\pi-(1-k)\Phi)(\pi'-\pi-(kk'-1)\Phi)} > 0$$

ſi hic loco Φ eius valor ſubſtituatur, qui cum ſemper ſit poſitiuus ob $m-1$ etiam poſitiuum, dat primo

$$-\pi+\pi'-\pi'' > 0;$$

tum vero binae iſtae conditiones dabunt

$$1°.\ \frac{k'-1}{(m-k)\pi+(k-1)\pi'-(k-1)\pi''} > 0$$

$$2°.\ \frac{(m-kk')((m-kk')\pi+(kk'-1)\pi'-(kk'-1)\pi''}{(k'-1)((m-kk')\pi+(m-kk')\pi'-(kk'-1)\pi''} > 0$$

tum vero B et C ita definientur:

$$B = \frac{(k-1)(\pi-\pi'+\pi'')}{(m-k)\pi+(k-1)\pi'-(k-1)\pi''}$$

$$C = \frac{(m-kk')\pi+(kk'-1)\pi'-(kk'-1)\pi''}{-(m-kk')\pi+(m-kk')\pi'+(kk'-1)\pi''}.$$

Verum

Verum si hos valores substituere vellemus siue in aequatione pro margine colorato vitando siue inprimis pro semidiametro confusionis ad nihilum redigendo in multo maiores ambages incideremus, quam priore methodo euenit; quocirca aliam adhuc methodum quaerere debemus; nulla autem alia nobis relinquitur, nisi vt ex superioribus aequationibus litteras k et k' inuestigemus; quo pacto nostra inuestigatio satis plana reddetur.

Hanc viam sequentes statim habemus $k = \frac{\Phi - \mathfrak{B}\pi}{\Phi}$ et $k\,k' = \frac{\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi'}{\Phi}$; existente $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$ vnde cum k et k' sint numeri positiui, pariter atque angulus Φ habemus statim istas conditiones:

$$\Phi - \mathfrak{B}\,\pi > 0.$$

$$\Phi - \pi + \mathfrak{C}\,\pi' > 0.$$

$$-\pi + \pi' - \pi'' > 0.$$

Porro cum hinc interualla lentium fiant

1°. $\alpha + b = \frac{-\mathfrak{B}\pi}{\Phi - \mathfrak{B}\pi} \cdot \alpha > 0$

2°. $\mathfrak{b} + c = \frac{(\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi')\alpha\Phi}{(\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi')(\Phi - \mathfrak{B}\pi)} > 0$

3°. $\gamma + d = \frac{(m-1)\Phi + \pi - \mathfrak{C}\pi'}{m(\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi')} \cdot B\,C\,\alpha > 0.$

inde colligimus has nouas conditiones:

$$-\mathfrak{B}\,\pi.\,\alpha > 0.$$

$$(\mathfrak{B}\,\pi - B\,\mathfrak{C}\,\pi')\,\alpha > 0.$$

$$((m-1)\,\Phi + \pi - \mathfrak{C}\,\pi')\,B\,C\,\alpha > 0.$$

 ideo-

ideoque etiam harum quoti positiui esse debent

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi'}{-\mathfrak{B}\pi} > 0$$

$$\frac{((m-1)\Phi + \pi - \mathfrak{C}\pi')BC}{\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi'} > 0$$

quae posterior ob $(m-1)\Phi = -\pi + \pi' - \pi''$ abit in hanc

$$\frac{(\mathfrak{C}\pi' - C\pi'')B}{\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi'} > 0.$$

sicque quinque habentur conditiones ab α liberae, quibus satisfieri oportet. Nunc autem aequatio pro destruendo margine colorato ita se habebit:

$$0 = NBC\pi'' - \frac{N'\Phi}{\Phi - \mathfrak{B}\pi}((B+1)C\pi'' - \pi) + \frac{N''\Phi}{\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi'}((C+1)\pi'' - \pi')$$

His quomodocunque obseruatis perpendatur aequatio vltima pro confusione penitus destruenda

$$0 = N - \frac{N'}{k\mathfrak{B}} + \frac{N''}{kk'B\mathfrak{C}} - \frac{N'''}{m.BC.}$$

ob $p = \alpha, q = \mathfrak{B}b = -\frac{\mathfrak{B}\alpha}{k}; \; r = c = \frac{B\mathfrak{C}\alpha}{kk'}$

et $s = d = -\frac{BC\alpha}{m}$

num ei vel absolute vel saltim proxime satisfieri queat.

Denique vt etiam confusio prior tollatur satisfiat huic aequationi:

$$\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{k\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu''\lambda''}{kk'B^3\mathfrak{C}^3} - \frac{\mu'''\lambda'''}{B^3C^3.m} - \frac{\mu'\nu'}{k\mathfrak{B}B} + \frac{\mu''\nu''}{kk'B^3C\mathfrak{C}} = 0.$$

Scho-

Scholion.

170. Cum hic in genere vix vlterius progredi liceat, ad casus particulares erit descendendum, et quia in capite praecedente lentes perfectae triplicatae ideo optatum vsum non praestiterant, quod confusio a lente oculari oriunda ab iis non destruebatur, hic lentem obiectiuam iterum triplicatam statuamus, vt bina priora interualla euanescant, eius vero tres lentes ita definiamus, vt iis etiam confusio a lente oculari oriunda destruatur; quo facto deinceps forte via patebit inter tres lentes priores exigua interualla statuendi. Semper enim in huiusmodi disquisitionibus arduis expedit a casibus facilioribus exordiri, quoniam inde ratio perspicitur difficultates superandi, quae primo intuitu inuincibiles erant visae.

Problema 4.

171. Si tres lentes priores inter se immediate iungantur, vt lentem obiectiuam triplicatam constituant, quarta vero lens sit ocularis, regulas pro constructione huiusmodi telescopii exponere.

Solutio.

Cum hic sint interualla tam $\alpha + b = 0$, quam $\mathfrak{E} + c = 0$ fiet statim $k = 1$ et $k' = 1$, vnde sequuntur distantiae

$b =$

$$b = -\alpha;\ \mathfrak{b} = -B\alpha;\ c = B\alpha,$$
$$\gamma = BC\alpha \text{ et } d = -\tfrac{BC\alpha}{m}$$

hincque interuallum

$$\gamma + d = BC\alpha(1 - \tfrac{1}{m}) = \tfrac{m-1}{m}.BC\alpha$$

quod debet esse positiuum. Pro litteris autem π, π', π'' habebimus

$$1^\circ.\ \pi = 0;\quad 2^\circ.\ \pi' = 0.$$
$$3^\circ.\ \pi'' = -(m-1)\Phi.$$

Atque hinc aequatio pro tollendo margine colorato erit

$$0 = NBC - N'(B+1)C + N''(C+1)$$

vnde elicimus

$$C = -\frac{N''}{NB - N'(B+1) + N''}$$

vnde interuallum $\gamma + d$ fit

$$= -\frac{(m-1)}{m}.\frac{N''.B\alpha}{NB - N'(B+1) + N''}.$$

quod cum esse debeat positiuum, duo casus sunt perpendendi.

Alter, quo $\alpha > 0$. tum esse debet

$$\frac{N''.B}{NB - N'(B+1) + N''} < 0,$$

ideoque

$$N - \tfrac{N'}{B}(B+1) + \tfrac{N''}{B} < 0,$$

siue

fiue $N - N' + \frac{1}{B}(N'' - N') < 0$.

Altero cafu, fi $\alpha < 0$; contrarium euenire debet, fcilicet

$$N - N' + \frac{1}{B}(N'' - N') > 0.$$

Confideretur nunc aequatio, qua ifta confufio penitus tollitur, fcilicet

$$0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}} - \frac{N'''}{mBC}$$

ex qua per BC multiplicata, vt fit

$$0 = NBC - N'(B+1)C + N''(C+1) - \frac{N''}{m}$$

quoniam a praecedente aequatione non differt, nifi vltimo termino $\frac{N'''}{m}$ qui prae reliquis eft valde paruus, concludimus, fi illi fuerit fatisfactum, fimul quoque huic proxime fatisfieri idque eo magis, quo maior fuerit multiplicatio m, quae conclufio nititur fundamento, quod numeri N, N', N'', N''' parum ab vnitate differunt.

Pro priore autem confufione tollenda infuper fatisfieri debet huic aequationi

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3} - \frac{\mu'''\lambda'''}{mB^3C^3} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}B} + \frac{\mu''\nu''}{B^3C\mathfrak{C}}$$

in qua loco C eius valor fupra inuentus

$$C = \frac{-N''}{B(N - N') - N' + N''}$$

fubftitui debet, id quod in genere ad formulam valde moleftam deduceret, quare folutio non nifi cafibus particularibus abfolui poterit.

Coroll. 1.

172. Etsi conditiones pro littera B sunt datae, haec tamen littera prorsus indeterminata relinquitur, dummodo notetur

1°. si fuerit

$$N - N' + \tfrac{1}{B}(N'' - N') < 0$$

tum capi debere α positiuum.

2°. Sin autem fuerit

$$N - N' + \tfrac{1}{B}(N'' - N') > 0$$

tum capi debere α negatiuum.

Corollarium 1.

Cum inuenerimus $C = \frac{-N''}{B(N-N') - N' + N''}$ erit $1 + C = \frac{B(N-N') - N'}{B(N-N') - N' + N''}$ hincque $\mathfrak{C} = \frac{-N''}{B(N-N') - N'}$.

Coroll. 2.

173. Si velimus loco B introducere $\mathfrak{B}$ ponendo $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$; tunc consequemur

$$C = \frac{-N''(1-\mathfrak{B})}{(N-N'')\mathfrak{B} - N' + N''} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{-N''(1-\mathfrak{B})}{N\mathfrak{B} - N'}$$

quibus obseruatis substitutio postrema facilius expedietur: fiet enim postrema aequatio

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda\mathfrak{B}^3 - \mu'\lambda' - \mu'\nu'\mathfrak{B}(1-\mathfrak{B}) \\ - \frac{\mu''\lambda''(N\mathfrak{B}-N')^3}{(N'')^2} \\ + \frac{\mu''\nu''(1-\mathfrak{B})(N\mathfrak{B}-N')((N-N'')\mathfrak{B}-N'+N'')}{(N'')^2} \\ + \frac{\mu'''\lambda'''((N-N'')\mathfrak{B}-N'+N'')^3}{m(N'')^2}. \end{cases}$$

Coroll. 3.

174. Respectu campi apparentis cum sit $\pi'' = -(m-1)\Phi$, si statuamus, vt hactenus $\pi'' = -\frac{1}{4}$; prodibit semidiameter $\Phi = \frac{1}{4(m-1)}$ et in min. primis $\Phi = \frac{859}{m-1}$ min. prim. siquidem lens ocularis fiat vtrinque aequaliter concaua, quod vti ostendimus fiet si $\lambda''' = 1.60006$. hac scilicet lente ex vitro coronario parata. Sin autem eam ex vitro chrystallino parare velimus, poni debet $\lambda''' = 1.67445$.

Exemplum I.

175. Si prima et tertia lens fuerit ex vitro coronario, media ex chrystallino, ex hisque lens obiectiua constituatur, lens vero ocularis ex vitro coronario paretur, pro quauis data multiplicatione telescopium construere.

Hoc exemplum ideo affero, quod hic casus in capite praecedente est praetermissus, quem autem hic alio modo tractabo, vt longitudo minor prodeat.

Cum igitur hic ſit $n = 1.53$; $n' = 1.58$; $n'' = 1.53$; $n''' = 1.53$ erit, vti vidimus, $N = 7$, $N' = 10$; $N'' = 7$; $N''' = 7$ ita, vt ſit $\mu'' = \mu$; $\nu'' = \nu$; $\mu''' = \mu$. Ex his colligitur $C = +\frac{7}{3}(1-\mathfrak{B})$ $\mathfrak{C} = \frac{-7(1-\mathfrak{B})}{7\mathfrak{B}-10}$. Tantum ergo reſtat haec aequatio reſoluenda

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda\mathfrak{B}^3 - \mu'\lambda' - \mu'\nu'\mathfrak{B}(1-\mathfrak{B}) \\ -\frac{\mu\lambda''(7\mathfrak{B}-10)^3}{7^3} \\ -\frac{3\mu\nu(1-\mathfrak{B})(7\mathfrak{B}-10)}{7^2} - \frac{27.\mu\lambda'''}{7^3.m} \end{cases}$$

quodſi ergo ſtatuamus $\lambda'' = \lambda$ et $\lambda''' = 1.60006$. haec aequatio induet hanc formam

$$\mu\lambda\left(\tfrac{30}{7}\mathfrak{B}^2 - \tfrac{300}{49}\mathfrak{B} + \tfrac{1000}{343}\right)$$
$$-\mu'\lambda' + \mu'\nu'(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{B})$$
$$+\mu\nu\left(\tfrac{3}{7}\mathfrak{B}^2 - \tfrac{51}{49}\mathfrak{B} + \tfrac{30}{49}\right)$$
$$-\frac{27.\mu\lambda'''}{343.m} = 0.$$

quae tantum eſt aequatio quadratica, ex qua valor ipſius $\mathfrak{B}$ erui debet; terminis igitur ſecundum poteſtates ipſius $\mathfrak{B}$ diſpoſitis habebitur:

$$\mathfrak{B}^2\left(\tfrac{30}{7}\mu\lambda + \mu'\nu' + \tfrac{3}{7}\mu\nu\right)$$
$$+\mathfrak{B}\left(-\tfrac{300}{49}\mu\lambda - \mu'\nu' - \tfrac{51}{49}\mu\nu\right)$$
$$+\tfrac{1000}{343}\mu\lambda - \mu'\lambda' + \tfrac{30}{49}\mu\nu$$
$$-\frac{27.\mu\lambda'''}{343.m} = 0.$$

Reſo-

Resolutionem autem huius aequationis ita instituamus, vt lens obiectiua maiorem aperturam admittat, quem in finem, non vt ante, $\lambda = 1$, sed $\lambda = 1.60006$ statuamus, vt prima lens vtrinque sibi similis euadat; quare cum sit

$$\log. \mu = 9.9945371$$

$$\log. \mu\nu = 9.3360593. \quad l. \mu' = 9.9407157$$

$$\log. \mu'\nu' = 9.3436055. \quad \mu'\nu' = 0.2206$$

$$\text{et } \operatorname{Log}. \lambda = \operatorname{Log}. \lambda''' = 0.2041363$$

at pro secunda lente ponatur non, vt ante, $\lambda = 1$, sed hanc litteram indeterminatam relinquamus; vnde nostra aequatio in numeris ita erit comparata:

$$0 = 7.0852\,\mathfrak{B}^2 - 10.1201\,\mathfrak{B} + 4.7393 - \mu'\lambda' - 0.\frac{12437}{m}.$$

quae reducitur ad hanc

$$\mathfrak{B}^2 = \frac{10.1201}{7.0852}\mathfrak{B} - \frac{4.7393}{7.0852} + \frac{\mu'\lambda'}{7.0852} + \frac{0.12437}{m.7.0852}.$$

$$\mathfrak{B}^2 = 1.4283\,\mathfrak{B} - 0.6689 + 0.1231\,\lambda' + 0.\frac{01755}{m}.$$

Vnde inuenitur

$$\mathfrak{B} = 0.7142 \pm \sqrt{\left(-0.1589 + 0.1231\,\lambda' + \frac{0.01755}{m}\right)}$$

 Vnde

Vnde patet, λ' capi debere vnitate maius. Statuatur ergo $\lambda' = 1\frac{1}{2}$ eritque

$$\mathfrak{B} = 0.7142 \pm \sqrt{(0.0257 + \frac{0.01755}{m})}$$

hinc autem vlterius progredi non licet, nisi litterae m valores determinatos tribuendo; quem in finem sequentes casus adiungimus.

Casus I.

$m = 10.$

176. Erit hoc casu $\mathfrak{B} = 0.7142 \pm 0.1657$ sumtoque signo inferiore

$$\mathfrak{B} = 0.5485.$$

vel sumto superiore signo

$$\mathfrak{B} = 0.8799.$$

Sin autem velimus, vt pro $\mathfrak{B}$ vnicus valor $= 0.7142$ prodeat, capi deberet

$$\lambda' = \frac{0.1572}{0.1231} = 1\frac{341}{1231}$$

hocque casu hic vtamur.

Cum igitur sit $\lambda' = 1\frac{341}{1231}$ erit $\lambda' - 1 = \frac{341}{1231}$.

$$\text{Log.}\ \sqrt{\lambda' - 1} = 9.7208976$$

$$\text{Log.}\ (\lambda' - 1) = 9.4417952.$$

Cum nunc pro omni multiplicatione sit $\mathfrak{B} = 0.7142$, si quidem capiamus

$\lambda' =$

$$\lambda' = 1.2908 - \frac{0.1425}{m}$$

$$\lambda' - 1 = 0.2908 - \frac{0.1425}{m}$$

hincque erit $1 - \mathfrak{B} = 0.2857$

$$B = 2.4998. \quad C = 0.6666 = \tfrac{2}{3}.$$

Vnde obtinemus diſtantias

$$b = -\alpha; \ \beta = -2.4998.\alpha = -2\tfrac{1}{2}\alpha$$

$$c = +2.4998.\alpha.$$

$$\gamma = 1.6665.\alpha, \ d = -0.16665\,\alpha$$

Cum nunc ſit $\lambda = 1.60006.$

et $\lambda' = 1.2766$

$$\lambda'' = 1.60006 = \lambda'''.$$

erit

I. Pro Ima lente vtrinque aequaliter conuexa radius vtriusque faciei $= 1.06.\alpha.$

II. Pro IIda lente ex vitro chryſtallino

$$\frac{1}{F'} = \frac{\varrho\beta + \sigma b \mp \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{\sigma\beta + \varrho b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$$

$$\frac{1}{F'} = \frac{-1.9360 \mp 1.6152}{b\beta}\,\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{-1.0080 \pm 1.6152}{b\beta}.\,\alpha$$

ſum-

ſumtisque ſignis ſuperioribus erit

$$F' = \frac{-b\beta}{2.5512.\alpha}. = -0.7039\,\alpha$$

$$G' = \frac{-b\beta}{2.4826\,\alpha} = -1.0070\,\alpha.$$

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

Cum hic ſit $\tau.\sqrt{\lambda'' - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2}$

tum vero $c = 2\frac{1}{2}\alpha$. et $\gamma = 1.\frac{2}{3}\alpha$. erit $c + \gamma = 4\frac{1}{6}\alpha$.

$$\frac{1}{F'} = \frac{4.5280 \mp 2.9870}{c\gamma}\,\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{7.3335 \mp 2.9870}{c\gamma}\,\alpha$$

et ex ſignis inferioribus

$$F' = \frac{c\gamma}{1.5410\,\alpha} = 2.7039.\,\alpha$$

$$G' = \frac{c\gamma}{6.3205\,\alpha} = 0,6592.\,\alpha.$$

Hae ergo tres lentes ſibi iunctae aperturam admittent, cuius ſemidiameter aeſtimari poteſt

$x = 0.1648.\,\alpha. = \frac{1}{7}\,\alpha$ circiter.

Cum autem ob claritatem eſſe debeat $x = \frac{m}{50}$ dig. $= \frac{1}{5}$ dig. capi debebit circiter $\alpha = \frac{7}{5}$ dig. vnde teleſcopii longitudo $= 1.4999\,\alpha = 1\frac{1}{2}\,\alpha = 2,1.$ dig.

IV. Pro quarta lente aequaliter vtrinque concaua. erit rad. vtriusque faciei =

$$1.06.\,d. = -1.06.(0.1666)\,\alpha$$

$$= -0.1766.\,\alpha$$

$$= -0.2472.\,\text{dig}.$$

Co-

Corollarium 1.

177. Si ergo hoc modo valor ipsius λ' definiatur, praecedentes determinationes pro omnibus multiplicationibus valebunt, excepta sola lente secunda; tum autem pro quarta lente semidiameter vtriusque eius faciei capi debet $= -(1.06.).\frac{5}{3}.\frac{\alpha}{m}$ siue $= -1.7666.\frac{\alpha}{m}$.

Coroll. 2.

178. Constructio autem secundae lentis a multiplicatione pendebit, quia valor litterae λ' multiplicationem inuoluit, cum sit $\lambda' = 1.2908 - \frac{0.1425}{m}$.

Scholion.

179. Haud difficile autem erit, pro quauis multiplicatione secundam lentem definire, postquam ea iam pro casu $m = 10$ est inuenta; statuatur enim $m = \infty$ erit $\lambda' = 1.2908$. hinc $\lambda' - 1 = 0.2908$. et Log. $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 9.7317972$ vnde membrum ambiguum erit $= 1.6562\,\alpha$. vnde pro lente secunda erit

$$\frac{1}{F'} = \frac{-1.9360 \mp 1.6562}{b\beta}.\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{-1.0980 \pm 1.6562}{b\beta}.\alpha$$

sumtis ergo signis superioribus

$$F' = \frac{-b\beta}{3.5922.\alpha} = -0.6959.\alpha$$

$$G' = \frac{-b\beta}{2.4418.\alpha} = -1.0239.\alpha$$

Nunc igitur ponamus pro multiplicatione quacunque m esse

$$F' = -(0.6959 + \tfrac{f}{m})\alpha$$

$$G' = -(1.0239 + \tfrac{g}{m})\alpha$$

et quia posito $m = 10$.

$$0.6959 + \tfrac{f}{10} = 0.7039$$

et $1.0239 + \tfrac{g}{10} = 1.0070$

reperitur $f = 0.0800$

$$g = -0.1690$$

quibus inuentis adipiscimur sequentem telescopii constructionem.

I. Pro prima lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= + 1.06\,\alpha$.

II. Pro secunda lente Flint Glaſſ.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -(0.6959 + \frac{0.0800}{m})\alpha \\ \text{poster.} = -(1.0239 - \frac{0.1690}{m})\alpha \end{cases}$

III. Pro tertia lente Crown Glaſſ.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = + 2.7039\,\alpha \\ \text{poster.} = + 0.6592.\,\alpha \end{cases}$

IV. Pro quarta lente Crown Glaſſ.

rad. vtriusque faciei $= - 1.7666.\,\frac{\alpha}{m}$

quibus

quibus lentibus paratis ternae priores sibi invicem iungantur, post quas tertia collocetur intervallo $= \frac{m-1}{m} \cdot \frac{5}{3} \cdot \alpha$.

Cum porro sit $x = \frac{m}{50}$ dig. et invenerimus $x = 0.1648\,\alpha$, hinc colligitur fore $\alpha = \frac{m}{8,2400}$, ita, vt statui possit $\alpha = \frac{4}{33} \cdot m$ seu $\alpha = \frac{12}{100} \cdot m$. Quare habetur

Constructio telescopii primi generis:

I. Pro prima lente Crown Glass.

rad. fac. vtriusque $= 0.1272 \cdot m$.

II. Pro secunda lente Flint Glass.

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = -0.0835 \cdot m - 0.0096 \\ \text{poster.} = -0.1229 \cdot m + 0.0202. \end{cases}$

III. Pro tertia lente Crown Glass.

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 0.3244 \cdot m \\ \text{poster.} = 0.0791 \cdot m \end{cases}$

quibus tribus lentibus immediate iunctis postea intervallo $= \frac{1}{5}(m-1)$ dig. statuatur lens ocularis.

IV. Pro quarta lente. Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= -0.2119$.

CASUS 2.

180. Cum pro omnibus multiplicationibus constructio telescopii sit tradita, solutionem exempli supra allati alio modo expediamus. Scilicet cum hic

pro $\mathfrak{B}$ valorem vnitate minorem ſimus conſecuti, qui ſupra vnitate maior prodierat, notatu dignus videtur caſus $\mathfrak{B} = 1$, quem hic euoluamus. Tum autem erit $B = \infty$ et quia diſtantiae determinatrices ſunt α; $b = -\alpha$; $\beta = -B\alpha$; $c = B\alpha$; $\gamma = BC\alpha$, $d = \frac{-BC\alpha}{m}$ neceſſe eſt, vt ſit BC quantitas finita ideoque $C = 0$ et $\mathfrak{C} = C = 0$. Quare ſtatuamus $BC = \vartheta$, vt fiat $\gamma = \vartheta\alpha$ et $d = \frac{-\vartheta\alpha}{m}$ hincque teleſcopii longitudo $= \frac{m-1}{m} \cdot \vartheta\alpha$. His poſitis aequatio pro margine colorato tollendo dabit ob $N = 7$, $N' = 10$, $N'' = N''' = 7$. et $\pi = 0$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -(m-1)\Phi$.

$$0 = N\vartheta - N'\vartheta + N''$$

$$0 = 7\vartheta - 10\vartheta + 7; \text{ hincque } \vartheta = \tfrac{7}{3}.$$

Nunc autem aequatio pro confuſione primae ſpeciei tollenda fiet

$$0 = \mu\lambda - \mu'\lambda' + \frac{27\mu\lambda''}{343} - \frac{27\mu\lambda'''}{343 \cdot m}$$

quae per μ diviſa ob $\frac{\mu'}{\mu} = 0.8834$ abit in hanc:

$$0 = \lambda - 0.8834\lambda' + 0.0787\lambda'' - \frac{0.0787 \cdot \lambda'''}{m}$$

facta autem lente oculari vtrinque aequali erit

$$\lambda''' = 1.60006 \text{ et}$$

$$0 = \lambda - 0.8834\lambda' + 0.0787 \cdot \lambda'' - \frac{0.1259}{m}$$

ex qua litteras λ ita definiri conuenit, vt vnitatem minimum ſuperent ſtatuamus ergo $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$

erit

erit $0.8834\,\lambda' = 1.0787 - \frac{0.1259}{m}$

vnde colligitur

$$\lambda' = 1.2210 - \frac{0.1425}{m}$$

ſola ergo lens ſecunda a multiplicatione m pendet, quam deinceps ſeorſim euoluamus

Calculum ergo pro prima, tertia et quarta inſtituamus

Pro prima autem eſt

$F = \frac{\alpha}{\sigma} = 0.6023.\,\alpha$

$G = \frac{\alpha}{\varrho} = 4.4111.\,\alpha$

Pro tertia lente ob $\lambda'' = 1.$ et $c = \infty$

$F = \frac{\gamma}{\sigma} = 1.4055.\,\alpha$

$G = \frac{\gamma}{\varrho} = 10.2925.\,\alpha$

Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= 1.06.\,d$
$= -\frac{2.4733.\,\alpha}{m}$

et tota teleſcopii longitudo $= \frac{m-1}{m}.\,\frac{7}{3}.\,\alpha.$

Pro ſecunda autem lente cum in genere ſit

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$G = \frac{b\beta}{\sigma\beta + \varrho b \mp \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda - 1}}$$

 ob

ob $\beta = \infty$ et $b = -\alpha$ erit

$$F = \frac{-\alpha}{\varrho \pm \tau \sqrt{(\lambda - 1)}}$$

$$G = \frac{-\alpha}{\sigma \mp \tau \sqrt{(\lambda - 1)}}$$

pro quo duo casus sunt euoluendi alter, quo $m = 10$ et alter, quo $m = \infty$.

Priore erit ob $m = 10$

$\lambda' = 1.2068$; $\lambda' - 1 = 0.2068$.

et $\text{Log.} \sqrt{(\lambda' - 1)} = 9.6577753$
$\text{Log.} \tau = 9.9432471$
9.6010224

cui logarithmo respondet 0.3990 ideoque

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 \pm 0.3990}$$

$$F = \frac{-\alpha}{0.5404} = -1.8505 \cdot \alpha$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.5827 \mp 0.3990}$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.1837} = -0.8467 \cdot \alpha.$$

Altero casu ob $m = \infty$ erit

$\lambda' = 1.2210$ et $\lambda' - 1 = 0.2210$

et $\text{Log.} \sqrt{(\lambda' - 1)} = 9.6721961$
$\text{Log.} \tau = 9.9432471$
9.6154432

hinc $\tau . \sqrt{\lambda' - 1} = 0.4125$.

Vnde

Vnde fit

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 + 0.4125} = \frac{-\alpha}{0.5539}$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.5827 + 0.4125} = \frac{-\alpha}{1.1702}$$

hincque

$$F = -1.8054.\alpha$$

$$G = -0.8545.\alpha$$

quare ſtatuamus pro multiplicatione quacunque m

$$F = -(1.8054 + \tfrac{f}{m})\alpha$$

$$G = -(0.8545 + \tfrac{g}{m})\alpha$$

et ex caſu $m = 10$ elicimus

$$f = 0.4510;\ g = -0.0780$$

ita, vt ſit

$$F = -(1.8054 + \tfrac{0.4510}{m})\alpha$$

$$G = -(0.8545 - \tfrac{0.0780}{m})\alpha$$

pro α autem definiendo conſideretur radius minimus in lente hac obiectiua triplicata occurrens 0.6023α, cuius pars quarta $0.1506\alpha = \frac{m}{50}$; ſicque prodibit $\alpha = \frac{m}{7.5300}$ dig. Sumatur ergo $\alpha = \frac{2m}{15}$ dig. et habetur ſequens

Con-

Conſtructio Teleſcopii primi generis.

I. Pro prima lente Crown Gl.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.0803.m.\ \text{dig.} \\ \text{poſter.} = +0.5882.m.\ \text{dig.} \end{cases}$

II. Pro ſecunda lente Flint Glaſſ.

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (-0.2407.m - 0.0601)\ \text{dig.} \\ \text{poſter.} = (-0.1139.m + 0.0104)\ \text{dig.} \end{cases}$

III. Pro tertia lente Crown Glaſſ.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.1874.m.\ \text{dig.} \\ \text{poſter.} = +1.3723.m.\ \text{dig.} \end{cases}$

IV. Pro quarta lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 0.3298.$ dig.

Tribus prioribus lentibus inuicem iunctis quartae ab iis interuallum erit

$= \frac{14}{45}(m-1)$ dig.

et campi apparentis ſemidiameter erit, vt hactenus, $\Phi = \frac{859}{m-1}$. min. prim.

Scholion.

181. Quia in hac ſolutione poſuimus $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$, conſuluimus potiſſimum artifici, quia hoc caſu errores in exſecutione commiſſi non admodum negotium turbant, ſed longitudo horum teleſcopiorum prodiit aliquanto maior, propterea quod radius ſatis exi-

exiguus in determinatione lentis obiectiuae occurrebat, huic autem incommodo medelam afferemus, si pro prima et tertia lente statuamus $\lambda = 1.60006$, quo facto obtinebitur $\lambda' = 1.9536 - \frac{0.1425}{m}$ qui numerus tantum in secundam lentem influit, cuius constructionem deinceps inuestigemus.

Iam vero erit

Pro prima lente Crown Glaff.

radius vtriusque faciei $= 1.06.\alpha.$

Pro tertia lente Crown Glaff.

radius vtriusque faciei $= 1.06.\gamma$
$= 2.473\alpha.$

Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= -\frac{2.4733.\alpha}{m}.$

Restat igitur, vt secundam lentem euoluamus, vt ante.

Scilicet duos casus contemplabimur, alterum, quo $m = 10$, alterum, quo $m = \infty$.

Sit igitur primo $m = 10$ eritque $\lambda' = 1.93937$ et $\lambda' - 1 = 0.93937$ et $\tau.\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.85048.$

Quare

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 \pm 0.85048}.$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.5827 \mp 0.85048}.$$

ſeu

$$F = \frac{-\alpha}{0.9919} = -1.0082.\alpha$$

$$G = \frac{-\alpha}{0.7322} = -1.3657.\alpha$$

Sit nunc $m = \infty$, erit

$$\lambda' = 1.9536$$

$$\tau \surd (\lambda' - 1) = 0.8569$$

hincque

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 \mp 0.8569}$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.5827 \mp 0.8569}$$

$$F = \frac{-\alpha}{0.9983} = -1.0017.\alpha$$

$$G = \frac{-\alpha}{0.7258} = -1.3778.\alpha$$

Nunc pro multiplicatione quacunque m ſtatuatur

$$F = -(1.0017 + \frac{f}{m})\alpha$$

$$G = -(1.3778 + \frac{g}{m})\alpha$$

et ex priore caſu $m = 10$ colligitur

$$f = 0.065;\ g = -0.121$$

ita, vt ſit pro lente ſecunda

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = -(1.0017 + \frac{0.065}{m})\alpha \\ \text{poſter.} = -(1.3778 - \frac{0.121}{m})\alpha \end{cases}$$

Hic

Hic iam tuto ſumi poteſt $x = \frac{1}{4}\alpha = \frac{m}{50}$; hinc obtinetur $\alpha = \frac{8}{100} \cdot m$

Hinc ergo orietur ſequens

Teleſcopii primi generis Conſtructio:

I. Pro lente prima: Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 0.0848 \cdot m$. dig.

II. Pro lente ſecunda

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (-0.08014 m. - 0.0052) \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = (-0.110224 m. + 0.0097) \text{ dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 0.19784 \cdot m$. dig.

IV. Pro lente quarta.

radius vtriusque faciei $= -0.19786$. dig.

Tribus lentibus prioribus ſibi immediate iunctis ad interuallum $= (0,187)(m-1)$ dig. collocetur lens quarta, cui oculus immediate adplicatus cernet campum, cuius ſemidiameter erit $\frac{859}{m-1}$. min. prim.

Scholion.

182. Hic caſus inprimis eſt omni attentione dignus, quoniam pro quauis multiplicatione huius generis teleſcopia breviſſima ſuppeditat: ſi enim multiplicationem adeo centuplam deſideremus, longitudo vix ſuperabit $18\frac{1}{2}$ digitos. Haec igitur methodus,

 qua

qua posuimus $\mathfrak{B} = 1$ vtique mereretur, vt etiam ad alias vitri species seu vbi pro lentibus alia combinatio vitri corónarii et chrystallini statueretur, seorsim adplicaretur. Sed quia ea etiam ad problema nostrum generale soluendum aeque felici successu in vsum vocari potest eiusque beneficio insignes difficultates supra commemoratae euanescunt, expediet sequens problema generalius tractasse.

Problema 5.

183. Si telescopium ex quatuor lentibus sit construendum, duae priores vero lentes ita debeant esse comparatae, vt radii per eas transmissi iterum inter se fiant paralleli, regulas pro constructione describere.

Solutio.

Cum igitur radii per secundam lentem refracti iterum fiant axi paralleli, erit $\beta = \infty$ ideoque $\frac{\beta}{b} = B = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$, erunt distantiae determinatrices

$$b = -\frac{\alpha}{k};\ \beta = -\frac{B\alpha}{k} = \infty$$

$$c = \frac{B\alpha}{kk'};\ \gamma = \frac{BC\alpha}{k.k'};\ d = -\frac{BC\alpha}{m}.$$

hicque iam notari oportet, vt distantia inter primam et secundam lentem $\beta + c$ fiat finita, debere ob $\beta = \infty$ esse $c = -\infty$, vnde fit $k' = 1$.

Quo

Quo autem rem clarius explicemus, ſtatuatur haec diſtantia $= \eta\alpha$, vt ſit $B\alpha(\frac{1}{kk'} - \frac{1}{k}) = \eta\alpha$ vnde ſit $k' = \frac{B}{B + \eta k}$, quae ob $B = \infty$ ſit $k' = 1$; interim tamen conueniet, illam expreſſionem $k' = \frac{B}{B + \eta k}$ in vſum ſequentem notaſſe.

Deinde quia $c = \infty$, γ vero finita quantitas, erit $\frac{\gamma}{c} = C = 0$, hincque etiam $\mathfrak{C} = \frac{C}{1 + C} = C = 0$; interim tamen productum BC debet eſſe finitum. Sit igitur $BC = \vartheta$, vt fiat $\gamma = \frac{\vartheta\alpha}{k}$ et $d = \frac{-\vartheta\alpha}{m}$; cum illa autem aequatione coniungi debet iſta, qua ſummo rigore eſt $C = \frac{\gamma}{c} = \frac{\vartheta}{B}$, hincque $\mathfrak{C} = \frac{\vartheta}{B + \vartheta}$. His notatis erunt interualla lentium

$$\alpha + b = \alpha\left(\frac{k - 1}{k}\right)$$

$$\beta + c = \eta\alpha$$

$$\gamma + d = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{m}\right)\vartheta . \alpha$$

$$= \frac{m - k}{km} . \vartheta\alpha .$$

Vnde hae fractiones $\frac{\eta k}{k - 1}$ et $\frac{m - k}{m(k - 1)}\vartheta$ debent eſſe poſitiuae, ſeu $\frac{\eta}{k - 1} > 0$; $\frac{m - k}{k - 1} . \vartheta > 0$ ſeu $\frac{m - k}{\eta}\vartheta > 0$. Iam inquiramus in valores litterarum π, π' et π'', ex tribus ſequentibus aequationibus definiendos:

I. $\mathfrak{B}\pi - \Phi = -k\Phi$

II. $\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi = kk'\Phi$

III. $(m - 1)\Phi = -\pi + \pi' - \pi''$

 qua-

quarum prima statim dat ob $\mathfrak{B} = 1$

$$\pi = (1 - k)\Phi = -(k - 1)\Phi$$

vnde vt hic valor campo augendo inseruiat, π numerus negatiuus esse debet ideoque $k > 1$.

Secunda autem aequatio ob $\mathfrak{C} = 0$ et $k' = 1$. daret $-\pi + \Phi = k\Phi$, vnde pro π' nihil concludere liceret, quare pro $\mathfrak{C}$ valores illos exactiores scribi oportebit fietque

$$\frac{\theta}{B+\theta}.\pi' - \pi + \Phi = \frac{Bk}{B+\eta k}\Phi$$

quae ob $\pi = -(k - 1)\Phi$ abit in hanc

$$\frac{\theta}{B+\theta}.\pi' + k\Phi = \frac{Bk}{B+\eta k}\Phi$$

$$\text{seu } \frac{\theta}{B+\theta}\pi' = \frac{-\eta k^2}{B+\eta k}.\Phi$$

quae ergo ob $B = \infty$ dat

$$\pi' = \frac{-\eta k^2}{\theta}.\Phi$$

quia autem conuenit sumere $k > 1$ debet esse $\alpha > 0$ ideoque et $\eta > 0$, hic valor π' erit negatiuus, si fuerit $\vartheta > 0$; sin autem $\vartheta < 0$, is erit positiuus, vbi autem meminisse oportet esse debere $(m - k)\vartheta > 0$.

Tertia denique aequatio abit in hanc formam:

$$(m - 1)\Phi = +(k - 1)\Phi - \frac{\eta k^2}{\theta}\Phi - \pi''$$

$$\text{hincque } \pi'' = (k - m - \frac{\eta k^2}{\theta})\Phi$$

$$\text{siue } \pi'' = -(m - k + \frac{\eta k^2}{\theta})\Phi$$

quae

quae formula cum etiam inseruiat campo definiendo, si capiatur $\pi'' = -\frac{1}{4}$; reperitur

$$\Phi = \frac{859}{m - k + \frac{\eta k^2}{\theta}} \text{ minut.}$$

$$\Phi = \frac{859 \cdot \theta}{(m-k)\theta + \eta k^2}$$

quare curandum est, vt $\frac{\eta k^2}{\theta}$ quam minimum reddatur, quod facile praestatur faciendo interuallum secundae et tertiae lentis quam minimum adeoque euanescens, quo casu erit $\Phi = \frac{859}{m-k}$ qui eo maior fit, quo maior sumitur k. Nunc igitur aequationem pro margine colorato tollendo consideremus, quae erit

$$0 = N\vartheta\pi'' - \frac{N'}{k}(\vartheta\pi'' - \pi)$$
$$+ \frac{N''}{k}(\pi'' - \pi'),$$

quae substitutis valoribus dat

$$0 = -N((m-k)\vartheta + \eta k^2)$$
$$+ \frac{N'}{k}((m-k)\vartheta + \eta k^2 - k + 1)$$
$$- \frac{N''}{k}(m-k)$$

ex qua aequatione ϑ commode definiri potest reperieturque

$$\vartheta = \frac{-N\eta k^3 + N'\eta k^2 - N'(k-1) - N''(m-k)}{(m-k)(Nk - N')}$$

quia autem conuenit η quam minimum assumere ac praeterea non necesse est, vt isti aequationi summo rigore satisfiat, his terminis omissis habebimus

$\vartheta =$

$$\vartheta = \frac{-N'(k-1) - N''(m-k)}{(m-k)(Nk-N')}$$

vnde fit

$$(m-k)\vartheta = \frac{-N'(k-1) - N''(m-k)}{Nk-N'}$$

quae quantitas cum debeat eſſe poſitiua, numerator autem manifeſto ſit negatiuus, etiam denominatorem negatiuum eſſe oportet ideoque $N' > Nk$. Quodſi ergo N' maximum habeat valorem ex vitro ſcilicet chryſtallino, N vero minimum ex vitro coronario, vt ſit $N = 7$ et $N' = 10$; numerus k non amplius noſtro arbitrio relinquitur, ſed ita capi debet, vt fiat $7k < 10$; et $k < \frac{10}{7}$ ſeu contineri debet intra limites 1 et $\frac{10}{7}$. Notetur hic, ſi caperetur $k = 1$, caſum praecedentem eſſe oriturum, neque campum hinc auctum iri; Sin autem capiatur $k = \frac{10}{7}$ foret $\vartheta = \infty$ et longitudo teleſcopii fieret infinita; vnde conueniet k propius vnitati; quam alteri limiti aſſumere. His probe perpenſis ſtatuamus $k = \frac{8}{7}$, $N = 7$: $N' = 10$. $N'' = 7$, quo ϑ obtineat valorem minorem. Vnde fiet $\vartheta = \frac{49m - 46}{2(7m-8)}$ hincque $\frac{\eta k^2}{\theta}$ habebit hunc valorem $\frac{2 \cdot 8^2 (7m-8)}{7^2(49m-46)} \cdot \eta$ qui ſumto $m = \infty$ fit $= \frac{128}{343} \cdot \eta$ ex quo colligitur, ſi modo η non excedat $\frac{1}{10}$ campi diminutionem non fore ſenſibilem.

Denique pro ſemidiametro confuſionis ad nihilum redigendo ſatisfiat huic aequationi:

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{k} + \frac{\mu''\lambda''}{k\theta^3} - \frac{\mu'''\lambda'''}{m\theta^3}$$

ex

ex qua commodissime definiemus λ', qui erit ob $\mu' = \mu'' = \mu'''$

$$\lambda' = \frac{\mu}{\mu'}\left(k\lambda + \frac{\lambda''}{\theta^3} - \frac{k\lambda'''}{m\theta^3}\right)$$

sicque hoc problema feliciter est solutum.

Coroll. I.

184. Distantiae ergo determinatrices singularum lentium erunt

Pro prima: ∞ et α cum λ

Pro secunda: $b = \frac{-\alpha}{k}$; et $\beta = \infty$ cum λ'

Pro tertia: $c = \infty$ et $\gamma = \frac{\theta\alpha}{k}$ cum λ''

Pro quarta: $d = \frac{-\theta\alpha}{m}$; $\delta = \infty$ cum λ'''.

vbi notandum, primam, tertiam et quartam ex vitro coronario, secundam ex chrystallino esse parandam; tum vero fore interualla lentium

$$\alpha + b = \alpha\left(\frac{k-1}{k}\right) = \frac{1}{3}\alpha$$

$$\beta + c = \eta\alpha$$

de qua distantia notetur, eam statui debere quam minimam; ac denique

$$\gamma + d = \frac{m-k}{km}.\vartheta\alpha$$

vnde tota longitudo prodit

$$= \alpha\left(\frac{k-1}{k} + \eta + \frac{m-k}{km}.\vartheta\right).$$

Coroll. 2.

185. Pro litteris autem k et ϑ hos valores ſtatuimus, $k = \frac{8}{7}$, $\vartheta = \frac{40m - 46}{2(7m - 6)}$, quae expreſſio cum adhuc m inuoluat, calculum non, vt ante, pro quauis multiplicatione in genere abſoluere licebit; interim tamen ſimili modo, quo ante vſi ſumus, poſtquam pro duabus tribusue multiplicationibus calculum abſoluerimus, interpolando formulas generaliores pro omni multiplicatione concludere poterimus.

Scholion.

186. Haec teleſcopia iis, quae modo ante deſcripſimus, ideo erunt praeferenda, quod in his nullae lentes ſibi immediate iunctae aſſumuntur, quippe quod in praxi locum habere nequit; tum vero etiam quod aliquod campi augmentum largiuntur. Ceterum haec teleſcopia aliquanto fiunt longiora, tam ob diſtantiam inter lentes primam et ſecundam, quam potiſſimum ob maiorem valorem ipſius ϑ, a quo interuallum tertiae et quartae lentis potiſſimum pendet. Interuallum autem medium $\eta\,\alpha$ hic merito negligimus. Quo tamen breuitati inſtrumenti quantum fieri licet, conſulamus, expediet ſine dubio, vt modo ante fecimus, tam primam et tertiam lentem, quam quartam vtrinque aequales formare, ita, vt ſit $\lambda = \lambda'' = \lambda''' = 1.60006$; tum vero erit $\mu = 0.9875$; $\mu' = 0.8724$. vnde harum lentium conſtructio ſtatim ſequitur.

Erit

Erit ſcilicet radius vtriusque faciei.

I. Pro lente prima

$= 1.06\,\alpha.$

II. Pro lente tertia

$= 1.06.\frac{\theta\alpha}{k}.$

III. Pro lente quarta

$= -1.06.\frac{\theta\alpha}{m}.$

Nihil igitur aliud reſtat, niſi vt pro quibusdam multiplicationibus calculum expediamus; ac primo quidem conueniet, multiplicationem quandam exiguam $m = 5$ euoluere, vt pateat, quantum haec inueſtigatio in minimis teleſcopiis huius generis praeſtare poſſit; tum vero multiplicationem quandam maiorem veluti $m = 10$, indeque ſubito $m = \infty$ euoluamus, vt ex horum caſuum comparatione concluſionem pro quauis maiore multiplicatione formare queamus.

Exemplum I.

$m = 5.$

187. Teleſcopium pro multiplicatione $m = 5$ deſcribere.

Erit hoc caſu

$$\left.\begin{array}{l}\vartheta = \frac{199}{54} = 3.6852\\ \text{Log. }\vartheta = 0.5664593\end{array}\right\}\text{ et Log. }k = 0.0579920$$

hincque $b = -\frac{7}{8}\alpha$; $\beta = \infty$; $c = \infty$

 $\gamma =$

$\gamma = 3,2246 . \alpha$

$d = -0,7370 . \alpha$

hincque

$\alpha + b = \frac{1}{8} \alpha ; \ \beta + c = \eta \alpha =$ minimo.

$\gamma + d = 2.4876 . \alpha$

ficque longitudo tota telefcopii erit $= 2.6126 \alpha + \eta \alpha$.

Vnde tres lentes ex vitro coronario parandae ita fe habebunt:

I. Pro prima lente

radius vtriusque faciei $= 1.06 . \alpha$.

II. Pro tertia lente

radius vtriusque faciei $= 3.4181 . \alpha$.

III. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= -0.7812 . \alpha$.

IV. Pro fecunda lente. Flint Glaff.

ante omnia quaeri debet numerus λ'. ex formula

$\lambda' = 1,\frac{60006.\mu'}{\mu'} \left(k + \frac{1}{\theta^3} - \frac{k}{m\theta^3} \right)$ vnde

$\lambda' = 2,0977$; ergo $\lambda' - 1 = 1,0977$

hincque $\tau . \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.91936$.

Quare

Quare pro hac lente erit

$F = \frac{b}{0.1414 \pm 0.91936} = \frac{b}{1.0608}$

$G = \frac{b}{1.5827 \mp 0.91936} = \frac{b}{0.6633}$

$F = -0.8248.\,\alpha$; $G = -1,3192.\,\alpha$

Vnde fluit sequens

Constructio Telescopii

I. Pro lente prima Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= +1.06\,\alpha$

Interuallum $= 0.125\,\alpha$.

II. Pro lente secunda Flint Glass.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.8248\,\alpha \\ \text{poster.} = -1.3192.\,\alpha \end{cases}$

Interuallum minimum.

III. Pro lente tertia Crown Glass.

radius faciei vtriusque $= 3.4181.\,\alpha$

Interuallum $= 2.4876.\,\alpha$.

IV. Pro lente quarta Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= -0.7812.\,\alpha$.

Lenti obiectiuae tribui potest apertura, cuius semidiameter $x = \frac{1}{4}\,\alpha$.

Cum autem ob claritatem statui debeat $x = \frac{m}{50}$. dig. $= \frac{1}{10}$ dig. vnde $\alpha = \frac{2}{5}$. dig.

et telescopii longitudo $= 2.6126.\alpha + \eta\alpha$

et semidiameter campi $\Phi = 223$ min. $= 3^\circ 43'$.

Exempl. II.

188. Si multiplicatio $m = 10$ desideretur, telescopium huius generis describere.

Ob $m = 10$ erit $\vartheta = \frac{444}{124} = 3.5806$

Log. $\vartheta = 0.5539613$.

Log. $\frac{1}{\vartheta} = 9.4460386$.

vnde $b = -\frac{7}{8}\alpha = -0,875\,\alpha$

$\beta = \infty = c$; $\gamma = 3.1331.\alpha$

$d = -0.35806.\alpha$.

Nunc euoluatur numerus λ', qui reperitur

$\lambda' = 2.1049$; $\lambda' - 1 = 1.1049$

hinc $\tau.\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.92132$

Vnde radii facierum

$$F = \frac{b}{0.1414 \mp 0.9213} = \frac{b}{1.0627}$$

$$G = \frac{b}{1.5827 \mp 0.9213} = \frac{b}{0.6614}$$

seu $F = -0.8234\,\alpha$

$G = -1.3230\,\alpha$

Vnde colligitur sequens

Con-

Conſtructio Teleſcopii

I. Pro prima lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 1.06.\alpha$

Interuallum $= 0.125.\alpha$

II. Pro ſecunda lente Flint Glaſſ.

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = -0.8234.\alpha \\ \text{poſter.} = -1.3230.\alpha \end{cases}$

Interuallum minimum.

III. Pro lente tertia: Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 3.3211.\alpha$

Interuallum $= 2.7751.\alpha$

IV. Pro lente quarta Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= -0.3796.\alpha$

Vnde fit tota longitudo $= 2.9001\ \alpha$. Lenti primae autem apertura tribui debet, cuius ſemidiameter $x = \frac{m}{50}$ $= \frac{1}{4}\alpha = \frac{1}{5}$ dig. Vnde ſequitur $\alpha = \frac{4}{5}$ dig. ſiue maius. Campi autem viſi ſemidiameter erit $\Phi = 94$ minut. $= 1^\circ\ 34'$.

Exempl. III.

189. Si multiplicatio m fuerit ∞, teleſcopium huius generis deſcribere.

Ob $m = \infty$ erit $\vartheta = 3,5$.

et

et Log. $\vartheta = 0.5440680$

Log. $\frac{1}{\vartheta} = 9.4559319$

hincque $b = -0.875.\alpha$; $\beta = \infty = c$

$\gamma = 3.0625.\alpha$; $d = -3,5.\frac{\alpha}{m}$.

Pro lente autem secunda inuenimus

$\lambda' = 2.1120$; $\lambda' - 1 = 1.1120$

et $\tau.\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,9253$.

Ex quibus colligitur

$F = \frac{b}{0,1414 \pm 0,9253} = \frac{b}{1,0667}$

$G = \frac{b}{1,5827 \pm 0,9253} = \frac{b}{0,6574}$

$F = -0.8205.\alpha$

$G = -1.3309.\alpha$

Vnde colligitur sequens

Constructio Telescopii

I. Pro prima lente Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= 1,06.\alpha$

Interuallum $= 0.125.\alpha$

II. Pro secunda lente Flint Glass.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.8205.\alpha \\ \text{poster.} = -1.3309.\alpha \end{cases}$

Interuallum minimum.

III. Pro

III. Pro tertia lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 3.2462.\alpha$

Interuallum $= (3.0625 - \frac{3,5}{m})\alpha$

IV. Pro quarta lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= -3.710.\frac{\alpha}{m}$

Hincque longitudo teleſcopii erit $= (3,1875 - \frac{3,5}{m}).\alpha$

Lenti vero obiectiuae apertura tribuatur, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}\alpha = \frac{m}{50}$ ita, vt capi poſſit

$\alpha = \frac{2}{25}.m.\text{dig.} = \infty.$

Exempl. IV. generale.

190. Si multiplicatio fuerit quaecunque m, ſaltem denario maior, teleſcopium huius generis deſcribere.

Cum pro caſu $m = \infty$ inuenerimus $\vartheta = 3,5$ nunc in genere ponamus $\vartheta = 3,5 + \frac{e}{m}$ et quia pro $m = 10$ fuerat $\vartheta = 3,5806$, erit $e = 0.806$, ita vt ſit $\vartheta = 3,5 + \frac{0,806}{m}$ vnde diſtantiae ita ſe habebunt:

$b = -0,875.\alpha$; $\beta = \infty = c$

$\gamma = (3,0625 + \frac{0,7053}{m})\alpha$

$d = -(3,5 + \frac{0,9060}{m})\frac{\alpha}{m}$

Pro lente autem ſecunda ponatur

$F = -(0.8205 + \frac{f}{m})\alpha$

$G = -(1.3309 + \frac{g}{m})\alpha.$

Comparatione igitur inſtituta cum caſu $m = 10$ erit $f = 0.0290$, $g = -0.0790$.

Conſtructio huius Teleſcopii

I. Pro prima lente. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 1.06.\alpha$

Interuallum $= 0.125.\alpha$.

II. Pro ſecunda lente. Flint Glaſſ.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -(0.8205 + \frac{0.0290}{m})\alpha \\ \text{poſter.} = -(1.3309 - \frac{0.0790}{m})\alpha \end{cases}$

Interuallum minimum.

III. Pro tertia lente. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= +(3,2462 + \frac{0.7476}{m})\alpha$

Interuallum $= (3,0625 - \frac{2.7947}{m} - \frac{0.8060}{m^2})\alpha$.

IV. Pro quarta lente.

radius faciei vtriusque $= -(3,710 + \frac{0.8544}{m})\frac{\alpha}{m}$

ſicque tota longitudo erit

$= (3,1875 - \frac{2.7947}{m} - \frac{0.8060}{m^2})\alpha$

deinde lentis obiectiuae ſemidiameter aperturae debet eſſe $x = \frac{m}{50}$ dig. vnde α capi debebit $\alpha = \frac{2}{25}m$. dig. ſiue maius, campique viſi ſemidiameter

$= \Phi = \frac{859}{m - \frac{8}{7}}$ min. prim.

Scho-

Scholion.

191. En ergo inſignem multitudinem variorum primi generis teleſcopiorum, quae adhuc in infinitum multiplicari poſſent, ſi litteris B et C alios valores tribuere vel etiam pluribus lentibus vti vellemus. Verum huiusmodi inueſtigatio prorſus ſuperflua videtur, cum maior perfectionis gradus exſpectari nequeat ac plures lentes claritati ſemper obſint, neque etiam maior campus ſperari poſſit. Inprimis autem obſeruandum eſt in his teleſcopiis marginem coloratum aliter deſtrui non potuiſſe, niſi diuerſis vitri ſpeciebus adhibendis, ita, vt iam affirmare poſſimus, ex eadem vitri ſpecie huiusmodi teleſcopia confici non poſſe, quae non vitio marginis colorati laborent, cum tamen in ſequentibus generibus, lentibus ex vna vitri ſpecie factis talis margo feliciter tolli poſſit, etiamſi tunc ipſum diffuſionis ſpatium ad nihilum redigere non liceat. Haec reſtrictio etiam in cauſſa erat, quod campum apparentem vix notabiliter augere licuerat; ſin autem marginem coloratum negligere vellemus, campus haud mediocriter augeri poſſet. Tum enim in caſu vltimi problematis litterae k et ϑ manerent arbitrio noſtro relictae et cum ſemidiameter campi eſſet $\Phi = -\frac{\pi''}{m-k}$, poſito $\eta = 0$, videtur is ad lubitum augeri poſſe, dum tantum k parum ab m deficiens aſſumatur atque adeo ſumto $k = m$ in infinitum abiret; quod tamen nullo modo praeſtari poſſe experientia abunde teſtatur. Quare hoc dubium ſoluiſſe operae erit

 pre-

pretium; ad quod tantum recordari oportet, litteris π, π' et π'' certum praefcriptum effe terminum veluti $\frac{1}{4}$ quem transgredi nunquam debent; quare etfi hoc cafu valor $-\pi'' = \frac{1}{4}$ enormem magnitudinem pro Φ praebet, tamen hic etiam ad valorem ipfius π fpectari conuenit, qui cum ante iam inuentus effet $\pi = -\Phi(k-1)$, ideoque $\pi = \frac{\pi''(k-1)}{m-k}$, maxime cauendum eft, ne hinc prodeat $\pi > \pi''$. quamobrem litteram k iam non pro lubitu augere licebit, fed eo usque tantum, quoad fiat $k-1 = m-k$, fiue $k = \frac{m+1}{2}$, quae pofitio campum duplo maiorem, quam ante, produceret, fcilicet $\Phi = \frac{-\pi''}{m-k} = \frac{-2\pi''}{m-1}$, quem ergo obtinere poffemus, fi modo marginem coloratum defpiciamus. Tum autem pro eodem cafu vltimi problematis forent diftantiae determinatrices $b = \frac{-2\alpha}{m+1}$; $\beta = \infty = c$ et $\gamma = \frac{+2\theta\alpha}{m+1}$ et $d = \frac{-\theta\alpha}{m}$; vnde fit poftremum interuallum $\gamma + d = + \vartheta\alpha\left(\frac{2}{m+1} - \frac{1}{m}\right) = \frac{\theta\alpha(m-1)}{m(m+1)}$ vbi adhuc ϑ noftro arbitrio permittitur, dummodo pofitiue capiatur; verum quia hoc modo margo coloratus praemagnus effet proditurus; huiusmodi telefcopia nullo modo commendari poterunt atque hoc praeceptum etiam in pofterum obferuabimus, nullaque alia telefcopia exceptis tantum fimpliciffimis proferemus, nifi quae faltem a margine colorato fint immunia, fiquidem tota haec confufio non vitari queat.

LIBRI

LIBRI SECVNDI,

DE

CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM

SECTIO SECVNDA.

DE

TELESCOPIIS SECVNDI GENERIS,

QVAE

LENTE OCULARI CONUEXA INSTRVCTA,

OBIECTA SITU INUERSO REPRAESENTANT.



CAPVT I.

DE TELESCOPIIS SIMPLICIORIBVS SECVNDI GENERIS, EX VNICA VITRI SPECIE PARATIS.

Praeceptum generale.

192.

Cum in hac sectione obiectorum repraesentatio semper futura sit inuersa, hic ante omnia monendum est, in omnibus formulis generalibus supra traditis litteram m, qua multiplicatio indicatur, vbique negatiue capi debere, ita, vt in illis formulis, quoties m occurrit, eius loco $-m$ scribi oporteat.

Pro-

Problema I.

193. Simpliciſſimum huius generis teleſcopium ex duabus lentibus eademque vitri ſpecie conſtruere, quod obiecta ſecundum datam multiplicationem m aucta ſituque inuerſo repraeſentet.

Solutio.

Propoſita multiplicatione m formulae noſtrae generales ſtatim praebent hanc determinationem: $m = \frac{\alpha}{b}$ vbi manifeſtum eſt, α exprimere diſtantiam focalem lentis obiectiuae, b vero ocularis ob $\beta = \infty$. Cum igitur fractio $\frac{\alpha}{b}$ hic ſit poſitiua, ſimulque harum lentium diſtantia $\alpha + b$, vtramque diſtantiam α et b, poſitiuam eſſe oportet, ita, vt ambae lentes futurae
Tab. III. Tom. I. Fig. 13. ſint conuexae et imago realis in puncto F repraeſentetur, quod ſimul eſt focus communis vtriusque lentis. Tum vero campi apparentis ſemidiameter erit $\Phi = \frac{\pi}{m+1}$, qui autem non conſpicietur, niſi oculo in certo loco conſtituto cuius diſtantia poſt lentem ocularem eſt $O = \frac{\pi q}{m\Phi}$ denotante q diſtantiam focalem lentis ocularis, quam vidimus eſſe $= b$. Cum igitur ſit $\pi = (m + 1)\Phi$; erit haec diſtantia $O = \frac{m+1}{m}.q$ ideoque tantillo maior, quam q. Vt iam obiecta dato claritatis gradu adpareant, quem vocauimus $= y$, ita, vt y ſit menſura ſemidiametro pupillae minor, oſtenſum eſt, aperturam lentis obiectiuae tantam eſſe debere, vt eius ſemidiameter ſit $x = my$ vnde iam intelli-

telligitur, eius diſtantiam focalem p vel α certe minorem ſtatui non poſſe, quam $4x$. Videamus nunc etiam quomodo hoc teleſcopium ratione marginis colorati futurum ſit comparatum. Cum is prorſus tolli non poſſit, quia fieri nequit, vt ſit $o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{m\Phi} = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{m+1}{m}$; multo minus haec confuſio penitus deſtrui poteſt, cum eſſe deberet $o = \frac{dn}{n-1} \cdot (p+q)$, quia $p+q$ eſt diſtantia lentium. Eo magis autem in id eſt incumbendum, vt confuſio primae ſpeciei ab apertura pendens inſenſibilis reddatur, ſeu vt ſemidiameter huius confuſionis certum quendam limitem, quem littera k indicauimus, non ſuperet. Quare ex ſuperioribus colligetur haec conditio:

$$+\frac{m\mu x^3}{4p^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{m}\right) < \frac{1}{4k^3}$$

$$\text{ſeu } \frac{x^3}{p^3}(\mu\lambda m + \mu\lambda') < \frac{1}{k^3}$$

vnde pro diſtantia focali lentis obiectiuae $p = \alpha$ hanc obtinemus conditionem; $p > kx\sqrt[3]{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$ et ob $x = my$, erit $p > kmy\sqrt[3]{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$ ſeu ad minimum p huic formulae aequalis capi poterit.

Coroll. I.

194. Hinc ergo ſtatim apparet, quo maior requiratur multiplicatio, eo maiorem eſſe debere lentis obiectiuae diſtantiam focalem ideoque etiam longitudinem teleſcopii neque id in ratione tantum ſimplici, ſed

ſed fere in ratione ſesquitriplicata multiplicationis, ſcilicet vt $m^{\frac{4}{3}}$, hincque iſta longitudo mox tanta euadit, vt neutiquam ſit verendum, ne quantitas p minor fiat, quam $4my$.

Coroll. 2.

195. Numerus μ ab indole vitri pendet, vnde ſequitur, quo minor is fuerit, eo magis longitudinem p imminui. Vidimus autem ſupra creſcente ratione refractionis n iſtum numerum μ diminui; ſed quia tum formula $\frac{dn}{n-1}$ creſcit, ideoque margo coloratus augetur, praeſtabit vitro vti communi.

Coroll. 3.

196. Hinc etiam intelligimus, quo maior gradus claritatis y deſideretur, eo magis quantitatem p augeri debere quod etiam vſu venit, ſi maior diſtinctio requiratur, quia tum litterae k maior valor tribui deberet.

Coroll. 4.

197. Ad longitudinem autem horum inſtrumentorum contrahendam plurimum intereſt, lentem obiectiuam ita conficere, vt fiat $\lambda = 1$, quippe qui huius litterae minimus eſt valor. Quare huic lenti eam formam tribui conueniet, quam ſupra in capite de lentibus obiectiuis deſcripſimus.

Co-

Coroll. 5.

198. Circa lentem autem ocularem parum lucraremur si et $\lambda' = 1$ capere vellemus, quoniam in maioribus multiplicationibus hic terminus prae primo euanescit; quin potius huic lenti eiusmodi figuram tribui necesse est, quae maximae aperturae sit capax; quoniam ab ea campus apparens potissimum pendet; quare haec sanciatur regula, vt lens ocularis vtrimque aequaliter conuexa conficiatur, quoniam tum demum littera π valorem $\frac{1}{4}$ vel etiam maiorem accipere potest. Tum vero erit

I. Pro vitro coronario seu $n = 1.53$

$\lambda' = 1.60006$.

II. Pro vitro communi seu $n = 1.55$

$\lambda' = 1.62991$.

III. Pro vitro denique chrystallino $n = 1.58$

$\lambda' = 1.67445$.

Scholion. 1.

199. Hugenius partim theoriae satis incompletae partim experimentis innixus distantiam focalem lentis obiectiuae quadrato multiplicationis proportionalem statuit, cui tantum abest, vt aduersari velim, vt potius in praxi eius praesertim temporis assentiar, nostra enim determinatio innititur huic rationi quod

facies lentium ad figuram sphaericam perfecte sint formatae, quam si artifex exacte efficere posset, nullum est dubium, quin nostra formula veritati sit consentanea, quod quidem nunc summorum artificum industriae concedendum videtur; sed quando figura lentium a sphaerica figura tantillum aberrat, notum est, vitium eo magis esse sensibile, quo maior fuerit distantia focalis lentis, cui propterea aliter occurri nequit, nisi distantiam focalem maiorem reddendo, quam secundum nostram regulam. Num autem praecise ratio duplicata inde exsurgat, neutiquam affirmare licet, sed prout quaeque lens feliciori successu fuerit elaborata eo minor distantia focalis sufficit eidem multiplicationi producendae, seu potius eadem lens maiori multiplicationi producendae erit apta, quod etsi perpetuo est obseruandum, tamen hic assumo, lentibus non solum sphaericas figuras, sed etiam secundum datos radios tribui posse.

Scholion 2.

200. His autem Hugenii obseruationibus praecipue vtemur, ad gradus tam claritatis, quam distinctionis definiendos, quibus astronomi contenti esse solent; etiamsi cuique liberum relinquatur, siue maiorem siue minorem gradum eligere. Quod igitur primo ad gradum claritatis attinet, Hugenius lenti obiectiuae, cuius distantia focalis = 20 ped. siue 240 digit. assignat aperturam, cuius semidiameter = 1.225 digit.

digit. eamque ad multiplicationem $m = 89$ aptam iudicat; quam rationem etiam in reliquis lentibus obiectiuis obſeruat; quare cum hic ſit $x = 1.225$ dig. et $m = 89$ ob $x = my$, hinc colligimus $y = \frac{x}{m} = \frac{1.225}{8} = \frac{1}{73}$, quare cum ſupra paſſim aſſumſerimus $y = \frac{1}{50}$, multo maiorem claritatis gradum illis inſtrumentis conciliauimus eumque adeo duplo maiorem.

Quod dein ad gradum diſtinctionis attinet littera k contentum, in allegato Hugenii exemplo perpendamus eſſe $p = 240$ dig. $m = 89$ et $y = \frac{1}{73}$ ſumtoque $\mu = \frac{1}{10}$ et $\lambda = 1$. reiectoque altero termino in formula radicali hi valores in noſtra formula ſubſtituti dabunt

$$240 = 89 . \tfrac{1}{73} . k . \sqrt[3]{\tfrac{9}{10} . 89}$$

$$\text{ergo } k = \frac{73 . 240}{89 . \sqrt[3]{80}}$$

quae fractio euoluta dat $k = 45$. Quare cum ſupra paſſim ſumſerimus $k = \frac{1}{50}$, maiorem diſtinctionis gradum, quam hinc oritur, ſumus complexi. Cum igitur in noſtra formula ky occurrat, ſecundum Hugenium ſufficeret, ſtatuere $ky = \frac{45}{73} = \frac{5}{8}$ circiter ex quo patet, ſi ſtatuamus $ky = 1$ non ſolum claritatis, ſed et diſtinctionis maiorem gradum obtineri, ſimul vero longitudinem teleſcopii multo maiorem eſſe prodituram, quam ſi poneremus $ky = \frac{5}{8}$.

Scholion 3.

201. Quoniam vitrum chryſtallinum ad huiusmodi teleſcopia ineptum eſt iudicandum, ſiquidem margo coloratus augeretur, pro duabus vitri ſpeciebus, altera qua $n = 1.53$, altera qua $n = 1.55$ conſtructiones hic apponamus.

Conſtructio huiusmodi teleſcopii vtraque lente ex vitro coronario $n = 1.53$. parata

I. Pro lente obiectiua

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.6023.\alpha \\ \text{poſter.} = 4.4131.\alpha \end{cases}$

Interuallum $= \frac{m+1}{m}.\alpha$.

II. Pro lente oculari

radius vtriusque faciei $1,06.\frac{\alpha}{m}$.

Diſtantia oculi ab hac lente

$$= \frac{m+1}{m}.\frac{\alpha}{m}.$$

Semidiameter aperturae lentis obiectiuae $= m.y$;

lentis ocularis $= \frac{1}{4}\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter campi $\Phi = \frac{850}{m+1}$ minut.

ſumendo $\alpha = kmy\sqrt[3]{(0.9875(m+1,60006))}$

Con-

Conſtructio huiusmodi teleſcopii vtraque lente ex vitro communi $n = 1.55$ parata.

I. Pro lente obiectiua

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.6145.\alpha \\ \text{poſter.} = 5.2438.\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= my$

Interuallum $= \frac{m+1}{m}.\alpha.$

II. Pro lente oculari

Radius vtriusque faciei $= 1,10.\frac{\alpha}{m}.$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}\frac{\alpha}{m}.$

Diſtantia oculi $= \frac{m+1}{m}.\frac{\alpha}{m}.$

Semidiam. campi appar. $\Phi = \frac{850}{m+1}.$ min.

ſumendo $\alpha = k.my.\sqrt[3]{0,9381\,(m+1,62991)}$

vbi quilibet gradum claritatis et diſtinctionis pro lubitu aſſumere poteſt.

Problema 2.

202. Si lens obiectiua fuerit duplicata eius generis, quod deſcripſimus, §. 65. conſtructionem teleſcopii deſcribere.

Solutio.

Hic omnia, quae in praecedente problemate de multiplicatione, campo apparente et loco oculi definivimus,

vimus, manent eadem; tantum in expreſſione pro ſemidiametro confuſionis inuenta numerus λ minorem adipiſcitur valorem, vltra partem quintam vnitatis imminutum; vnde diſtantia focalis lentis obiectiuae etiam minorem valorem habere poterit; id quod ſine dubio tanquam inſigne lucrum eſt ſpectandum, cum hoc modo longitudo inſtrumenti haud mediocriter contrahatur. Hic autem ad vitri ſpeciem, ex quo lentes parantur, inprimis eſt attendendum, quandoquidem numerus λ per eam definitur, vnde excluſo vitro chryſtallino ob rationes ante allegatas conſtructiones huiusmodi teleſcopiorum pro binis reliquis ſpeciebus hic exhibeamus:

Conſtructio huiusmodi teleſcopii, vtraque lente ex vitro coronario, pro quo $n = 1,53$ parata.

I. Pro lente obiectiua duplicata.

Lentis prioris radius faciei { anter. $= + 1.2047.\alpha$; poſter. $= + 8.8262.\alpha$ }

Lent. poſterioris radius faciei { anter. $= + 0,6464.\alpha$; poſter. $= - 1,6570.\alpha$ }

Semidiameter aperturae $x = my$

Interuallum vsque ad lentem ocularem $= \frac{m+1}{m}.\alpha.$

II. Pro lente oculari.

radius faciei vtriusque $= 1,06.\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}.\frac{\alpha}{m}$

Diſtantia oculi poſt hanc lentem $O = \frac{m+1}{m}.\frac{\alpha}{m}.$

Hic

Hic ſcilicet ipſa lens obiectiua duplicata vt ſimplex ſpectatur, cuius diſtantia focalis ſit $= \alpha$, quae iam ita capi debet, vt fiat

$$\alpha \overset{>}{=} k\, m y \sqrt[3]{0,9875\,(0,1951.\, m + 1,60006)}$$

Semidiameter vero campi apparentis eſt, vt ante, $\Phi = \frac{859}{m+1}$.

Conſtructio huiusmodi teleſcopii, vtraque lente ex vitro communi, $n = 1,55$, parata.

I. Pro lente obiectiua duplicata.

Lentis prioris radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1,2289.\,\alpha \\ \text{poſter.} = 10,4876.\,\alpha \end{cases}$

Lentis poſter. radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6527.\,\alpha \\ \text{poſter.} = -1,6053.\,\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $x = my$

Interuallum vsque ad lentem ocularem $= \frac{m+1}{m}.\,\alpha$.

II. Pro lente oculari

radius faciei vtriusque $= 1,10.\,\frac{\alpha}{m}$.

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}.\,\frac{\alpha}{m}$

Diſtantia oculi poſt hanc lentem $O = \frac{m+1}{m}.\,\frac{\alpha}{m}$.

vbi cernetur campus, cuius ſemidiameter $= \frac{850}{m+1}$ minut.

At diſtantia focalis ipſius lentis obiectiuae duplicatae ita capi debet, vt ſit

$$\alpha \overset{>}{=} k\, m y \sqrt[3]{0.9381\,(0,1918.\, m + 1,6299)}.$$

Corollarium I.

203. Si ergo multiplicatio tanta ſit, vt in valore ipſius α poſtremus terminus prae altero euaneſcat, hoc caſu diſtantia α minor erit, quam praecedente, in ratione circiter $\sqrt[3]{\frac{1}{5}} : 1$. vel $1 : \sqrt[3]{5}$ hoc eſt fere vt 10 : 17.

Coroll. 2.

204. Cum iſtae lentes duplicatae ex principio minimi ſint deductae, eo magis ſunt ad praxin accommodatae, cum metuendum non ſit, vt exigui errores ab artifice commiſſi effectum perturbent, quod maxime eſſet metuendum, ſi reliquas lentes compoſitas, quae quidem perfectae ſunt vocatae, loco obiectiuae ſubſtituere vellemus.

Scholion.

205. Quo clarius appareat, quantum lucrum hinc ſit exſpectandum, accommodemus ambos caſus ad datam multiplicationem, puta, $m = 100$, vbi quidem ſolum vitrum commune conſideremus. Si igitur I.) lente obiectiua ſimplici vtamur, diſtantia focalis α ita accipi debet, vt ſit

$$\alpha = 100 . ky \sqrt[3]{(0,9381 . 101,6299.)}$$

$$\alpha = 100\, ky . 4,5684.$$

vnde

vnde ſi cum Hugenio capiatur

$ky = \frac{5}{8}$ dig. prodit

$\alpha = 285\frac{1}{2}$ dig. $= 23$ ped. $9\frac{1}{2}$ dig.

ſi autem II) vtamur lente obiectiua duplicata, habebimus

$$\alpha = 100 ky \sqrt[3]{0.9381} (20, 8099)$$

$$\alpha = 100. ky. 2, 6926;$$

ſumtoque iterum $ky = \frac{5}{8}$ dig. erit

$\alpha = 168\frac{1}{3}$ dig. $= 14$ ped. $\frac{1}{3}$ dig.

haec certe contractio ante hac maximi momenti foret viſa; nunc autem cum multo adhuc breuiora teleſcopia deſideremus, non admodum notatu digna videbitur, quod etiam eueniet in caſu ſequentis problematis, vbi lentem obiectiuam triplicatam faciemus.

Problema 3.

206. Si lens obiectiua fuerit triplicata, quam §. 66. deſcripſimus, teleſcopii conſtructionem deſcribere.

Solutio.

Omnia manent, vt ante, niſi quod pro hac lente triplicata futurum ſit $\lambda = \frac{3-8\nu}{27}$; vnde conſiderando tantum vitrum commune, pro quo $n = 1.55$ lentis huius obiectiuae diſtantia focalis α ita definiri debet,

vt fit $\alpha = k\,m\,y\,\sqrt[3]{0,9381\,(0,0422.\,m + 1.\,6299)}$ hinc igitur fequenti modo talia telefcopia erunt conftruenda:

Conftructio huiusmodi telefcopii, vtraque lente ex vitro communi, pro quo $n = 1,55$ parata.

I. Pro lente obiectiua triplicata.

Lentis primae radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1.\,8433.\,\alpha \\ \text{pofter.} = 15.\,7315.\,\alpha \end{cases}$

Lentis fecundae radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.\,9790.\,\alpha \\ \text{pofter.} = -2.\,4079.\,\alpha \end{cases}$

Lentis tertiae radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +13.\,5024.\,\alpha \\ \text{pofter.} = -8.\,0481.\,\alpha \end{cases}$

Eius aperturae femidiameter $x = my$. Interuallum usque ad lentem ocularem $= \frac{m+1}{m}.\,\alpha$.

II. Pro lente oculari

radius faciei vtriusque $= 1,10.\,\frac{\alpha}{m}$

eius aperturae femidiameter $= \frac{1}{4}.\,\frac{\alpha}{m}$

Diftantia oculi $= \frac{m+1}{m}.\,\frac{\alpha}{m}$

campique apparentis femidiameter $\Phi = \frac{850}{m+1}$ minut.

Ipfa autem lentis obiectiuae diftantia focalis tanta accipi debet, vt fit:

$$\alpha = k\,m\,y\,\sqrt[3]{0,9381\,(0,0422\,m + 1.\,6299)}$$

Co-

Coroll. 1.

207. Si ergo multiplicatio ſtatuatur $m = 100$, capi poterit

$$\alpha = 100\, ky \sqrt[3]{0,9381\,(5,8499)}$$

ſiue $\alpha = 100.\, ky.\, 1,7639$

ſumtoque $ky = \frac{5}{8}$ dig.

$$\alpha = 110\tfrac{1}{4} \text{ dig.} = 9 \text{ ped. } 2\tfrac{1}{4} \text{ dig.}$$

ſicque longitudo totius teleſcopii usque ad oculum prodibit

$$\left(\frac{m+1}{m}\right)^2.\, \alpha = 117,\tfrac{1}{2} \text{ dig.} = 9. \text{ ped. } 4\tfrac{1}{2} \text{ dig.}$$

Coroll. 2.

208. Quod ad gradum claritatis y attinet, quoniam hic plures ſunt lentes per quas radiis eſt transeundum, eorumque ideo maior iactura metuenda etiamſi maiorem claritatem non requiramus, quam Hugenius; tamen ipſi y maior valor tribui debet, quam $\frac{1}{73}$; quare retento valore k longitudo teleſcopii maior prodibit.

Scholion.

209. Haec vltima cautela maximi eſt momenti et ſemper probe obſeruanda quoties maiore lentium numero vtemur, atque hac occaſione haud abs re erit eorum teleſcopiorum ex Anglia allatorum,

quae nocturna funt appellata, mentionem facere; circa quae primum obferuo, eorum vfum in fummis tenebris plane fore nullum fed tantum tempore crepufculi vel lucente Luna ea adhiberi folere ad obiecta non nimis longinqua fpectanda. Totum autem myfterium quod in his telefcopiis plerique quaefiuerunt, huc redit, vt iis fummus claritatis gradus concilietur, feu vt litterae y femidiameter ipfius pupillae tribuatur, fiue circiter ftatuatur $y = \frac{1}{12}$ dig. fiquidem tum claritas vifa tricies fexies maior fentietur, quam fi fumeretur $y = \frac{1}{73}$. Quare ne haec telefcopia nimis fiant longa multo minori multiplicatione nos contentos effe oportet. Ad hunc autem fcopum multiplicatio $m = 10$ plus quam fufficiens effe folet. Si enim noctu obiecta longinqua quafi nobis decuplo effent propiora eaque eodem claritatis gradu afpicere licebit atque nudis oculis, plus certe defiderari non poterit.

Problema 4.

210. Si denique lens obiectiua fuerit quadruplicata, fecundum principia §. 154. libro fuperiore tradita conftructa, telefcopii conftructionem defcribere.

Solutio.

Hic denuo omnia manent, vt ante, fed quod hic inprimis notatu dignum occurrit, eft quod in formula pro diftantia focali α refultante fcilicet

$\alpha =$

$$\alpha = k\,m\,y\,\sqrt[3]{\mu\,(\tfrac{1-5\nu}{16}\cdot m + \lambda'')}$$

valor numeri λ prodeat negatiuus ideoque certo casu tota confusio euanescere queat; qui casus maxime meretur, vt omni diligentia euoluatur. Sumamus igitur omnes istas lentes ex vitro communi pro quo $n = 1,55$ esse confectas lentemque ocularem vtrinque vt hactenus, aeque conuexam formari atque habebimus $\lambda = \frac{1-5\nu}{16} = -0,010216$ et $\lambda'' = 1,6299$ vnde intelligitur semidiametrum confusionis prorsus in nihilum abire, si capiatur

$$m = \frac{1,6299}{0,010216} = 159\tfrac{1}{2}.$$

Pro hoc ergo casu quantitas α non amplius ex hac formula sed vnice ex apertura, quam gradus claritatis postulat, determinabitur; si enim pro gradu claritatis in genere sumamus y, semidiameter aperturae debet esse $= my$, vnde distantia α tanta accipi debet, vt pro radiis singularum facierum tantam aperturam recipere possit. Quare si α etiam nunc vt quantitatem indefinitam spectemus, constructio Telescopii ita se habebit.

Constructio huiusmodi Telescopii lentibus ex vitro communi paratis.

I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis Primae rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 2.4580.\,\alpha \\ \text{poster.} = 20.975.\,\alpha \end{array} \right.$

Secun-

Secundae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 1.\ 305.\ \alpha \\ \text{pofter.} = -\ 3.\ 2108.\ \alpha \end{cases}$

Tertiae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 0.\ 8887.\ \alpha \\ \text{pofter.} = -\ 1.\ 4917.\ \alpha \end{cases}$

Quartae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 0.\ 6733.\ \alpha \\ \text{pofter.} = -\ 0.\ 9708.\ \alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $x = my$.

Interuallum vsque ad lentem ocularem $= \frac{m+1}{m}.\ \alpha$.

II. Pro lente oculari.

Radius vtriusque faciei $= 1,\ 10.\ \frac{\alpha}{m}$.

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}.\ \frac{\alpha}{m}$.

Diftantia oculi $= \frac{m+1}{m}.\ \frac{\alpha}{m}$.

Campique vifi Semidiam. $= \frac{850}{m+1}$ min.

Hic autem in genere capi deberet

$$\alpha \overset{>}{=} k\, m y \sqrt[3]{0.\ 9381\ (-0.010216.\ m + 1.\ 6299)}$$

nifi valor hinc prodiens minor fuerit, quam vt praefcripta apertura $x = my$ locum habere poffit, id quod potiffimum pro $m = 159\frac{1}{2}$ eueniet.

Pro quo radii facierum modo exhibiti perpendi debent, inter quos minimus cum fit 0, 6733. α, huius pars quarta 0, 1683. α, feu fere $\frac{1}{6}\ \alpha$ determinabit femidiametrum aperturae, qui cum ob $m = 159\frac{1}{2}$ fit

159

$159\frac{1}{2}y$ capi debebit $\alpha > 6.\ 159\frac{1}{2}y$ ſeu $\alpha > 957.y$ ſi igitur ſumamus $y = \frac{1}{50}$ dig. capi debebit $\alpha > 19\frac{7}{50}$ dig. quocirca ſtatuamus $\alpha = 20.$ dig. Sumtaque multiplicatione $m = 160$ habebimus hanc ſpecialiſſimam conſtructionem.

Conſtructio Teleſcopii pro multiplicatione $m = 160$, lentibus e vitro communi $n = 1,55$ confectis.

I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis

Primae rad. fac. { anter. $= +49,16$ dig. / poſter. $= +419,50$ dig.

Secundae rad. fac. { anter. $= 26,10.$ dig. / poſter. $= -64,21$ dig.

Tertiae rad. fac. { anter. $= 17,77.$ dig. / poſter. $= -29,83.$ dig.

Quartae rad. fac. { anter. $= 13,47$ dig. / poſter. $= -19,42$ dig.

Eius aperturae ſemidiameter $x = my = 3,2$ dig.
Interuallum vsque ad lentem ocularem $= 20\frac{1}{8}$ dig.

II. Pro lente oculari.

Radius vtriusque faciei $= 0,1375.$ dig.
eiusque ſemidiameter aperturae $= \frac{1}{32}$ dig.
diſtantia oculi $= 0,1258$ dig.
ita vt ſit tota teleſcopii longitudo $= 20\frac{1}{4}$ dig.
campique viſi ſemidiameter $= 5'\,21''$.

Coroll. 1.

211. Si multiplicationem minorem statuissemus, longitudo telescopii maior prodiisset. Si enim statuamus $m = 50$ litteraeque k' etiam valorem 50 tribuamus, prodiret $\alpha = 50 \sqrt[3]{0,9381. 1,1189}$. seu $\alpha > 50,81$ ideoque plusquam duplo maior, quam casu $m = 160$ quod certe ingens est paradoxon.

Coroll. 2.

212. Si artifex in constructione lentis obiectiuae tantillum aberret, eius error valorem numeri λ tantum paulisper augebit, quia ille valor $\lambda = -0,010216$ omnium est minimus, si enim ob hos errores λ particula $\frac{1}{1000}$ augeatur, prodit $\lambda = -0.000784$ ita, vt tum ista lens quadruplicata ad maiorem multiplicationem producendam sit apta; quod paradoxon priori non cedit.

Scholion 1.

213. Neque hic neque in praecedentibus definiuimus cuiusmodi mensuram digitorum intelligamus. An sint Parisini an Londinenses, an Rhenani etc. Verum consultum potius est, hanc mensuram prorsus indeterminatam relinquere. Quodsi enim caussam dubitandi habeamus, lentes secundum regulas praescriptas accurate esse elaboratas, maxime e re erit, maiorem mensuram pro digitis adhibere. Sin autem de exsecutione plane simus certi, mensura digitorum minore tuto

tuto vti poterimus. Semper autem praxi consulendo vtile erit, maiorem digitorum mensuram adhibere; atque adeo ipsa ratio, quae nos ad digitorum mensuram perduxit, hoc suadet; haec enim ratio ex apertura pupillae nobis est nata, quam in partibus digiti expressimus. Cum igitur ipsa pupilla tantopere sit mutabilis, vt nihil plane certi de ea statui possit, manifestum est, tantum abesse, vt nobis certa quaedam mensura sit praescripta, vt nobis potius liberum sit, eam siue augendo siue minuendo notabiliter immutare.

Scholion 2.

214. Hactenus ostendimus, quemadmodum lentibus compositis loco obiectiuae adhibendis haec telescopia non mediocriter contrahi queant. Verum hoc modo nullum plane augmentum campo apparenti inducitur. Iam dudum autem est obseruatum, campum quoque apparentem non mediocriter augeri posse, si etiam lens ocularis siue duplicetur, siue adeo triplicetur. Cum enim campus apparens inprimis ab apertura lentis ocularis pendeat, quam ob caussam etiam huic lenti figuram vtrinque aequalem tribuimus, vt maioris aperturae capax redderetur: euidens est, si hanc lentem ita instruere liceret, vt adhuc maiorem aperturam recipere posset, campum apparentem in eadem ratione auctum iri. Quo hoc clarius perspiciatur, ponamus lentis ocularis distantiam focalem esse vnius digiti, ita, vt aperturam admittat, cuius semi-

diameter $= \frac{1}{4}$ dig. Iam fatis manifeftum eft, fi eius loco binae lentes inter fe iunctae quarum vtriusque diftantia focalis $= 2$ dig. fubftituantur; tum illius lentis compofitae diftantiam focalem quoque fore vnius digiti, fed hanc lentem compofitam duplo maiorem aperturam effe admiffuram, fiquidem vtraque faciebus inter fe aequalibus conftet, ideoque aperturam admittat cuius femidiameter dimidii digiti atque hoc modo campus apparens duplicabitur. Simili modo fi loco eius lentis ocularis fimplicis fubftituantur ternae lentes, quarum fingularum diftantia focalis fit trium digitorum, idem effectus ratione multiplicationis obtinebitur, fed quia aperturam triplo maiorem admittunt, campus triplicabitur. Haec autem omnino digna funt, vt adcuratius ex noftris principiis explicentur atque inprimis influxum huiusmodi lentium compofitarum, quo confufionem afficiunt, determinemus.

Problema 5.

215. Si lens ocularis duplicetur, vt femidiameter campi apparentis duplo maiorem valorem nanci-fcatur, conftructionem huiusmodi telefcopii defcribere.

Solutio.

Cum hic telefcopium reuera tribus conftet lentibus, quarum binae pofteriores fibi immediate funt iunctae; haec inueftigatio ex cafu trium lentium eft repe-

repetenda. Primo igitur pro multiplicatione habebimus $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c}$ vbi cum esse debeat interuallum $\beta + c = 0$, erit $c = -\beta$ ideoque $\frac{\beta}{c} = -1$ vnde fit, vt hactenus, $m = \frac{\alpha}{b}$ seu $b = \frac{\alpha}{m}$; tum vero posuimus $\beta = B b = \frac{B.\alpha}{m}$ ideoque etiam $c = -\frac{B\alpha}{m}$, quae cum sit distantia focalis postremae lentis ob $\gamma = \infty$ si secunda lens ipsi iuncta parem haberet distantiam focalem foret $\frac{b\beta}{b+\beta} = c$, siue $\frac{B\alpha}{m(1+B)} = \frac{-B\alpha}{m}$, hincque $B = -2$ sed praestat haec ex nostris principiis deducere; quia enim campi apparentis semidiameter nunc est $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$ vt hic duplo maior fiat, quam casu praecedente debet esse $-\pi = \pi'$, vt fiat $\Phi = \frac{2\pi}{m+1}$. Ex principiis autem superioribus colligimus $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = m$ vnde fit $\mathfrak{B}\pi = (m+1)\Phi$, ideoque $\mathfrak{B} = 2$ hincque $B = -2$ ita, vt postremae lentes fiant inter se aequales. Hoc autem valore inuento pro semidiametro confusionis habebimus

$$\frac{m x^3}{4 p^3} \cdot \mu \left(\lambda + \frac{q}{\mathfrak{B} p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right) - \frac{\lambda''}{B^3 . m}\right)$$

vbi est $p = \alpha$, $q = \mathfrak{B} b = \frac{2\alpha}{m}$ ita, vt haec expressio abeat in istam

$$\frac{\mu m x^3}{4 \alpha^3}\left(\lambda + \frac{1}{2m}\left(\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu'}{2}\right) + \frac{\lambda''}{8m}\right).$$

Nunc autem probe notandum est, has duas lentes posteriores assumtam aperturam vt fiat $\pi = \frac{1}{4}$ admittere non posse nisi vtraque sibi vtrinque reddatur aequalis. Ex qua conditione si quidem vitro com-

muni vtamur, pro quo $n = 1,55$, pro lente tertia erit, vti vidimus, $\lambda'' = 1.6299$. Quemnam autem valorem numerus λ' ſit habiturus, ex ſupra allatis definire poterimus, cum ſit $\sqrt{\lambda' - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{b - \beta}{b + \beta} = \frac{3(\sigma - \varrho)}{2\tau}$ vnde fit $\lambda' = 1 + \frac{(\sigma - \varrho)^2 \cdot 9}{4 \cdot \tau^2}$ quare cum fuerit $\lambda'' = 1 + \frac{(\sigma - \varrho)^2}{4\tau^2} = 1.6299$ erit $\frac{(\sigma - \varrho)^2}{4\tau^2} = 0.6299$ ideoque $\lambda' = 6,6691$. ex quo obtinemus $\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu'}{2} = 1,5509$ hincque confuſionis pars ex ſecunda lente orta fit $\frac{0.7754}{m}$ dum pars ex tertia lente orta eſt $\frac{0.2037}{m}$ ſicque tota noſtra lens ocularis duplicata producet in expreſſione confuſionis partem $= \frac{0.7 \; 1}{m}$. Poſito igitur illo ſemidiametro $= \frac{1}{4k^3}$ colligemus diſtantiam focalem lentis obiectiuae

$$\alpha = kmy \sqrt[3]{0,9381 \, (\lambda m + 0,9791)}$$

ob $x = my$, vbi λ indefinitum relinquo, vt etiam lens obiectiua pro lubitu ſiue ſimplex ſiue duplicata ſiue triplicata ſiue etiam quadruplicata aſſumi queat. Binae autem lentes poſteriores inter ſe aequales fient et vtrinque aeque conuexae, radio conuexitatis exiſtente $= \frac{2.20.\alpha}{m}$. Oculi vero diſtantia poſt hanc lentem reperitur $O = \frac{-\pi' r}{m\Phi} = \frac{\pi r}{m\Phi}$; quia nunc eſt $r = \frac{2\alpha}{m}$ et $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{m+1}{2}$ erit $O = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{\alpha}{m}$ prorſus vt ante; tum autem campi apparentis ſemidiameter erit $= \frac{1718}{m+1}$ minut.

Co-

Coroll. 1.

216. Hinc ergo patet, ſi lens ocularis hac ratione duplicetur, eius effectum in confuſione augenda minorem eſſe futurum, quam ſi haec lens eſſet ſimplex.

Coroll. 2.

217. Operae pretium erit pro hoc caſu in marginem coloratum inquirere pro quo diuiſione per $\frac{dn}{n-1}$ facta haec in ſuperioribus occurrit aequatio

$$0 = \frac{\pi b}{\Phi p} - \frac{\pi'}{m\Phi} - \frac{\pi}{\Phi} \cdot \frac{2}{m}$$

cum nunc ſit $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{m+1}{2}$ haec quantitas, quae euaneſcere deberet, fit $\frac{m+1}{m}$ prorſus vt ante inuenimus pro lente oculari ſimplici, ita, vt hinc pro margine colorato nihil amplius ſit metuendum.

Coroll. 3.

218. Omnes igitur formulae ſupra allatae pro conſtructione teleſcopiorum ſiue lens obiectiua fuerit ſimplex ſiue multiplicata, etiam hic locum obtinere poſſunt, ſi modo loco lentis ocularis ſimplicis huiusmodi lens duplicata ſubſtituatur, cuius ſingulae facies ſecundum radium duplo maiorem ſunt elaborandae; tum vero etiam in valore diſtantiae α poſt ſignum radicale loco numeri 1, 6299 ſcribatur hic numerus 0. 9791 atque tum campi apparentis ſemidiameter duplo euadet maior. Vix autem opus eſt, in formu-

la

la pro α iſtam correctionem facere, quia tantum de limite ſermo eſt, infra quem α accipi non oportet.

Scholion.

219. Hic autem inprimis conſiderari meretur caſus, quo lens obiectiua eſt quadruplicata ſiue $\lambda = -0,010216$ et multiplicatio tanta accipitur, vt confuſio penitus euaneſcat, quod fit ſi fuerit $m = \frac{0,791}{0,010216} = 95+$, quare capi poteſt $m = 96$ et, ſi pro gradu claritatis capiatur $y = \frac{1}{48}$ dig. ſemidiameter aperturae lentis obiectiuae debebit eſſe $= my = 2$ vnde α facile definitur; ſupra enim vidimus, hanc lentem quadruplicatam maiorem aperturam non admittere, quam cuius ſemidiameter ſit $\frac{1}{6}\alpha$, vnde poſito $\frac{1}{6}\alpha = 2$ dig. fiet $\alpha = 12$ dig. ex quo ſequens habebitur conſtructio.

Conſtructio Teleſcopii pro multiplicatione $m = 96$, lentibus ex vitro communi, pro quo $n = 1,55$ confectis.

I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis

Primae rad. fac. { anter. $= 29,50$ dig.
poſter. $= 251,70$. dig.

Secundae rad. fac. { anter. $= 15,66$. dig.
poſter. $= -38,53$. dig.

Ter-

Tertiae rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 10, 66. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -17, 90. \text{ dig.} \end{array} \right.$

Quartae rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 8, 08. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -11, 65. \text{ dig.} \end{array} \right.$

Eius aperturae femidiameter $= 2$ dig.

Interuallum vsque ad lentem ocularem $= 12\frac{1}{8}$. dig.

II. Pro oculari duplicata

lentis vtriusque radius faciei vtriusque $= 0, 275$ dig.

Eius aperturae femidiameter $= \frac{1}{18}$ dig.

Diftantia oculi $= 0. 126$ dig.

ita, vt fit longitudo tota $= 12, 251$. dig.

campi autem apparentis femidiameter $= \frac{1718}{97}$ minut $= 17$ min. 43 fec.

Problema 6.

220. Si lens ocularis fuerit triplicata, vt femidiameter campi reddatur triplo maior, telefcopii conftructionem defcribere.

Solutio.

Quia hic quatuor lentes funt confiderandae formula pro multiplicatione erit $m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ et quia ternae pofteriores fibi immediate iunguntur, fiet $\beta + c = 0$; et $\gamma + d = 0$, vnde fequentes prodeunt

determinationes $b = \frac{\alpha}{m}$; $\beta = \mathrm{B}\,b = \frac{\mathrm{B}\alpha}{m}$, $c = -\frac{\mathrm{B}\alpha}{m}$; $\gamma = \mathrm{C}\,c = -\frac{\mathrm{BC}\alpha}{m}$ et $d = \frac{\mathrm{BC}\alpha}{m}$; formula autem pro campo apparente eſt $\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m+1}$, qui vt triplo fiat maior, quam ſupra, ſtatui debet $\pi' = -\pi$, et $\pi'' = \pi$; tum enim erit $\Phi = \frac{3\pi}{m+1}$, ita, vt ſit

$$\pi = -\pi' = \pi'' = \frac{m+1}{3}.\,\Phi$$

Pro his autem litteris formulae noſtrae ſunt

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = m$$

$$\frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{\mathrm{B}\alpha}{c} = -m$$

vbi ſubſtitutis valoribus ipſius π et π' habebitur

$$\frac{\mathfrak{B}(m+1)}{3} - 1 = m \text{ et } \mathfrak{B} = 3 \text{ hincque } \mathrm{B} = -\tfrac{3}{2}$$

Deinde $+\frac{1}{3}\mathfrak{C} + \frac{1}{3} = 1$, et $\mathfrak{C} = 2$ hincque $\mathrm{C} = -2$, ſicque trium lentium poſtremarum diſtantiae focales erunt

IIdae. $\mathfrak{B}\,b = \frac{3\alpha}{m}$;

IIItiae. $\mathfrak{C}\,c = \frac{3\alpha}{m}$;

IVtae. $d = \frac{3\alpha}{m}$;

ita, vt hae tres lentes fiant inter ſe aequales; diſtantiae vero determinatrices erunt

$$b = \frac{\alpha}{m};\ \beta = -\tfrac{3}{2}.\ b = -\frac{3\alpha}{2m}$$

$c =$

$c = \frac{3\alpha}{2m}$; $\gamma = -2c = -\frac{3\alpha}{m}$

$d = \frac{3\alpha}{m}$.

Subſtituamus hos valores in formula pro ſemidiametro confuſionis, quae fiet

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{q}{\mathfrak{B}^2 . p} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B} \right) \\ \quad + \frac{r}{B^4 \mathfrak{C}^2 . p} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C} \right) + \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 . m} . \end{array} \right.$$

quae ob $p = \alpha$, $q = \frac{3\alpha}{m} = r$ abit in hanc formam:

$$\frac{\mu m x^3}{4 . \alpha^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{1}{3m} \left(\frac{\lambda'}{9} - \frac{2\nu}{3} \right) \\ \quad + \frac{4}{27 . m} \left(\frac{\lambda''}{4} - \frac{\nu}{2} \right) + \frac{\lambda'''}{27 . m} \end{array} \right.$$

vbi pro λ', λ'', λ''' numeri idonei ſunt quaerendi. Quia autem volumus, vt quaeuis harum lentium maximam admittat aperturam, quod fit, ſi litteris π, π', π'' valor $= \frac{1}{4}$ tribui poſſit, neceſſe eſt, vt quaelibet earum ſit vtrinque aequaliter conuexa, id quod eueniet, ſi ſtatuatur

$$\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}; \quad \sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} . \frac{c - \gamma}{c + \gamma}$$

et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} . \frac{b - \beta}{b + \beta}$ ideoque

$$\sqrt{(\lambda'' - 1)} = + \frac{3}{1} . \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$$

$$\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{5}{1} . \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$$

Cum igitur ſit, vt ſupra eſt oſtenſum,

$$\lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \right)^2 = 1,6299$$

erit $\left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \right)^2 = 0,6299$, ex quo valore colligimus

 $\lambda'' =$

$$\lambda'' = 1 + 9.(0,6299) = 6,6691;$$

$$\text{et } \lambda' = 1 + 25\,(0,6299)$$

$$\text{seu } \lambda' = 16,7477.$$

Cum iam pro vitri specie proposita pro qua $n = 1,55$, sit $\mu = 0.9381$ et $\nu = 0,2326$, nunc poterimus partem assignare, quam haec lens ocularis triplicata in formulam pro confusione infert, quippe in quo cardo rei versatur. Reperietur autem

$$\frac{\lambda'}{9} - \frac{2\nu}{3} = 1,7058; \text{ et}$$

$$\frac{1}{3m}\left(\frac{\lambda'}{9} - \frac{2\nu}{3}\right) = \frac{0.5686}{m}$$

$$\text{et } \frac{\lambda''}{4} - \frac{\nu}{2} = 1,5509$$

$$\text{et totus terminus } = \frac{0.2297}{m}$$

$$\text{et } \frac{\lambda'''}{27.m} = \frac{0.0603}{m}$$

vnde pars a tota lente oculari orta erit $= \frac{0.8586}{m}$

ita, vt sit tota expressio

$$\frac{\mu x^3}{4\alpha^3}\,(\lambda m + 0.8586)$$

sumto igitur $x = my$ positaque hac formula $= \frac{1}{4k^3}$, determinabimus lentis obiectiuae distantiam focalem $= \alpha$, vt sit

$$\alpha = k\,my\,\sqrt[3]{0.9381\,(\lambda m + 0,8586)}$$

siue maius.

Inter-

Interuallum porro inter lentem obiectiuam et ocularem est

$$\alpha + b = \frac{m+1}{m}.\alpha$$

Et cum tres lentes ocularem constituentes sint inter se aequales et vtrinque aequaliter conuexae ob cuiuslibet distantiam focalem $= \frac{3\alpha}{m}$, radius singularum facierum erit $= 3,30\frac{\alpha}{m}$, ipsius huius lentis triplicatae distantia focali existente $= \frac{\alpha}{m}$ et semidiametro aperturae $= \frac{3}{4}.\frac{\alpha}{m}$. Pro distantia oculi autem post hanc lentem reperitur $O = \frac{\pi'' s}{m\Phi}$, quae ob $\pi'' = \frac{m+1}{3}\Phi$ et $s = \frac{3\alpha}{m}$ fiet $O = \frac{m+1}{m}.\frac{\alpha}{m}$ prorsus, vt ante, at campi apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{3.859}{m+1}\text{ minut} = \frac{2577}{m+1}\text{ min.}$$

Coroll. 1.

221. Circa lentem obiectiuam hic nihil definiuimus, et ea pro lubitu siue simplex, siue duplicata, siue triplicata, siue etiam quadruplicata statui potest, atque etiam regulae constructionis manent eaedem, vt ante; dummodo quantitas α ex formula hic data definiatur.

Coroll. 2.

222. Eodem etiam modo, quo ante, ostendi potest, haec telescopia non magis margini colorato esse obnoxia, quam praecedentia, neque enim duabus len-

 tibus,

tibus, ad quem casum omnia haec telescopia referre licet, margo coloratus tolli potest.

Scholion.

223. Simili modo etiam lens ocularis quadruplicari posset, ita, vt semidiameter campi quadruplo maior redderetur, at hanc inuestigationem non vlterius prosequor, quoniam si plures lentes adhibere velimus, iis insuper alia commoda telescopiis induci possunt, quemadmodum in sequentibus docebimus. Hic scilicet tantum simplicissimam horum telescopiorum speciem sumus contemplati, quae non nisi duabus lentibus, altera obiectiua, altera oculari, constare est censenda, etiamsi pro vtraque lentibus compositis vti liceat; quin etiam ambas has lentes ex eadem vitri specie factas assumsimus atque etiam in sequente capite vnicam vitri speciem adhibebimus vt intelligatur, ad quemnam perfectionis gradum haec telescopia euehi queant, ante quam vitri species diuersas in subsidium vocemus. Probe enim distinguendae sunt eae perfectiones, quae vnica vitri specie obtineri possunt, ab iis, quae diuersas species postulant; quo pacto ista tractatio magis perspicua reddetur. Hic autem adhuc meminisse oportet, qua ratione haec instrumenta ab alio insigni incommodo liberare conueniat, quod in eo consistit, quod saepenumero etiam radii peregrini, qui scilicet non ab obiecto spectando sunt profecti, in tubum intrent atque visionem non mediocriter perturbent.

bent. Quemadmodum igitur tales radii peregrini arceri debeant, in ſequenti problemate oſtendemus.

Problema 7.

224. Conſtructis his lentibus ac tubo inſertis, radios peregrinos, qui per lentem obiectiuam in tubum ingrediuntur arcere, ne in oculum incidant et viſionem turbent.

Solutio.

Hunc in finem quandoque ſolet tubus aliquantillum diuergens lenti obiectiuae praefigi, vt radii a lateribus aduenientes intercipiantur; ſimul vero haec diuergentia tanta eſſe debet, vt radiorum ab obiecto verſus lentem obiectiuam emiſſorum nulli excludantur; id quod fit, ſi divergentia ſemidiametro campi fiat aequalis. Interim tamen hoc modo non omnes radii alieni ab introitu in obiectiuam arcentur; quare ne iis parietes tubi intus illuminentur; neceſſe eſt, vt tubi interna ſuperficies vbique colore nigro obducatur, quod etiam de tubo praefixo eſt intelligendum. Neque tamen hoc prorſus ſufficit, cum etiam color nigerrimus cuiuspiam illuminationis ſit capax atque ob hanc cauſſam diaphragmata ſeu ſepta his tubis inſeri ſolent, pertuſa foraminibus, quae maiora eſſe non debent, quam tranſitus radiorum ad viſionem neceſſariorum poſtulat, id quod commodiſſime fiet, in ipſo loco imaginis $F\zeta$, vbi omnes iſti radii in ſpatium arctiſſimum ſunt redacti. In hoc ergo loco huiusmodi diaphragma ſeu orbis circularis pariter nigerrimus

mus conſtituatur, cuius foramen praeciſe ſit aequale magnitudini imaginis, quam oculo cernere licet, hocque modo radiis peregrinis omnis acceſſus ad lentem ocularem praecludetur, et ſi qui forte eo pertingant non ita refringentur, vt in oculum ingredi poſſint.

Corollarium.

225. Ad quantitatem huius foraminis definiendam conſideretur ſemidiameter campi apparentis Φ et cum ſemidiameter imaginis $F\zeta$ ſit $= \alpha\Phi$ hic ſimul capiatur pro ſemidiametro foraminis.

Coroll. 2.

226. Quo maior ergo fuerit campus apparens, eo maiore opus erit foramine, quo diaphragma pertundatur. Ita in exemplo vltimo §. 219. allato cum ſit $\alpha = 12$ dig. et $\Phi = 17$ min. 43 ſec. ſeu in partibus radii $\Phi = \frac{1}{2,97}$ ſemidiameter iſtius foraminis debet eſſe $\frac{6}{97}$ dig. ſiue circiter $\frac{1}{16}$ dig. ita, vt eius diameter adaequet $\frac{1}{8}$ dig.

Scholion.

227. In tubis aſtronomicis ad hoc genus referendis hoc ipſum diaphragma etiam micrometro ſiue filis tenuiſſimis per hoc ſpatium diſpoſitis, inſtrui ſolet, quae cum in ipſo loco imaginis ſint extenſa, cum ea ſe quaſi confundunt et oculo aeque diſtincte atque ipſa imago repraeſentabuntur; vnde aſtronomi veram quantitatem obiecti diſtantiamque eius partium dijudicare ſolent.

SECTIO-

SECTIONIS SECVNDAE.

CAPVT II.

DE VLTERIORI HORUM TELESCOPIORUM PERFECTIONE, QUAM QUIDEM VNICAM VITRI SPECIEM ADHIBENDO ASSEQUI LICET.

Problema 1.

228.

Si inter lentem obiectiuam et ocularem in ipſo loco imaginis noua lens conſtituatur; inquirere in commoda, quae eius ope teleſcopio conciliare licet.

Solutio.

Quia igitur caſum trium lentium habemus multiplicatio m ſtatim praebet $m = -\frac{\alpha}{b}\cdot\frac{\beta}{c}$ vbi cum eſſe debeat interuallum inter lentem primam et ſecundam $= \alpha$, fit $b = 0$, ideoque $\beta = Bb = 0$ niſi forte $B = \infty$. Quo autem hinc valorem ipſius B definire queamus, eius diſtantiam focalem in computum intro-

ducamus, quae ſit $= q$, ita, vt iam habeamus $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$, ex qua aequatione colligemus $\beta = \frac{bq}{b-q} = 0$, vnde valorem litterae B conſequimur, ſcilicet $B = \frac{\beta}{b} = -1$ hincque $\mathfrak{B} = \infty$. Quoniam igitur tam b, quam $\beta = 0$, ita tamen, vt ſit $\frac{\beta}{b} = -1$ erit $m = \frac{\alpha}{c}$ ideoque $c = \frac{\alpha}{m}$, vbi c denotat diſtantiam focalem lentis ocularis. His notatis ſemidiameter confuſionis erit

$$\frac{\mu m x^3}{4 p^3} \left(\lambda + 0 + \frac{\lambda''}{m}\right)$$

ita, vt lens media nihil plane ad hanc confuſionem conferat, perindeque ſit, quaecunque figura huic lenti tribuatur. Deinde pro campo apparente habebimus eius ſemidiametrum $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$ vbi valor ipſius π per hanc formulam definitur $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b}$ ex qua vt aliquid concludi poſſit, loco b introducamus diſtantiam focalem ſecundae lentis q et cum ſit $q = \mathfrak{B}\, b$ erit $b = \frac{q}{\mathfrak{B}}$ qui valor nobis praebet hanc aequationem: $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha \mathfrak{B}}{q}$; ſiue ob $\mathfrak{B} = \infty$, $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{\alpha}{q}$ ſeu $\pi = \frac{\alpha \Phi}{q}$, vbi tantum eſt animaduertendum, valorem π quadrantem vnitatis ſuperare non debere. Hoc autem valore π admiſſo, pro campo apparente erit $\Phi = \frac{-\pi' q}{(m+1)q - \alpha}$ hincque $\pi = \frac{-\alpha\pi'}{(m+1)q-\alpha}$ quare ſi ponamus $-\pi' = \frac{1}{4}$, etiam $\pi = \frac{+\frac{1}{4}\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ maior quam $\frac{1}{4}$ eſſe nequit; ſi igitur quoque ſumamus $\pi = \frac{1}{4}$, nouam hanc nanciſcimur determinationem

$1 = \frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ siue $(m+1)q = 2\alpha$ et $q = \frac{2\alpha}{m+1}$.
Sin autem in formula $\pi = \frac{-\alpha\pi'}{(m+1)q-\alpha}$ fractio $\frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ maior esset vnitate, tum pro $-\pi'$ minorem valorem, quam $\frac{1}{4}$ scribi oporteret, vt prodiret $\pi = \frac{1}{4}$; tum autem campus apparens minor esset proditurus, quam si etiam $-\pi'$ esset $\frac{1}{4}$. Vnde concludimus siue haec fractio $\frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ maior sit vnitate, siue minor, vtroque casu fore $\Phi < \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}{m+1}$ ac solo casu $\frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha} = 1$ fieri posse $\Phi = \frac{1}{2(m+1)}$, qui valor duplo maior est, quam casu duarum lentium simplicium. Interim tamen de quantitate q nihil adhuc definiamus, sed potius videamus, num hoc modo margo coloratus destrui possit, quod eueniet, si fuerit $0 = \frac{\pi^3}{\Phi p} - \frac{\pi'}{m\Phi}$ siue $0 = 0 + \frac{(m+1)q-\alpha}{mq}$ ex qua sequitur $q = \frac{\alpha}{m+1}$, vnde patet quantitatem q vtique ita assumi posse, vt margo coloratus penitus destruatur, quae determinatio praecedenti longe est anteferenda. Posito igitur $q = \frac{\alpha}{m+1}$, pro campo apparente foret $\pi = \infty . \pi'$ seu $\pi' = \frac{\pi}{\infty}$, quare cum π maius quam $\frac{1}{4}$ capi non possit, fiet $\pi' = 0$, ita, vt hoc casu lens ocularis nihil plane ad campum conferat quippe qui vnice a lente media pendebit, eritque $\Phi = \frac{1}{4(m+1)}$ seu $\Phi = \frac{850}{m+1}$ minut. tum vero pro loco oculi prodibit eius distantia a lente oculari $O = \frac{\pi' . r}{m\Phi} = 0$ seu oculum lenti oculari imme-

 diate

diate adplicari oportet. Constructio ergo huiusmodi telescopii ita se habebit.

Primo distantia focalis α ita est definienda, vt sit $\alpha = kmy\sqrt[3]{\mu(\lambda m + \lambda'')}$ sumto scilicet $x = my$, et λ ex forma lentis obiectiuae, quaecunque fuerit siue simplex siue multiplicata, definitur, vt in capite praecedente est expositum. Circa lentem autem secundam tenendum est, quia ab ea totus campus pendet, eam vtrinque aeque conuexam formari debere, vt statui possit $\pi = \frac{1}{4}$, quare cum pro ea sit $q = \frac{\alpha}{m+1}$ radius vtriusque faciei erit $= 1, 10. \frac{\alpha}{m+1}$; pro tertia autem lente oculari quoniam eius apertura plane non in calculum ingreditur, perinde est, quaenam ipsi figura tribuatur, dummodo minimam aperturam recipere possit, quae saltim pupillae sit aequalis. Conueniet igitur statui $\lambda'' = 1$, vt distantia α minor capi possit, eiusque figura secundum praecepta supra data elaborari poterit.

Coroll. I.

229. Mirum videbitur, quod media lens in ipso loco imaginis constituta nihil plane ad confusionem conferat, cum tamen naturam telescopii tantopere immutet, vt oculum adeo lenti oculari immediate adplicari oporteat eiusque ope margo coloratus destrui possit. Quod eo magis adhuc est mirandum, quod haec lens nihil plane in imagine neque in eius loco vel quantitate immutet.

Co-

Coroll. 2.

230. In ipſa igitur hac lente media diaphragma ante memoratum conſtitui debebit, cuius foramen ipſi huius lentis aperturae aequale eſt capiendum, quin etiam ſuper hac ipſa lente micrometrum ſtatui poterit tenuiſſimis ſcilicet lineis ſuper eius ſuperficie ducendis.

Coroll. 3.

231. Videmus porro hanc lentem mediam tantillo minorem eſſe debere, quam lentem ocularem, cum eius diſtantia focalis ſit $q = \frac{\alpha}{m+1}$, huius vero $= \frac{\alpha}{m}$; nihiloque minus campum apparentem manere eundem ac ſi ſimplici lente oculari, vt ante, vteremur.

Scholion 1.

232. Introductio huius lentis in ipſo loco imaginis collocandae ideo eſt maximi momenti, quod margini colorato penitus tollendo inſeruiat. Vſus autem huiusmodi lentis Aſtronomis ob aliam rationem iam dudum innotuit, ſiquidem hoc modo campum apparentem auxerunt ſimul autem ingens huius lentis incommodum obſeruarunt, in eo conſtans, quod cum lentis huius quaſi ſubſtantia ſe cum imagine permiſceat omnes vel minimae inaequalitates vitri veluti bullulae vel ſtriae a politura relictae cum imagine ipſa vniantur oculoque in pari ratione multipli-

 catae

catae repraesententur quod certe incommodum eo magis est vitandum, quod vix eiusmodi vitri frusta reperire liceat, quae nullis plane inaequalitatibus sint obnoxia. Interim tamen haud difficile erit, has vitri inaequalitates ab ipso obiecto distinguere tubum quodammodo conuertendo; tum enim mox apparebit, quid ad obiectum pertineat quidue ad lentem. Istud autem incommodum tantum locum habet, quando lens in ipso imaginis loco collocatur; simulatque ea tantillum inde remouetur, illud mox insensibile euadit. Ceterum hanc inuestigationem ab hoc casu sum exorsus, quod lens in loco imaginis constituta terminum quasi constituat lentium, quae vel propius ad obiectiuam vel ad ocularem collocabuntur; quas ideo distingui conuenit, quod illae magis ad obiectiuam, hae vero magis ad ocularem sint referendae, quemadmodum etiam his quotquot fuerint, commune nomen lentium ocularium tribui solet, quae appellatio illis lentibus, quae obiectiuae sunt propiores, vtiquam certe conueniet.

Scholion 2.

233. Si marginem coloratum non tantopere reformidemus, vt velimus tam insigne campi apparentis augmentum repudiare; casus in solutione memoratus omnem attentionem meretur. Ponamus igitur, vt ibi animaduertimus, $q = \frac{2\alpha}{m+1}$ vt statui possit $\pi = -\pi' = \frac{1}{4}$ et campi apparentis semidiameter erit

$\Phi =$

$\Phi = \frac{1}{2(m+1)}$ ſiue $\Phi = \frac{1718}{m+1}$ min. atque tam lentem ſecundam, quam tertiam vtrinque fieri oportebit aeque conuexam; hac facta poſitione pro margine colorato tollendo aequatio fiet $0 = \frac{m+1}{2m}$, quae cum duplo ſit minor, quam ea, quae capite praecedente debebat ad nihilum redigi hic iſtud lucrum adipiſcimur, vt margo coloratus, dum penitus tolli nequit, duplo tamen minor fiat ita, vt vix ſenſibilis euadat; quod ſi ergo vitro communi, pro quo $n = 1,55$ vtamur, limes diſtantiae focalis lentis obiectiuae erit

$$\alpha > kmy \sqrt[3]{0,9381 (\lambda m + 1,6299)}$$

et pro loco oculi reperitur diſtantia $O = \frac{-\pi' r}{m\Phi}$, quae ob $\frac{-\pi'}{\Phi} = \frac{(m+1)q-\alpha}{q} = \frac{m+1}{2}$ et $r = \frac{\alpha}{m}$ abit in hanc $O = \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{\alpha}{m}$, ita, vt iam oculus duplo propius lenti oculari admoueri debeat, quam caſu praecedentis capitis. Diſtantia autem huius lentis ab obiectiua eſt, vt ibi $= \frac{m+1}{m} \cdot \alpha$. Vnde ſequens oritur conſtructio:

Conſtructio Teleſcopii ex tribus lentibus compoſiti ex eadem vitri ſpecie formatis, pro qua $n = 1,55$.

I. Lens obiectiua pro lubitu ſiue ſimplex, exiſtente $\lambda = 1$; ſiue duplicata, pro $\lambda = 0.1918$; ſiue triplicata, pro $\lambda = 0.0422$ ſiue denique quadruplicata pro $\lambda = -0,0102$ eligatur, ita, vt in capite praecedente ex diſtantia focali α determinetur.

Iſtius

Iſtius lentis ſemidiameter aperturae eſto $x = my$; interuallum vsque ad ſecundam lentem $= \alpha$.

II. Lentis ſecundae radius vtriusque faciei $= 1,10.\frac{2\alpha}{m+1}$ Eius aperturae ſemidiameter $= \frac{\alpha}{2(m+1)}$. Interuallum ad lentem ocularem $= \frac{\alpha}{m}$.

III. Lentis ocularis radius faciei vtriusque $= 1,10.\frac{\alpha}{m}$. Eius ſemidiameter aperturae $= \frac{1}{4}.\frac{\alpha}{m}$. Pro loco oculi eius diſtantia ab oculari $O = \frac{m+1}{2m}.\frac{\alpha}{m}$. Campi vero viſi ſemidiameter $= \frac{1781}{m+1}$ minut.

et vt iam monitum quantitas α ita eſt definienda, vt ſit

$$\alpha > kmy\sqrt[3]{0,9381(\lambda m + 1,6299)}$$

niſi forte hic valor minor prodeat quam vt apertura praeſcripta locum habere poſſit; quo caſu ſemper diſtantia focalis ex apertura definiri debet, vt hactenus fecimus.

Problema 2.

234. Inter lentem obiectiuam et imaginem realem eiusmodi lentem conſtituere, qua omnis confuſio ab apertura lentium oriunda deſtruatur, ſimulque margo coloratus, ſi fieri queat, tollatur.

Solutio.

Cum hic iterum tres lentes in computum ſint ducendae, formula pro multiplicatione dabit $m = -\frac{\alpha}{b}.\frac{\beta}{c}$

vbi

vbi cum inter primam et secundam lentem non detur imago realis, sed ea inter secundam et tertiam cadat, fractio $\frac{\alpha}{b}$ erit negatiua at fractio $\frac{\beta}{c}$ erit positiua. Ponamus ergo $\frac{\alpha}{b} = -k$ eritque $\frac{\beta}{c} = \frac{m}{k}$, vnde colligimus $b = -\frac{\alpha}{k}$; $\beta = \mathrm{B}\, b = \frac{-\mathrm{B}\alpha}{k}$ et $c = \frac{k\beta}{m} = \frac{-\mathrm{B}\alpha}{m}$. Interualla autem, quae debent esse positiua, erunt $\alpha + b = \frac{k-1}{k}\alpha$ ita, vt $(k-1)\alpha$ debeat esse positiuum, et $\beta + c = -\mathrm{B}\alpha(\frac{1}{k} + \frac{1}{m})$ sicque $\mathrm{B}\alpha$ debet esse negatiuum hincque etiam $\frac{\mathrm{B}}{k-1} < 0$. His notatis consideremus formulas generales $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = -k$, ideoque $\pi = \frac{(1-k)\Phi}{\mathfrak{B}}$. Tum vero est $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$; vnde patet, vt valor π aliquid conferat ad campum augendum, debere esse $\pi > 0$ seu $\frac{1-k}{\mathfrak{B}} > 0$; at quia $\frac{\mathrm{B}}{k-1} < 0$ erit $-\frac{\mathrm{B}}{\mathfrak{B}} < 0$; ideoque $\frac{\mathrm{B}}{\mathfrak{B}} > 0$; hoc scilicet requiritur, si campum augere velimus. Nunc consideremus aequationem pro margine colorato tollendo $0 = \frac{\pi b}{\Phi p} - \frac{\pi'}{m\Phi}$ quae ob $p = \alpha$, $b = -\frac{\alpha}{k}$; $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}$ et $\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}} - m - 1$ abit in hanc

$$0 = -\frac{(1-k)}{\mathfrak{B}}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right) + \frac{(m+1)}{m}$$

vnde inuenimus

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-k)(m+k)}{k(m+1)} \text{ ideoque } \mathrm{B} = \frac{(1-k)(m+k)}{2km - m + k^2}$$

Ex his autem valoribus fit $\frac{\mathrm{B}}{\mathfrak{B}} = \frac{k(m+1)}{2km - m + k^2}$; vnde patet, vt etiam secunda lens campum augeat, esse debere $2km - m + k^2 > 0$ ad quod requiritur, vt sit

 $k >$

$k > V(m^2 + m) - m$ siue $k > \frac{1}{2}$; cum igitur esse debeat $(k-1)\alpha$ positiuum, duo hic casus sunt constituendi:

I. quo $\alpha > 0$; tum esse debet $k > 1$, vnde fit

$$\mathfrak{B} = \frac{-(k-1)(m+k)}{k(m+1)}, \text{ et } B = \frac{-(k-1)(m+k)}{2km - m + k^2}$$

Nunc igitur erit $\pi = \frac{-(k-1)\Phi}{\mathfrak{B}} = \frac{+k(m+1)\Phi}{m+k}$

et $\pi' = \frac{-m(m+1)\Phi}{m+k}$ et $\frac{\pi}{\pi'} = \frac{-k}{m}$ vnde patet, si ponatur $-\pi' = \frac{1}{4}$ fore $\pi = + \frac{1}{4} \cdot \frac{k}{m}$. Ambae ergo fractiones π et π' non aequales sumi poterunt, nisi sit $k = m$, quo casu statui poterit $\pi = \frac{1}{4}$ et $-\pi' = \frac{1}{4}$, ita, vt campus fiat maximus. Tum autem erit $b = -\frac{\alpha}{m}$ et $\beta = c = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$ ob $\mathfrak{B} = -\frac{2(m-1)}{m+1}$ et $B = -\frac{2(m-1)}{3m-1}$; ita, vt nunc sit distantia focalis lentis secundae $\mathfrak{B}b = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}$ et lentis tertiae $= c = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$.

II. Sin autem sit $\alpha < 0$, debet esse $k < 1$ et tamen $k > \frac{1}{2}$ et litterae $\mathfrak{B}$ et B fiunt positiuae. Hincque habebitur $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{k(m+1)}{m+k}$ et $\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{k(m+1)}{m+k} - m - 1 = \frac{-m(m+1)}{m+k}$.

ideoque $\frac{\pi}{\pi'} = \frac{-k}{m}$ ita, vt ob $k < 1$ littera π multo minor sit, quam $-\pi'$; ideoque campus apparens hoc casu vix vllum accipiat augmentum.

Nunc denique id, in quo cardo rei versatur; perpendamus, formulam scilicet pro semidiametro confusionis, quae est:

$$\frac{\mu m x^3}{4\alpha^3}\left(\lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{\lambda''}{B^3.m}\right)$$

quae vt ad nihilum redigi queat, necesse est, vt $\mathfrak{B}$ sit quantitas positiua vnde casus prior ante memoratus locum habere nequit, ex quo necesse est, vt sit $k < 1$, ideoque etiam $\alpha < 0$ et $B > 0$; ex quo sequitur capi debere $k > \frac{1}{2}$, ita, vt k intra limites $\frac{1}{2}$ et 1 contineri debeat; quare cum hoc casu sit $\frac{B}{\mathfrak{B}} > 0$, campus quoque augmentum quoddam accipiet, propterea quod sit $\pi : -\pi' = k : m$ quod autem vix erit sensibile. Si itaque statuatur semidiameter confusionis $= 0$, habebitur $\lambda = \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) + \frac{\lambda''}{B^3.m}$ vbi notandum est, litteras λ' et λ'' vnitate minores esse non posse.

Quo resolutio huius aequationis clarius perspiciatur, primum obseruo, sumi non posse $k = 1$; tum quia duae priores lentes fierent contiguae, tum vero quod prodiret $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$; sin autem poneretur $k = \frac{1}{2}$, fieret quidem $\mathfrak{B} = \frac{2m+1}{2(m+1)}$ et $B = 2m+1$; vnde nostrae distantiae erunt

$$b = -2\alpha;\ \beta = -2(2m+1)\alpha$$

$$c = \frac{-(2m+1)\alpha}{m}$$

ideoque interualla $\alpha + b = -\alpha$

et $\beta + c = -(2m+1)\alpha\left(2 + \frac{1}{m}\right) = -\frac{(2m+1)^2}{m}.\alpha$ quod posterius in enormem longitudinem excresceret, nisi $-\alpha$ perexiguum caperetur, quod autem fieri nequit, quia eius apertura ob claritatem per se defini-

 tur;

tur; ex quo manifeſtum eſt numerum k intra limites 1 et $\frac{1}{2}$ accipi debere.

Coroll. 1.

235. Hoc ergo modo duplicem perfectionem his teleſcopiis conciliare licet, alteram, qua margo coloratus prorſus deſtruitur; alteram vero, qua confuſio ab apertura oriunda ad nihilum redigitur. Neque vero campo apparenti vllum augmentum ſenſibile addi poteſt.

Coroll. 2.

236. Quod ad lentium harum aperturas attinet, pro prima quidem erit ſemidiameter $x = my$; pro ſecunda autem $\pi q \pm \frac{qx}{\mathfrak{B}p}$ (§. 23) ſiue

$$\frac{-(1-k)(m+k)\pi.\alpha}{k^2(m+1)} + \frac{x}{k}$$

quia autem eſt $\pi = -\frac{k}{m}$. π' capique poteſt $\pi' = -\frac{1}{4}$, ſiquidem lens ocularis fiat vtrinque aequaliter conuexa, erit $\pi = \frac{k}{4m}$, ideoque ſemidiameter aperturae ſecundae lentis

$$= \frac{-(1-k)(m+k)\alpha}{4mk(m+\ )} + \frac{x}{k}$$

cuius pars prior prae poſteriore quaſi euaneſcit, ita, vt ſufficiat hunc ſemidiametrum ſtatuiſſe $= \frac{x}{k}$, qui vtique maior eſt, quam x ob $k < 1$.

Lens

Lens autem ocularis vtrinque aequaliter conuexa esse debet, vnde cum eius distantia focalis sit

$$c = \frac{-(1-k)(m+k)\cdot\alpha}{m(2km-m+k^2)}$$

eius pars quarta dabit semidiametrum aperturae.

Coroll. 3.

237. Quod autem ad locum oculi attinet post lentem ocularem, eius distantia reperitur $O = -\frac{\pi'\cdot r}{m\Phi}$ quia autem est

$$-\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{m(m+1)}{m+k} \text{ et } r = \frac{-(1-k)(m+k)\alpha}{m(2km-m+k^2)},$$

erit $O = \frac{-(1-k)(m+1)\cdot x}{m(2km-m+k^2)}$

quae est quantitas positiua.

Scholion.

238. Labor certe esset maxime operosus si hos valores pro B et 𝔅 inuentos vellemus in vltima aequatione substituere indeque numeros λ et λ' inuestigare atque adeo coacti essemus pro quauis multiplicatione calculum de nouo suscipere, cui incommodo medela est quaerenda. Perpendamus igitur istos tam complicatos valores pro 𝔅 et B ex aequatione pro margine tollendo esse erutos vt scilicet illi aequationi summo rigore satisfieret; quoniam autem superfluum est, hanc aequationem perfectissime adimplere, propterea quod locus oculi ob aperturam pupillae haud me-

 dio-

diocrem latitudinem patitur; exiguaque eius mutatione margo coloratus, si quis forte obseruatur, facillime euitabitur; sufficiet ei quam proxime satisfecisse, quare cum semper m denotet numerum satis magnum, k autem sit vnitate minor, prae m facile licebit k negligere et m quasi infinitum spectare; vnde nanciscemur hos valores

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-k)}{k}, \quad B = \frac{1-k}{2k-1}$$

quibus itaque in euolutione nostri problematis vtemur; ex iis autem nostra elementa ita simplicius exprimentur:

$$b = -\frac{\alpha}{k}; \quad \beta = \frac{-(1-k)\alpha}{k(2k-1)} \text{ et } c = \frac{-(1-k)\alpha}{m(2k-1)};$$

hinc interualla

$$\alpha + b = \frac{-(1-k)\alpha}{k} \text{ et}$$

$$\beta + c = \frac{-(1-k)}{2k-1}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)\alpha$$

$$= \frac{-(1-k)(k+m)\alpha}{(2k-1)km}$$

et pro oculi loco

$$O = \frac{-(m+1)(1-k)}{m(2k-1)} \cdot \frac{\alpha}{m}.$$

Lentium autem harum distantiae focales erunt

$$\text{I}^\circ.\ p = \alpha; \quad \text{II}^\circ.\ q = \frac{-(1-k)}{k^2}.\ \alpha$$

$$\text{III}.\ r = c = \frac{-(1-k)\alpha}{m(2k-1)}$$

earum-

earumque aperturae semidiametri

Imae. $x = my$. IIdae. $\frac{x}{k} = \frac{my}{k}$.

IIItiae. $= \frac{1}{4} r = \frac{-(1-k)x}{4m(2k-1)}$.

Campi denique apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{\frac{1}{4}(1 + \frac{k}{m})}{m + 1}$$

siue $\Phi = 859 \left(\frac{m+k}{m(m+1)}\right)$ min.

Nunc autem aequatio adhuc resoluenda erit:

$$\lambda = \frac{1}{1-k}\left(\frac{\lambda' . k^2}{(1-k)^2} + \frac{\nu(2k-1)}{1-k}\right) + \frac{\lambda''(2k-1)^3}{(1-k)^3 . m}$$

seu

$$\lambda = \frac{1}{(1-k)^3}\left(\lambda' k^2 + \nu(1-k)(2k-1) + \frac{\lambda''(2k-1)^3}{m}\right)$$

Nihil aliud igitur superest, nisi vt pro quibusdam valoribus ipsius k hanc aequationem resoluamus, vbi notandum est, λ'' poni debere $= 1,6299$ siquidem vitro communi, pro quo est $n = 1,55$ vti velimus; quo casu etiam est $\nu = 0,2326$.

Exemplum I.

239. Statuamus $k = \frac{3}{4}$ vt intra limites suos 1 et $\frac{1}{2}$ medium teneat et aequatio nostra resoluenda induet hanc formam:

$$\lambda = 64\left(\frac{9\lambda'}{16} + \frac{1}{8}\nu + \frac{\lambda''}{8m}\right)$$

siue $\lambda = 36\lambda' + 8\nu + \frac{8\lambda''}{m}$.

$\lambda =$

$$\lambda = 36\,\lambda' + 1,8608 + \frac{13.0302}{m}$$

quia nunc λ' vnitate minus esse nequit, statuamus $\lambda' = 1$ fietque

$$\lambda = 37,8608 + \frac{13.0302}{m}$$

qui valor cum tam sit enormis, nunquam sperandum est, vllum artificem huiusmodi lentem parare posse; vnde hanc telescopiorum speciem praetermitti conueniet.

Exempl. II.

240. Vt tantos numeros euitemus, sumamus $k = \frac{3}{5}$, vt fiat $1 - k = \frac{2}{5}$ et $2k - 1 = \frac{1}{5}$ et aequatio nostra fiet

$$\lambda = \frac{125}{8}\left(\frac{9}{25}\lambda' + \frac{2}{25}\nu + \frac{\lambda''}{125.m}\right)$$

$$\lambda = \frac{45}{8}\lambda' + \frac{5}{4}\nu + \frac{\lambda''}{8m}$$

sumto igitur $\lambda' = 1$ erit

$$\lambda = 5,9157 + \frac{0.2037}{m}$$

qui valor etsi satis magnus tamen in praxi tolerari poterit. Interim conueniet, singula huic valori $k = \frac{3}{5}$ conuenienter definire

$$b = -\frac{5\alpha}{3};\ \beta = -\frac{10}{3}.\alpha;\ c = -\frac{2\alpha}{m}.$$

Hinc interualla

$$\alpha + b = -\frac{2}{3}\alpha \text{ et } \beta + c = -\alpha\left(\frac{10}{3} + \frac{2}{m}\right)$$

et

et pro aperturis lentium femidiameter primae $= x$, fecundae $= \frac{5}{3}x$ et tertiae $= -\frac{\alpha}{2m}$ oculique poft lentem diftantia $O = -\frac{2(m+1)}{m} \cdot \frac{\alpha}{m}$.

Scholion.

241. Si huiusmodi cafus pro variis multiplicationibus euoluere vellemus, ex fuperioribus intelligitur, duos tantum cafus fufficere poffe; vt inde formulae generales pro quauis multiplicatione elici queant, dum fcilicet altero, pro *m* numerus modice magnus, veluti 20, affumatur, altero vero numerus quafi infinitus; quae inveftigatio cum omni attentione digna videatur, eam in fequente problemate inftituamus.

Problema 3.

242. In cafu praecedentis problematis fi capiatur $k = \frac{5}{9}$ pro quacunque multiplicatione maiore *m* telefcopium conftruere, in quo non folum margo coloratus prorfus euanefcat, fed etiam confufio ex apertura oriunda ad nihilum redigatur.

Solutio.

Cum hic fit $k = \frac{5}{9}$ erit

$$\mathfrak{B} = \frac{4.(9m+5).9}{9.9.5(m+1)} = \frac{4(9m+5)}{45(m+1)}$$

$$B = \frac{4.(9m+5).9^2}{9.9(9m+25)} = \frac{4(9m+5)}{9m+25}.$$

 Nunc

Nunc igitur duos casus euoluamus, in quorum priore sit $m = 20$; in posteriore vero $m = \infty$.

I. Ob $m = 20$ erit $\mathfrak{B} = \frac{148}{189}$ et $B = \frac{148}{41}$; vnde nostra aequatio, quae est

$$\lambda = \frac{9\lambda'}{5\mathfrak{B}^3} + \frac{rv}{5\mathfrak{B}B} + \frac{\lambda''}{B^3.m}.$$

si omnes lentes ex vitro communi pro quo $n = 1,55$ et $v = 0,2326$ lentem autem ocularem vtrinque aeque conuexam assumamus, vt sit $\lambda'' = 1,6299$, sequentem induet formam; in subsidium vocatis logarithmis

Log. $\mathfrak{B} = 9.8937999$

Log. $B = 0.5574778$

hincque

Log. $\frac{1}{\mathfrak{B}} = 0.1062000$

Log. $\frac{1}{B} = 9.4425221$

et Log. $\frac{9}{5} = 0,2552725$

$\lambda = 3,7486\,\lambda' + 0,14812 + 0,00173.$

Log. $3,7486\,\lambda' = 0,5738725 +$ Log. λ'.

Hic circa numerum λ' obseruasse iuvabit, quod cum lens secunda maximam aperturam habere debeat, cuius scilicet semidiameter sit $\frac{9}{5}x = \frac{9}{5}.my$ expediat hanc lentem vtrinque aeque conuexam reddere, quam ob caussam statui oportet

$V(\lambda'-1)$

$\sqrt{(\lambda'-1)} = \frac{\sigma-\varrho}{2\tau} \cdot \frac{\beta-b}{\beta+b} = \frac{\sigma-\varrho}{2\tau} \cdot \frac{B-1}{B+1}$.

hincque $\lambda' = 1 + (\frac{\sigma-\varrho}{2\tau})^2 \cdot (\frac{B-1}{B+1})^2$.

Cum autem conſtet eſſe $(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau})^2 = 0,6299$

erit $\lambda' = 1 + 0,6299 \cdot (\frac{107}{189})^2$ ſeu

$\lambda' = 1,20189$; hincque

$\lambda = 4,50544 + 0,14812 + 0,00173$

$\lambda = 4,65529$.

Vnde fit $\lambda - 1 = 3,65529$ et $\tau\sqrt{\lambda-1} = 1,7304$.

Pro formatione igitur primae lentis habebimus

$F = \frac{\alpha}{\sigma \pm 1,7304} = \frac{\alpha}{-0,1030} = -9,7087 \cdot \alpha$

$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,7304} = \frac{\alpha}{+1,9211} = +0,52053 \cdot \alpha$

cuius lentis aperturae ſemidiameter debet eſſe $x = my$ At interuallum ſecundae lentis ab hac eſt

$\alpha + b = -0,8 \cdot \alpha$.

Pro ſecunda autem lente, cum ſit eius diſtantia focalis $q = \mathfrak{B} b = -\frac{9}{5}\mathfrak{B}\alpha = -1,4095\,\alpha$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10 \cdot q = -1,5504\,\alpha$ eius aperturae ſemidiameter $= \frac{9}{5}x = \frac{9}{5}my$. Ab hac autem lente ad tertiam, interuallum eſt

$\beta + c = -B\alpha(\frac{m+k}{mk}) = -6.4974\,\alpha$

$-3,6097 \cdot \frac{\alpha}{m} = -6,6780 \cdot \alpha$

 Pro

Pro lente tertia, cuius diſtantia focalis eſt

$$c = -\tfrac{148}{41}\cdot\tfrac{\alpha}{m} = 3,6097.\tfrac{\alpha}{m}$$

radius faciei vtriusque $= -1,1\,c = -3,9707.\tfrac{\alpha}{m}$;

hincque ad oculum vsque erit diſtantia

$$O = -\tfrac{(m+1).B\alpha}{(m+k).m} = -\tfrac{4.5.21}{5.41}.\tfrac{\alpha}{m} = -3,6878.\tfrac{\alpha}{m}.$$

II. Sit nunc $m = \infty$ erit $\mathfrak{B} = \tfrac{4}{5}$ $B = 4$ vnde noſtra aequatio induet hanc formam:

$$\lambda = \tfrac{225}{64}\lambda' + \tfrac{9}{16}\nu$$

Hic iterum lentem ſecundam aequaliter conuexam reddamus et ob $\beta = Bb = 4b$ erit

$$\sqrt{\lambda' - 1} = \tfrac{\sigma-\varrho}{2\tau}.\tfrac{\beta-b}{\beta+b} = \tfrac{\sigma-\varrho}{2\tau}.\tfrac{3}{5}$$

Hincque $\lambda' = 1 + 0,6299.\tfrac{9}{25}$, $\lambda' = 1,2267$.
ex quo colligimus

$$\lambda = 4,3126 + 0,1308 = 4,4434$$

hincque $\lambda - 1 = 3,4434$

et $\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,6796$; quare ſequens habetur conſtructio:

I. Pro prima lente

$$F = \tfrac{\alpha}{\sigma \pm 1,6796} = \tfrac{\alpha}{-0,0522} = -19,1570.\,\alpha$$

$$G = \tfrac{\alpha}{\varrho \mp 1,6796} = \tfrac{\alpha}{+1,8703} = +0,5346.$$

Apertura eſt, vt ante, aeque ac diſtantia ad ſecundam lentem.

II. Pro

II. Pro secunda lente

Quum eius distantia focalis

$= -\frac{9}{5}\mathfrak{B}\,\alpha = -\frac{36}{25}.\,\alpha = -1.\,44\,\alpha$, fiet

radius vtriusque faciei $= -1,584.\,\alpha$

eiusque aperturae semidiameter $= \frac{9}{5}\,x$

at distantia ad lentem tertiam $= -7,2\,\alpha - 4.\frac{\alpha}{m}$.

III. Pro tertia lente

cuius distantia focalis $= -4\frac{\alpha}{m}$

radius vtriusque faciei $= -4,4.\frac{\alpha}{m}$

eiusque aperturae semidiameter $= -1,1\frac{\alpha}{m}$

Ab hac lente ad oculum vsque erit distantia

$O = -4.\frac{\alpha}{m}$.

His duobus casibus euolutis solutionem quaestionis nostrae generalis pro multiplicatione quacunque m maiore, quam 20, ita adstruamus:

I. Pro prima lente

statuamus

radium faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -(19,1570 + \frac{f}{m})\,\alpha \\ \text{poster.} = +(0,5346 + \frac{g}{m})\,\alpha \end{cases}$

et adplicatione ad casum $m = 20$ facta reperietur

$19,1570 + \frac{f}{20} = 9,7087$

 vnde

vnde fit $f = -188,966$

porro $0,5346 + \frac{g}{20} = 0,5205$

hinc $g = -0,2820$.

II. Pro fecunda lente

ftatuatur

radius vtriusque faciei $= -(1,584 + \frac{h}{m})\alpha$

cumque effe debeat $1,584 + \frac{h}{20} = 1,5504$

erit $h = -0,6720$.

Eius diftantia focali exiftente $= -(1,440 - \frac{0.6100}{m})\alpha$

et aperturae femidiameter $= \frac{9}{5}x$.

Pro diftantia ad tertiam lentem inueniemus

$$-(7,2 - \frac{14.0520}{m})\alpha - (4,00 - \frac{7.8060}{m})\frac{\alpha}{m}$$

fiue $-7,200\,\alpha + 10,0520.\frac{\alpha}{m} + \frac{7.8060}{m^2}.\alpha$

fiue $-(7,200 - \frac{10.0520}{m} - \frac{7.8060}{mm})\alpha$.

III. Pro tertia lente

cuius diftantia focalis reperitur

$$= -(4,00 - \frac{7.8060}{m})\frac{\alpha}{m}$$

fumi debet radius vtriusque faciei

$$= -(4,400 - \frac{8.5866}{m})\frac{\alpha}{m}$$

cuius parti quartae femidiameter aperturae aequalis ftatui poteft.

Diftan-

Diſtantia denique oculi ab hac lente reperitur

$$O = -\left(4 - \frac{6,2120}{m}\right)\frac{\alpha}{m}$$

Campi vero apparentis ſemidiameter erit $\frac{850}{m+1}$ minut.

Coroll. 1.

243. Cum interuallum primae lentis et ſecundae ſit $= -0,8\,\alpha$, prodibit tota teleſcopii longitudo ab obiectiua vsque ad oculum

$$-\left(8 - \frac{6.0520}{m} - \frac{14.0180}{mm}\right)\alpha$$

ita, vt haec longitudo fere ſit octuplo maior, quam diſtantia focalis α qua circumſtantia haec teleſcopia non admodum commendari merentur.

Coroll. 2.

244. Cum primae lentis ſemidiameter aperturae debeat eſſe $x = my = \frac{m}{50}$ dig. qui autem maior eſſe nequit parte quarta radii minoris, quae eſt $0,1336.\alpha = \frac{1}{8}\alpha$ circiter; patet capi debere $-\alpha > \frac{16.m}{100}$ vel $\alpha > 0,16.m$.

Quia autem lentis ſecundae ſemidiameter aperturae eſſe debet $= \frac{9}{5}x = \frac{9m}{250}$ dig. hic quoque minor eſſe debet parte quarta radii, quae eſt $0,396.\alpha$; vnde eſſe debet $-\alpha > 0,0909.m$, qui limes cum minor ſit praecedente, illum obſeruari oportet.

Scho-

Scholion.

245. Cum igitur $-\alpha$ maius esse debeat, quam $0,16.m$ statuamus $-\alpha = \frac{2}{10}.m$ siue $\alpha = -0,2\,m$, atque sequentem constructionem pro Telescopiis huius speciei obtinebimus.

Constructio Telescopiorum pro quacunque multiplicatione m, lentibus ex vitro communi confectis.

I. Pro lente obiectiua

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = +3,8314\,m - 37,7932 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -0,1069.\,m + 0,0564 \text{ dig.} \end{cases}$

Eius aperturae semidiameter $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum ad lentem secundam $= 0,16.\,m$ dig.

II. Pro lente secunda, in digitis

distantia focalis $= +0,2880\,m. - 0,12.$

radius faciei vtriusque $= +0,3168\,m - 0,13.$

Eius aperturae semidiam. $= \frac{9}{250}.\,m = 0,036.\,m.$

Interuallum ad lentem tertiam

$$= +1,4400\,m - 2,01 - \frac{1.56}{m}.$$

III. Pro tertia lente in digitis

distantia focalis $= +0,800 - \frac{1.56}{m}.$

radius

radius vtriusque faciei $= + 0,88 - \frac{1,71}{m}$
cuius pars quarta $= \frac{1}{5}$ dig. dat ſemidiametrum aperturae. Hinc ad oculum vsque diſtantia erit

$$O = 0,8 - \frac{1,24}{m}\ \text{dig.}$$

Campi apparentis ſemidiameter $= \frac{850}{m+1}$ minut.
Tota autem Teleſcopii longitudo erit

$$= \left(-1,30 + 1,6.\,m - \frac{2,8}{m}\right)\ \text{dig.}$$

Ita v. gr. pro $m = 100$ erit longitudo $= 158\frac{2}{5}$ dig. ſiue 13 ped. $2\frac{2}{5}$ dig.

Cum igitur ſupra tubo vnum pedem vix ſuperante fere tantam multiplicationem produxerimus, haec teleſcopiorum ſpecies nunc quidem erit repudianda, etſi reſpectu vulgarium tuborum aſtronomicorum maxime foret aeſtimanda, cum quod nullum marginem coloratum praebeat, tum vero etiam quia confuſio ab apertura oriunda prorſus ſit ſublata. Quamobrem nobis inquiri conueniet, num duabus lentibus inter obiectiuam et imaginem collocandis hoc incommodum euitari poſſit.

Problema 4.

246. Inter lentem obiectiuam et imaginem eiusmodi duas lentes interponere, vt non ſolum margo coloratus, ſed etiam confuſio ab apertura oriunda penitus deſtruatur.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes ſint conſiderandae, multiplicatio dabit hanc formulam $m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$, quarum trium fractionum binae priores negatiuae, tertia vero affirmatiua eſſe debebit. Statuatur ergo

$$\frac{\alpha}{b} = -k; \ \frac{\beta}{c} = -k' \text{ eritque } \frac{\gamma}{d} = \frac{m}{kk'}.$$

Vnde erit $b = -\frac{\alpha}{k}$; $c = -\frac{\beta}{k'}$; $d = \frac{\gamma k k'}{m}$

praeterea vero eſt $\beta = B\,b$; $\gamma = C\,c$ vnde omnia haec elementa ex α ita definientur:

$$b = -\frac{\alpha}{k}; \ \beta = -\frac{B\alpha}{k}; \ c = +\frac{B\alpha}{k.k'}$$

$$\gamma = \frac{BC\alpha}{kk'}; \ d = \frac{BC\alpha}{m}$$

hinc interualla lentium fient

1°. $\alpha + b = \frac{k-1}{k} \cdot \alpha$.

2°. $\beta + c = \frac{B\alpha}{k}\left(\frac{1-k'}{k'}\right)$

3°. $\gamma + d = BC\alpha\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right)$

vnde quia $k\,k'$ et m ſunt per ſe numeri poſitiui, hae ſequuntur conditiones:

1°. $\alpha(k-1) > 0$; 2°. $B\alpha(1-k') > 0$;

3°. $BC\alpha > 0$;

quae

quae eliſo α reducuntur ad has duas

$$4^{\circ}.\ \frac{B(1-k')}{k-1} > 0;$$

$$5^{\circ}.\ \frac{C}{1-k'} > 0 \text{ ſeu } C(1-k') > 0.$$

Iam ex ſuperioribus vidimus, marginem coloratum deſtrui non poſſe, niſi ante fractiones π, π' et π'' definiantur quem in finem ſequentes aequationes conſiderari debent:

$$\frac{\mathfrak{B}\pi-\Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = -k$$

$$\frac{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}{\Phi} = \frac{B\alpha}{c} = kk'.$$

$$\text{et } \Phi = \frac{\pi-\pi'+\pi''}{m+1}$$

ex quibus aſſequimur:

$$\frac{\pi}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}};$$

$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{\pi'}{\Phi} - \frac{\pi}{\Phi} + m + 1$$

$$= \frac{1-k}{\mathfrak{B}C} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}} + m + 1$$

quibus valoribus ſubſtitutis ad marginem coloratum tollendum requiritur haec aequatio, diuiſione per $\frac{dn}{n-1}$ facta,

$$O = -\frac{\pi}{\Phi}\cdot\frac{1}{k} + \frac{\pi'}{\Phi}\cdot\frac{1}{kk'} + \frac{\pi''}{\Phi}\cdot\frac{1}{m}$$

 ſiue

siue

$$o = \frac{k-1}{\mathfrak{B}k} + \frac{1-k}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}kk'} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}kk'}$$
$$+ \frac{1-k}{\mathfrak{B}\mathrm{C}m} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}m} + \frac{m+1}{m}$$

ex qua aequatione vel $\mathfrak{B}$ vel $\mathfrak{C}$ definiri poteſt; tum vero vt ſemidiameter confuſionis ad nihilum redigatur, debet eſſe

$$o = \lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{\mathrm{B}}\right)$$
$$+ \frac{1}{\mathrm{B}^3\mathfrak{C}kk'}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{\mathrm{C}}\right) + \frac{\lambda'''}{\mathrm{B}^3\mathrm{C}^3.m}$$

quae vt reſolui poſſit, littera $\mathfrak{B}$ debet eſſe poſitiua, vel ſi $\mathfrak{B}$ eſſet negatiuum ob B quoque negatiuum littera $\mathfrak{C}$ debet eſſe poſitiua.

Coroll. 1.

247. Aequatio pro margine colorato tollendo ad hanc formam reducitur:

$$o = \frac{1-k}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) - \frac{1-k}{\mathfrak{B}}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)$$
$$+ \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) + \frac{m+1}{m}$$

ſeu ad hanc:

$$o = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) - \frac{1}{k} - \frac{1}{m}\right)$$
$$+ \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) + \frac{m+1}{m}$$

vnde

vnde reperitur

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = \frac{\frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'}+\frac{1}{m}\right)+\frac{m+1}{m}}{\frac{1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'}+\frac{1}{m}\right)-\frac{1}{k}-\frac{1}{m}}$$

fiue

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = \frac{(kk'-1)(m+kk')+(m+1)kk'\mathfrak{C}}{m+kk'-k'm\mathfrak{C}-kk'\mathfrak{C}}$$

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = \frac{(kk'-1)(m+kk')+\mathfrak{C}kk'(m+1)}{m+kk'-\mathfrak{C}k'(m+k)}$$

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = kk'-1+\frac{\mathfrak{C}k'(m(k-1)+kk'(k+m))}{m+kk'-\mathfrak{C}k'(m+k)}$$

Coroll. 2.

248. Si haec aequatio ftatim a fractionibus liberetur, habebitur

$$0 = (1-k)(m+kk') - \mathfrak{C}(1-k)k'(m+k)$$
$$+ \mathfrak{B}(kk'-1)(m+kk')$$
$$+ \mathfrak{B}\mathfrak{C}kk'(m+1)$$

vnde reperitur

$$\mathfrak{C} = \frac{(m+kk')(k-1+\mathfrak{B}(1-kk'))}{\mathfrak{B}kk'(m+1)+(k-1)k'(m+k)}$$

Scholion.

249. Inprimis autem notatu dignus eft cafus quo numerus B fit infinitus et numerus C $= 0$, quem fupra iam alia occafione euoluimus; quae operatio cum fupra difficilior fit vifa, nunc fequenti modo planiore

expediatur. Confiderabimus fcilicet numerum B vt praegrandem fitque $B = \frac{1}{\omega}$, denotante ω fractionem minimam, ita, vt ω loco B in calculum introducatur. Tum igitur erit $\mathfrak{B} = \frac{1}{1+\omega}$ iam ne fecundum interuallum $\beta + c$ nimis excrefcat, ftatuatur $\beta + c = \frac{\eta\alpha}{k}$

eritque $c = \frac{\eta\alpha}{k} - \beta$, $\frac{\beta}{c} = -k' = \frac{k\beta}{\eta\alpha - k\beta}$

et quia eft

$$\beta k = -B\alpha = -\frac{\alpha}{\omega}; \text{ erit}$$

$$+k' = \frac{1}{\eta\omega + 1} \text{ et } 1 - k' = \frac{\eta\omega}{1+\eta\omega}$$

ita vt nunc loco litterae k' in calculum introducatur littera η; denique ne tertium interuallum nimis excrefcat ob $B = \frac{1}{\omega}$, ftatuamus $C = \vartheta\omega$, vt fiat $BC = \vartheta$; ita, vt hic loco litterae C, ϑ in calculum ingrediatur. Hinc erit $\mathfrak{C} = \frac{\theta\omega}{1+\theta\omega}$ atque hinc porro

$$\frac{\pi}{\Phi} = (1-k) + \omega(1-k)$$

$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1+\theta\omega}{(\eta\omega+1)\theta}((1-k-\eta k) + \eta\omega(1-k))$$

$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1+\theta\omega}{(1+\eta\omega)\theta}(1-k-\eta k + \eta\omega(1-k))$$

hincque pofito $\omega = 0$, erit

$$\frac{\pi}{\Phi} = 1-k; \frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1}{\theta}(1-k-\eta k)$$

hincque

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1-k-\eta k}{\theta} + k + m.$$

Quare

Quare cum pro margine tollendo inuenta sit haec aequatio:

$$0 = -\frac{\pi}{\Phi}\cdot\frac{1}{k} + \frac{\pi'}{\Phi}\cdot\frac{1}{kk'} + \frac{\pi''}{\Phi}\cdot\frac{1}{m}$$

ob $k' = 1$, si illi valores substituantur, prodibit

$$0 = \frac{k-1}{k} + \frac{1-k-\eta k}{k\theta} + \frac{1-k-\eta k}{m\theta} + \frac{k+m}{m}$$

siue $0 = m\vartheta(k-1) + m(1-k-\eta k)$

$$+ k(1-k-\eta k)$$

$$+ k\vartheta(k+m)$$

$$0 = \vartheta(k^2 + (2k-1)m) + (k+m)(1-k-\eta k)$$

hincque inuenietur

$$\vartheta = \frac{+(k+m)(k+\eta k-1)}{(2k-1)m+k^2}$$

hinc autem nostra elementa erunt

$$b = -\frac{\alpha}{k};\ \beta = \infty;\ c = \infty;$$

$$\gamma = \frac{\theta\alpha}{k};\ d = \frac{\theta\alpha}{m}$$

et interualla

$$\alpha + b = \frac{k-1}{k}\cdot\alpha$$

$$\beta + c = \frac{\eta\alpha}{k}$$

$$\gamma + d = \vartheta\alpha\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{k}\right)$$

quae debent esse positiua; ideoque

$$\eta(k-1) > 0;\ \vartheta(k-1) > 0 \text{ et } \vartheta\eta > 0.$$

Pro

Pro loco oculi autem habebimus

$$O = \frac{\pi''}{m\Phi} d = \frac{1-k-\eta k}{mm} . \alpha + \frac{(k+m)\theta z}{m^2}$$

et valore pro ϑ ſubſtituto

$$O = \frac{1-k-\eta k}{m^2} . \alpha + \frac{(k+m)^2(k+\eta k-1)\alpha}{m^2((2k-1)m+k^2)}$$

$$O = \frac{m+1}{m} . \frac{k+\eta k-1}{(2k-1)m+k^2} . \alpha$$

his denique obſeruatis reſoluenda reſtat haec aequatio:

$$o = \lambda - \frac{\lambda'}{k} + \frac{\lambda''}{\theta^2 k} + \frac{\lambda'''}{\theta^3 . m}$$

quae cum ſecundum membrum per ſe ſit negatiuum facile reſolui poterit, id quod in ſequente problemate oſtendemus.

Problema 5.

250. In caſu praecedentis problematis ſi binae priores lentes ita fuerint comparatae, vt radii iterum paralleli euadant, conſtructionem huiusmodi teleſcopiorum exponere.

Solutio.

Cum hoc caſu fiat $B = \infty$ et $C = 0$ in ſcholio praecedente elementa iam ſunt definita; vnde ea hic repetere ſuperfluum foret; quo autem clarius ſolutionem euoluamus, duo ſunt caſus perpendendi; alter, quo diſtantia α eſt poſitiua; alter, quo ea eſt negatiua.

I. Sit

I. Sit igitur $\alpha > 0$. debebitque esse $k > 1$; $\eta > 0$ et $\vartheta > 0$ quae vltima conditio sponte impletur; sitque etiam O positiuum, tum vero fiet $\frac{\pi}{\Phi} < 0$ et $\frac{\pi'}{\Phi} < 0$ nempe $\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k-\eta k}{\theta} = \frac{-(2k-1)m-k^2}{k+m}$.

Ex vltima igitur formula colligetur semidiameter campi visi

$$\Phi = \frac{\pi''.\theta}{1-k-\eta k+(k+m).\theta} \text{ seu}$$
$$\Phi = \frac{(m+k)\pi''}{m(m+1)}$$

substituto scilicet valore ϑ, si modo praecedentes formulae non praebeant campum minorem. Ad quod diiudicandum comparentur valores π et π' cum π'' et ob $\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{m(m+1)}{m+k}$

erit $\frac{\pi}{\pi''} = \frac{(1-k)(m+k)}{m(m+1)}$

et $\frac{\pi'}{\pi''} = \frac{-(2k-1)m-k^2}{m(m+1)}$ hincque $\frac{\pi-\pi'}{\pi''} = \frac{k}{m}$;

at ex illis formulis patet tam π, quam π' minores esse, quam π'' dummodo sit k minus, quam $\frac{5}{12}m$ et cum sit

$$\Phi = \frac{\pi-\pi'+\pi''}{m+1} \text{ ob } \frac{\pi-\pi'}{\pi''} > 0$$

campus apparens hinc aliquod augmentum accipiet eritque $\Phi = \frac{k+m}{m(m+1)}\pi''$ qui vtique maior est quam simplex, scilicet $\Phi = \frac{\pi''}{m+1}$ idque in ratione $m+k:m$.

 Iam

Iam porro aequatio resoluenda est, vt ante:

II. Sin autem α sit negatiuum fieri debet $k < 1$, $\eta < 0$; $\vartheta < 0$; ad quod necessarium est, vt sit $k > \frac{1}{2}$.

Quia nunc pro casu praecedente habuimus $\frac{\pi - \pi'}{\pi''} = \frac{k}{m}$, hinc campus apparens multo minus augmentum accipit in hoc casu, quam in illo, quod adeo vix erit sensibile, et pro loco oculi distantia O etiam hoc casu fit positiua; quam ob caussam casus prior huic posteriori anteferendus videtur.

Etsi autem priori casu campus apparens notabiliter augeri posse est inuentus, dum scilicet k vsque ad valorem $\frac{5}{12} m$ augetur, tamen resolutio nostrae aequationis hoc non permittit, quoniam numerus λ' nimis magnus accipi deberet, quocirca littera k vix vltra binarium vel ternarium ad summum crescere potest; vti in subiunctis exemplis magis fiet manifestum, quae ex casu priore deriuabimus, quoniam facile est praevidere, posteriorem casum eo etiam vitio esse laboraturum, quod longitudo telescopii nimis excrescat.

Exemplum.

251. Statuamus $k = 2$ et multiplicationem $m = 50$, quandoquidem hic de tubis astronomicis agitur eritque

$$\vartheta = \frac{52.(1 + 2\eta)}{154} = \frac{26}{77}(1 + 2\eta)$$

qui

qui valor ne fiat nimis parvus; quia tum in nostra aequatione terminus $\frac{\lambda''}{\theta^3 k}$ fieret nimis magnus, ita, vt λ' enormem adipisceretur valorem, statuamus insuper $\eta = 1$, vt fiat $\vartheta = \frac{78}{77}$, hincque elementa nostra ita se habebunt

$$b = -\frac{\alpha}{2};\ \beta = \infty;\ c = -\infty;$$

$$\beta + c = \frac{\alpha}{2};\ \gamma = \frac{39}{77}\cdot\alpha;\ d = \frac{35\cdot\alpha}{25.77};$$

tum vero aequatio resoluenda ita est comparata:

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{2} + \frac{77^3.\lambda''}{78^3.2} + \frac{77^3.\lambda'''}{78^3.50}$$

hincque

$$\lambda' = 2\lambda + \frac{77^3.\lambda''}{78^3} + \frac{77^3.\lambda'''}{78^3.25}$$

Iam vt tam prima lens, quam vltima maximam admittat aperturam, ponamus $\lambda = \lambda''' = 1,6299$, dum scilicet omnes lentes ex vitro communi $n = 1,55$ factae assumuntur; at λ'' sit $= 1$. quibus positis colligemus

$$\lambda' = 3,2593 + 0,9620 + 0,0627$$

$$\lambda' = 4,2841;\ \text{hinc ergo}$$

$$\lambda' - 1 = 3,2841,\ \text{et}$$

$$\tau.\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,64023;$$

quare constructio singularum lentium ita se habebit:

I. Pro prima lente

quae cum sit aeque vtrinque conuexa eiusque distan-

 tia

tia focalis $=\alpha$, erit radius vtriusque faciei $=1,10.\alpha$ tum vero eius semidiameter aperturae $x=my=1$ dig. ob $m=50$ et $y=\frac{1}{50}$ dig. et interuallum ab hac lente ad secundam $=\frac{1}{2}.\alpha$.

II. Pro secunda lente

ob $\beta=\infty$, erit

$$F=\frac{b}{\varrho+1.64023}=\frac{b}{1.8309}$$

$$G=\frac{b}{\sigma+1.64023}=\frac{b}{-0.0128}$$

hinc $F=-0,2730.\alpha$

$G=+39,0625.\alpha$

tum vero semidiameter eius aperturae $=\frac{1}{2}$ dig. ex §. 23. et interuallum ad lentem sequentem $=\frac{1}{2}.\alpha$.

III. Pro tertia lente

ob $c=\infty$ et $\lambda''=1$. erit

$$F=\frac{\gamma}{\sigma}=0,31123.\alpha$$

$$G=\frac{\gamma}{\varrho}=2,6559.\alpha$$

tum vero aperturae semidiameter $=\frac{1}{2}$ dig. et interuallum ad sequentem lentem $=\frac{78.13}{77.25}\alpha$ seu $=\frac{1}{2}\alpha$ proxime.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $=1,10.d$, existente $d=\frac{39}{25.77}.\alpha$, cuius pars quarta dat semidiametrum aperturae, hinc denique interuallum vsque ad oculum erit $=\frac{3.51}{50.154}.\alpha$ $=\frac{1}{50}\alpha$

$= \frac{1}{50}\alpha$ proxime. Quod ad diſtantiam α attinet, ſi ad ſolam primam lentem reſpiceremus, quia ea aperturam admittit, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}\alpha$, ſumi poſſet $\alpha = 4$ dig. ſed ad ſecundam lentem reſpiciendo, cuius minor radius eſt circiter $\frac{1}{4}\alpha$, huius pars quarta $\frac{1}{16}\alpha$ ſemidiametro aperturae $\frac{1}{2}$ dig. aequalis poſita, dabit $\alpha = 8$ dig., quam menſuram etiam retinere oportet; vnde longitudo teleſcopii excederet 12 dig. Huius rei cauſſa eſt, quod primam lentem vtrinque aeque conuexam aſſumſimus. Adiungamus igitur aliam inſuper ſolutionem ſumendo $\lambda = 1$; vnde fit

$$\lambda' = 2 + 0,9620 + 0,0627$$

$$\lambda' = 3,0247;\ \lambda' - 1 = 2,0247$$

$$\text{et } \tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,2878;$$

vnde haec ſequitur lentium conſtructio.

I. Pro prima lente

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = 0,6145.\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho} = 5,2439.\alpha$$

II. Pro ſecunda lente

$$F = \frac{b}{0.1907 \pm 1.2878} = \frac{-0.5.\alpha}{1.4785}$$

$$G = \frac{b}{1.6274 \mp 1.2878} = \frac{-0.5.\alpha}{0.3396}$$

$$F = -0,3382\,\alpha;\ G = -1,4723.\alpha$$

 Reli-

Reliqua manent, vt ante. Hic igitur ſtatim patet, ſecundam lentem debitam aperturam $\frac{1}{2}x$ recipere poſſe, ſi prima patiatur aperturam x. Primae autem radius minor, cum ſit circiter $\frac{6.\alpha}{10}$, eius pars quarta $\frac{3}{20}\alpha$ ipſi $x = 1$ dig. aequata dat $\alpha = \frac{20}{3}$ dig. $= 6\frac{2}{3}$ dig. quin etiam tertia lens poſtulat, vt ſit $\frac{3\alpha}{40} = \frac{1}{2}$ dig. vnde α iterum $6\frac{2}{3}$ dig. ſicque tota teleſcopii longitudo vix ſuperabit 10 digit.

Quocirca notari merebitur ſequens

Conſtructio Teleſcopii quinquagies multiplicantis, lentibus ex vitro communi paratis.

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,10 \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 34,96 \text{ dig.} \end{cases}$

Aperturae ſemidiameter $= 1$ dig.

Interuallum ad ſecundam lentem $= 3\frac{1}{3}$ dig.

II. Pro ſecunda lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -2,25. \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = -9,82. \text{ dig.} \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{2}$ dig.

Interuallum ad tertiam lentem $= 3\frac{1}{3}$ dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 2,08 \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 17,71. \text{ dig.} \end{cases}$

Aper-

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{2}$ dig.

Interuallum ad lentem ocularem $= 3\frac{1}{3}$ dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= 0, 15$ dig.

Semidiameter aperturae $= \frac{3}{80}$ dig.

et diſtantia oculi $= \frac{2}{15}$ dig. proxime

vnde tota longitudo $= 10\frac{2}{15}$ dig.

Campi vero viſi ſemidiameter, vt hactenus,

$= \frac{859}{51}$ min. $=$ 16 min. 51 ſec.

Scholion.

252. Maiores multiplicationes calculo hic non ſubjicio, quia ab huiusmodi teleſcopiis etiam maior campus, quam vulgo, exſpectari ſolet. Quamobrem noſtram inueſtigationem ad campum apparentem augendum proſequamur, idque retentis commodis, quae ternae lentes priores nobis ſunt largitae. Hinc poſſemus valoribus hic aſſumtis vti, ſcilicet $k = 2$, $\eta = 1$ et $\vartheta = 1$ ſed quia hoc modo duo priora interualla ſatis fiunt magna, ſcilicet $\frac{1}{2}\alpha$; quo pacto tota longitudo non parum augetur, praeſtare videtur haec duo interualla multo minora efficere, ita, vt tantum non euaneſcant; neque lentes ſe immediate contingere debeant. Hunc in finem pro k numerus vnitatem vix ſuperans aſſumi debebit, vnde ſimul hoc lucrum nanciſci-

ciſcimur, vt pro λ' numerus binarium vix ſuperans reperiatur. Statuamus igitur $k = 1 + \omega$, denotante ω fractionem minimam, ita, vt ſit

$$b = -\frac{\alpha}{1+\omega} = -(1-\omega).\alpha;$$

$$\alpha + b = \omega\alpha;$$

ob eandemque rationem ſtatuatur etiam $\eta = \omega$, vt ſecundum interuallum etiam fiat $\omega\alpha$. Quod deinde ad litteram ϑ attinet, quae hic ex margine colorato eſt definita, factis his hypotheſibus multo minor vnitate eſſet proditura, ſcilicet $\vartheta = 2\omega$, qui valor maximis incommodis foret obnoxius; primo enim elementa γ et d euaneſcerent, niſi α in immenſum augeretur; deinde etiam valor ipſius λ' fieret enormis. Sed probe hic notandum eſt, has hypotheſes non caſui hic tractato, vbi vnica lens ocularis admittitur, deſtinari, ſed propoſitum nobis eſſe iis vti in ſequentibus, vbi duae pluresue lentes oculares conſiderabuntur, quibus cum nouae litterae in calculum introducantur, non amplius opus erit, ex aequatione marginem coloratum tollente, hanc litteram ϑ definire, ſed eam poterimus vt arbitrariam contemplari; ita, vt iam nihil obſtet, quominus ponatur $\vartheta = 1$. Quod autem hunc valorem elegerim, duae ſunt cauſſae; altera eſt, quod cum diſtantia γ hic ſit $\vartheta\alpha$, ſi ϑ vltra vnitatem augeretur, longitudo teleſcopii maior eſſet proditura; altera autem ſuadet, ne ϑ minus vnitate capiatur, quia tum

λ' mox

λ' mox enormem valorem effet obtenturum ſit igitur ratum ſtatuere

$$1^\circ.\ k = 1 + \omega;\quad 2^\circ.\ \eta = \omega;\quad 3^\circ.\ \vartheta = 1.$$

vnde quotcunque lentes adhibeantur, pro tribus primoribus ſemper erit

$$b = -(1-\omega)\alpha;\ \beta = \infty;\ c = -\infty$$

$$\beta + c = \omega.\alpha;\ \gamma = \alpha.$$

Deinde pro litteris π et π' erit quoque ſemper

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega;$$

ceterum notetur, eſſe $B = \infty$, $\mathfrak{B} = 1$, $C = \mathfrak{C} = 0$, et $BC = 1$. atque hinc aequatio pro margine tollendo ſemper his duobus terminis exordietur $+\omega. - 2\omega$; ita, vt hi duo termini ſemper coaleſcant in $-\omega$. Denique etiam aequatio pro confuſione tollenda ſemper incipiet ab his tribus terminis

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} \ldots\ldots$$

vnde facile erit calculum pro quotuis lentibus ocularibus proſequi, vbi potiſſimum nobis erit propoſitum, campum apparentem multiplicare, idque quousque libuerit.

Problema 6.

253. Tribus lentibus prioribus ita ante imaginem realem diſpoſitis, vti §. praec. eſt indicatum, ſi poſt imaginem duae lentes conſtituantur, efficere, vt campus apparens euadat maximus.

Solutio.

Cum hic habeantur quinque lentes, formula pro multiplicatione erit $m = -\frac{\alpha}{b}\cdot\frac{\beta}{c}\cdot\frac{\gamma}{d}\cdot\frac{\delta}{e}$ quarum fractionum ista $\frac{\gamma}{d}$ erit positiua, reliquae negatiuae. Cum igitur sit $\frac{\alpha}{b} = -1 - \omega$, $\frac{\beta}{c} = -1$. statuatur $\frac{\gamma}{d} = i$ et $\frac{\delta}{e} = -l$ habebimusque sequentia elementa:

$$b = \frac{-\alpha}{1+\omega};\ \beta = \infty;\ c = -\infty;\ \gamma = \alpha$$

$$d = \frac{\alpha}{i};\ \delta = +\frac{D\alpha}{i};\ e = -\frac{D\alpha}{il}$$

existente $m = (1+\omega)\,i.\,l.$

Deinde distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = b;\ r = \gamma;\ s = \mathfrak{D}\,d \text{ et } t = e.$$

Porro interualla lentium

$$\alpha + b = \omega\alpha;\ \beta + c = \omega\alpha;$$

$$\gamma + d = \frac{1+i}{i}\alpha;\ \delta + e = D\left(\frac{l-1}{il}\right).\alpha,$$

quorum trium priora cum per se sint positiua, tantum superest, vt sit $D(l-1)$ positiuum.

Pro fractionibus π, π' etc. iam habemus:

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega;\ \text{ideoque } \frac{\pi-\pi'}{\Phi} = \omega.$$

Pro binis reliquis vero habentur hae aequationes:

$$\frac{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{d} = i$$

$$\frac{\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}{\Phi} = \frac{D\alpha}{e} = -il = -m$$

Ex

Ex quibus elicitur

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1+i-\omega}{\mathfrak{D}} = \frac{1+i}{\mathfrak{D}}$$

$$\frac{\pi'''}{\Phi} = \frac{1+i}{\mathfrak{D}} + \omega - 1 - m.$$

Vnde pro loco oculi ſtatim habemus

$$O = -\frac{\pi'''}{m\Phi} \cdot t = \left(\frac{1+i}{\mathfrak{D}} + \omega - 1 - m\right)\frac{D\alpha}{m^2}$$

$$O = \left(\frac{1+i}{\mathfrak{D}} - 1 - m\right)\frac{D\alpha}{m^2}$$

quae vt fiat poſitiua, neceſſe eſt, vt D ſit negativum, adeoque ob $D(l-1) > 0$ erit quoque $l < 1$. Quare cum diſtantia O facta ſit poſitiua pro margine colorato tollendo habebitur haec aequatio:

$$0 = -\omega + \frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{1}{i} - \frac{\pi'''}{\Phi} \cdot \frac{1}{m} \text{ ſeu}$$

$$0 = -\omega + \frac{1+i}{\mathfrak{D}i} - \frac{(1+i)}{\mathfrak{D}m} + \frac{1+m}{m}$$

ſeu reiectis ω

$$0 = \frac{1+i}{\mathfrak{D}} \cdot \frac{l-1}{il} + \frac{1+m}{m} \text{ ſeu}$$

$$0 = \frac{(1+i)(l-1)}{\mathfrak{D}} + 1 + m \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{-(1+i)(l-1)}{m+1} = \frac{(1+i)(1-l)}{m+1} \text{ et } D = \frac{(1+i)(1-l)}{2m-l+l},$$

qui valor debet eſſe negativus ob $l < 1$, hincque eſſe oporteret $l < \frac{i}{2i+1}$ ſiue $l < \frac{1}{2}$ ita, vt hinc eſſe debeat $i > 2m$, et $D = \frac{-(1+i)(1-l)}{i(1-2l)-l}$.

His circa valores D et l definitis examinemus campum apparentem, cuius ſemidiameter Φ duplici modo exprimitur

$$1^{\circ}.\ \Phi = \frac{\mathfrak{D}\pi''}{1+i} = \frac{(1-l)\pi''}{m+1};$$

$$2^{\circ}.\ \Phi = \frac{\mathfrak{D}\pi'''}{1+i\mathfrak{D}-(m+1)}, \Phi = \frac{(1-l)\pi'''}{(m+1)l}$$

quorum minor tantum locum habet, ſiquidem π'' et π''' maximum valorem, qui eſt circiter $\frac{1}{4}$, obtineant. Cum autem ſit $\pi'' : \pi''' = 1 : l$, tantum ſumi poterit $\pi'' = \frac{1}{4}$ fietque $\pi''' = \frac{l}{4}$ hincque campus prodiret $\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1-l}{m+1}$; ideoque minor, quam ſi lente oculari ſimplici vteremur, contra noſtrum inſtitutum; ita, vt hoc problema pro noſtro ſcopo reſolui nequeat.

Idem Problema praecedens.

254. Vbi ceteris manentibus omnibus, tantum quarta lens ante imaginem realem collocatur.

Solutio.

In ſolutione ergo etiam omnia manebunt, vt ante, niſi quod binarum quantitatum i et l ſigna ſint mutanda. Primo ergo erunt elementa

$$b = -\frac{\alpha}{1+\omega};\ \beta = \infty;\ c = -\infty;\ \gamma = \alpha$$

$$d = -\frac{\alpha}{i};\ \delta = -\frac{\mathfrak{D}\alpha}{i};\ e = \frac{-D\alpha}{il}.$$

Diſtantiae focales.

$$p = \alpha;\ q = -\alpha;\ r = \gamma = \alpha;$$

$$s = -\frac{\mathfrak{D}\alpha}{i};\ t = -\frac{D\alpha}{il}.$$

Len-

Lentium vero interualla

$$\alpha + b = \omega\alpha;\ \beta + c = \omega\alpha$$

$$\gamma + d = + \frac{(i-1)}{i}\alpha;$$

$$\delta + e = \frac{-(l+1)}{il}.\,\mathrm{D}\alpha$$

vnde patet, esse debere D negativum, at $i > 1$; tum vero notetur esse $m = il$.

Deinde inueniemus

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = -\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}};\ \frac{\pi'''}{\Phi} = -\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}} - 1 - m$$

hincque pro loco oculi

$$O = \left(-\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}} - 1 - m\right)\frac{\mathrm{D}\alpha}{mm}$$

qui ergo valor est positiuus ob $\mathrm{D} < 0$. Quare vt margo coloratus euanescat debet esse

$$\mathfrak{D} = \frac{-(i-1)(1+l)}{m+1}$$

$$\mathrm{D} = \frac{-(i-1)(1+l)}{2m+i-l}$$

qui valor cum sit negatiuus, conditionibus praecedentibus satisfit, si modo sit $i > 1$. atque his valoribus substitutis erit

$$b = -\alpha;\ \beta = \infty;\ c = -\infty;\ \gamma = \alpha;\ d = -\frac{\alpha}{i}$$

$$\delta = \frac{(i-1)(1+l).\alpha}{(2m+i-l)i};\ e = \frac{(i-1)(1+l).\alpha}{(2m+i-l)il}$$

$$p = \alpha;\ q = -\alpha;\ r = \alpha;$$

$$s = \frac{(i-1)(1+l)\alpha}{(m+1)i};\; t = \frac{(i-1)(1+l)\alpha}{(2m+i-l)il}$$

$$\alpha + b = \omega\,\alpha;\; \beta + c = \omega\,\alpha;\; \gamma + d = \frac{i-1}{i}\alpha$$

$$\delta + e = \frac{(i-1)(1+l)\omega\alpha}{(2m+i-l)il}$$

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\; \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = +\frac{m+1}{l+1}$$

$$\frac{\pi'''}{\Phi} = +\frac{m+1}{l+1} - 1 - m = -\frac{l(m+1)}{1+l} \text{ hincque}$$

$$O = \frac{l(i-1)(m+1)}{2m+i-l}\cdot\frac{\alpha'}{m^2}$$

Cum igitur ſit $\pi'' : \pi''' = 1 : -l$ pro campo duo caſus ſunt perpendendi.

I. Si $l > 1$. tum poterit capi $\pi''' = -\frac{1}{4}$ vt fiat $\pi'' = \frac{1}{4l} < \frac{1}{4}$ hincque ſemidiameter campi

$$\Phi = \frac{1}{4}\frac{(1+\frac{1}{l})}{m+1}$$

II. Si $l < 1$, capi poterit $\pi'' = \frac{1}{4}$ vt fiat $\pi''' = -\frac{l}{4} < -\frac{1}{4}$ hincque $\Phi = \frac{1}{4}\cdot\frac{1+l}{m+1}$.

Vtroque ergo caſu campus maior erit, quam ſi vnica adeſſet lens ocularis, quo caſu inuenimus

$$\Phi = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{m+1}.$$

Maximus igitur campus obtinebitur ſi capiatur $l = 1$. quo caſu ob $il = m$ fit $i = m$ tum vero

$$\Phi = \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1718}{m+1}\text{ min.}$$

qui

qui eſt duplo maior. Conueniet igitur ſumi $l = 1$, ſi modo reſolutio poſtremae aequationis id permittat, quae eſt

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} - \frac{1}{\mathfrak{D}i}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu}{D}\right) - \frac{\lambda''''}{D^3 . m}$$

vbi ſi capiatur $l = 1$, vt ſit $i = m$ fit

$$\mathfrak{D} = -2.\frac{m-1}{m+1};\ D = -2.\frac{m-1}{3m-1}$$

quare ſi m ſit numerus praemagnus, erit $\mathfrak{D} = -2$; $D = -\frac{2}{3}$; ex quo manifeſtum eſt reſolutionem illius aequationis hoc modo non ſolum non impediri, ſed et adiuuari, ita, vt haec poſitio $l = 1$ noſtro ſcopo maxime conueniat. Hinc ergo conſequimur

$$\lambda' = (1+\omega)\lambda + \lambda'' - \frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3 m} - \frac{\lambda''''}{D^3 . m} - \frac{\nu}{\mathfrak{D}Dm}$$

ad quam reſoluendam primo notetur, quia duae poſtremae lentes maximam requirunt aperturam, eas vtrinque aeque conuexas capi debere; vnde pro vltima lente ſumi debebit $\lambda'''' = 1,6299$; pro penultima vero habetur

$$\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} . \frac{\delta - d}{\delta + d}$$

$$= \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} . \frac{-3m+1}{m+1}$$

Cum nunc ſit $\left(\frac{\sigma-\varrho}{2\tau}\right)^2 = 0,6299$

erit $\lambda''' = 1 + 0.6299.\left(\frac{-3m+1}{m+1}\right)^2$

deinde vero ſumamus $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$. pro ω autem commode ſumi poſſe videtur $\omega = \frac{1}{m}$, quoniam

hoc-

hoc modo interualla lentium priorum non fiunt nimis parva, quam vt in praxi locum habere queant.

Coroll. 1.

255. Quodsi ergo statuamus $l = 1$, vt sit $i = m$, tum vero $\omega = \frac{1}{m}$, nostra elementa ita se habebunt:

$$b = -\frac{m\alpha}{m+1};\ \beta = \infty;\ c = \infty;$$

$$\gamma = \alpha;\ d = -\frac{\alpha}{m};\ \delta = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)};\ e = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)};$$

ita, vt sit $\delta = e$ et imago realis inter binas lentes postremas media interiaceat.

Distantiae autem focales erunt

$$p = \alpha;\ q = -\frac{m\alpha}{m+1};\ r = \alpha$$

$$s = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)};\ t = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$$

Interualla vero lentium

$$\alpha + b = \frac{\alpha}{m};\ \beta + c = \frac{\alpha}{m};\ \gamma + d = \frac{m-1}{m}\alpha$$

$$\delta + e = \frac{4(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$$

$$\text{et } O = \frac{mm-1}{3m-1}\cdot\frac{\alpha}{mm}.$$

Coroll. 2.

256. Adiecta igitur vnica lente hoc insigne commodum feliciter sumus adepti quod amplitudo campi duplo maior sit facta, quam si vnica lente oculari vteremur, vbi probe notandum est, quod haec nova lens adiecta non post imaginem realem, sed ante eam debeat collocari. Scho-

Scholion I.

257. Quo haec, quae inuenimus, commodissime ad praxin accommodemus, methodo iam supra tradita vtamur ac primo constructionem telescopii pro multiplicatione quapiam modica veluti $m = 25$ inuestigemus; deinde vero pro $m = \infty$; ex quorum casuum comparatione non difficulter pro qualibet multiplicatione media constructionem colligere licebit.

Exempl. I.

Pro $m = 25$.

258. Constructionem telescopii exhibere:

Cum hic sit $m = 25$, erit

$$\mathfrak{D} = -\tfrac{24}{13} = -1,84615$$

$$D = -\tfrac{24}{37} = -0,64865$$

hinc erit $\frac{1-D}{1+D} = \frac{1,64865}{0,35134}$

hinc Log. $\left(\frac{1-D}{1+D}\right)^2 = 1,3428018$

vnde colligitur $\lambda''' = 14,8699$.

Iam cum sit

$$\text{Log.} -\mathfrak{D} = 0.2662669$$

$$\text{Log.} - D = 9.8120104$$

reperiemus

$$\lambda' = 1,04 + 1 + 0,094529 + 0,23888 - 0,00777$$

$\lambda' = 2,3656$

$\lambda' - 1 = 1,3656$ et

$\tau . \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,0577$

Conſtructio igitur lentium ita ſe habebit:

I. Pro prima lente.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 . \alpha \\ \text{poſter.} = 5,2439 . \alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{25}{50}$ dig. $= \frac{1}{2}$ dig.

Interuall. ad lentem ſequentem $= \frac{1}{25} . \alpha = 0,04 \alpha$.

II. Pro ſecunda lente

calculus ita ſe habebit

$$F = \frac{b}{\varrho \pm 1,0577} = \frac{-0,96 \alpha}{1.2484}$$

$$G = \frac{b}{\sigma \mp 1.0577} = \frac{-0.96 . \alpha}{0.5697}$$

ſeu $F = -0,7690 . \alpha$

$G = -1,6851 . \alpha$

Interuallum ad ſequentem, vt ante, $= 0,04 \alpha$

III. Pro tertia lente

cum eius diſtantia focalis ſit reuera

$\gamma = \frac{\alpha}{1 + \omega} = (1 - \omega) \alpha$ et $\lambda'' = 1$,

ex

ex prima lente haec ita definitur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,5900.\alpha \\ \text{poſter.} = 5,0342.\alpha \end{cases}$

Interuallum ad quartam $= \alpha - \frac{2\alpha}{m} = 0,92.\alpha$

IV. Pro quarta lente

cuius diſtantia focalis eſt $1,84615.\frac{\alpha}{m}$

quia debet eſſe vtrinque aeque conuexa,

erit vtriusque faciei radius $= 2,03076.\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae $= 0,50769.\frac{\alpha}{m}$

Interuallum ad ſequentem $= +1,29730\frac{\alpha}{m}$.

V. Pro quinta lente

cuius diſtantia focalis $= 0,64865.\frac{\alpha}{m}$

erit radius vtriusque faciei $= 0,71351.\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae $= 0,17838.\frac{\alpha}{m}$

hinc interuallum ad oculum vsque erit $= 0,3372.\frac{\alpha}{m}$, exiſtente $m = 25$ et campi apparentis ſemidiameter erit $\Phi = \frac{1718}{26}$. minut. $= 66$ min. et longitudo totius inſtrumenti

$= \alpha + 1,6345.\frac{\alpha}{m} = 1,06538.\alpha$.

 Exem-

Exempl. II.

Si $m = \infty$.

259. Constructionem telescopii describere.

Erit igitur $\mathfrak{D} = -2$; $D = -\frac{2}{3}$.
et $\omega = 0$, $\frac{1-D}{1+D} = 5$; vnde fit

$$\lambda''' = 1 + 0,6299 . 25 = 16,74.$$

Hincque colligitur

$$\lambda' = 1 + 1 = 2; \ \lambda' - 1 = 1. \text{ ideoque}$$

$$\tau . \sqrt{(\lambda' - 1)} = \tau = 0.9051.$$

Constructio igitur lentium ita se habebit

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145. \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439. \alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum ad lentem sequentem $= \frac{\alpha}{m}$.

II. Pro secunda lente

cuius distantia focalis $b = -\alpha$ habebimus

$$F = \frac{b}{\varrho + 0.9051} = \frac{-\alpha}{1.0958}$$

$$G = \frac{b}{\sigma + 0.9051} = \frac{-\alpha}{0,7225}$$

Hinc $F = -0,91257. \alpha$

$G = -1,38446. \alpha$

Interuallum ad sequentem $= \frac{\alpha}{m}$.

III. Pro

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 \cdot \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439 \cdot \alpha \end{cases}$

Interuallum ad sequentem lentem $= \alpha - \frac{2\alpha}{m}$.

IV. Pro quarta lente

cuius distantia focalis est $\mathfrak{D}\, d = + \frac{2\alpha}{m}$,

erit radius vtriusque faciei $= 2, 2 \frac{\alpha}{m}$.

Interuallum $= \frac{4}{3} \cdot \frac{\alpha}{m} = 1,333 \cdot \frac{\alpha}{m}$.

V. Pro quinta lente

cuius distantia focalis $= 0,666 \cdot \frac{\alpha}{m}$

erit radius vtriusque faciei $= 0,7333 \cdot \frac{\alpha}{m}$

Interuallum ad oculum $= \frac{1}{3} \cdot \frac{\alpha}{m}$.

Exempl. III.

260. Pro multiplicatione quacunque m constructionem huiusmodi telescopii describere.

Hic assumsi omnes lentes ex ea vitri specie parari, pro qua est $n = 1,55$. Ex praecedentibus autem sequens constructio concinnabitur

I. Pro prima lente

erit, vt hactenus,

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 \cdot \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439 \cdot \alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $x = \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum ad sequentem $= \frac{\alpha}{m}$.

II. Pro secunda lente

ponatur

$$F = -(0,91257 + \tfrac{f}{m})\alpha$$

$$G = -(1,38446 + \tfrac{g}{m})\alpha$$

erit autem

$$0,91257 + \tfrac{f}{25} = 0,7690$$

$$1,38446 + \tfrac{g}{25} = 1,6851$$

vnde $f = -3,59$

$g = +7,52$

Interuallum $= \frac{\alpha}{m}$.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145\,(1 - \frac{1}{m})\,\alpha \\ \text{poster.} = 5,2439\,(1 - \frac{1}{m})\,\alpha \end{cases}$

Interuallum ad sequentem $= \alpha - \frac{2\alpha}{m}$.

IV. Pro quarta lente

statuatur radius vtriusque faciei

$$= (2,2 + \tfrac{h}{m})\,\tfrac{\alpha}{m}$$

eritque $2,2 + \frac{h}{25} = 2,03076$

hinc

hinc colligitur $h = -4,231$.

Interuallum ad sequentem $= (1,333 + \frac{k}{m}) \frac{\alpha}{m}$

hinc $k = -0,90$; adeoque interuallum erit

$(1,333 - \frac{0,90}{m}) \frac{\alpha}{m}$.

V. Pro quinta lente

cuius distantia focalis $= (0,666 - \frac{0,45}{m}) \frac{\alpha}{m}$

erit radius vtriusque faciei $= (0,7333 - \frac{0,405}{m}) \frac{\alpha}{m}$

Distantia ad oculum $= (\frac{1}{3} + \frac{l}{m}) \frac{\alpha}{m}$

vnde $l = 0,097$ adeoque haec distantia erit

$(0,333 + \frac{0,097}{m}) \frac{\alpha}{m}$

et tota telescopii longitudo $=$

$\alpha + (1,666 - \frac{0,803}{m}) \frac{\alpha}{m}$

vel $\alpha + 1,666.\frac{\alpha}{m} - 0,803.\frac{\alpha}{m^2}$.

Perpendamus nunc quantum valorem ipsi α tribui conueniat et cum ternae priores lentes vt lens triplicata spectari queant, minimus radius est $0,6145.\alpha$, cuius pars quarta $\frac{3}{25}.\alpha$ ipsi $x = \frac{m}{50}$ aequalis posita dat $\alpha = \frac{2m}{15}$. dig. $= \frac{4m}{30}$ dig. Ponamus igitur $\alpha = \frac{4}{30} m$ dig. et habebitur sequens

Constructio huiusmodi Telescopiorum.

Circa diaphragma his telescopiis inserendum videatur sequens Scholion 3.

Pro

Pro multiplicatione quacunque m, lentibus ex vitro $n = 1,55$, factis

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,08193.\,m.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 0,69918.\,m.\ \text{dig.} \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum $= \frac{2}{15}$ dig.

II. Pro secunda lente

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (-0,1217.\,m + 0,478)\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = (-0,18459.\,m - 1,003)\ \text{dig.} \end{cases}$

Interuallum $= \frac{2}{15}$ dig.

III. Pro tertia lente

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (0,08193\,m - 0,0819)\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = (0,69918\,m - 0,699)\ \text{dig.} \end{cases}$

Interuallum $= (\frac{2}{15}\,m - \frac{4}{15})$ dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= (0,2933 - \frac{0,5641}{m})$ dig.

Interuallum $= (0,1777 - \frac{0,12}{m})$ dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei $= (0,098 - \frac{0,066}{m})$ dig.

Hinc interuallum ad oculum $= (0,044 - \frac{0,012}{m})$ dig.

Longitudo tota $= (\frac{2}{15}\,m - 0,11)$ dig.

ita,

ita, vt pro caſu $m = 100$ haec longitudo ſit $13\frac{1}{5}$ dig. campi denique apparentis ſemidiameter $= \frac{1718}{m+1}$ min. ſeu, quia etiam lentes priores aliquantillum ad campum augendum conferunt, $\Phi = \frac{1718}{m}$ min. ita, vt pro $m = 100$ fiat $\Phi = 17$ min. 10 ſec.

Scholion 2.

261. Teleſcopia haec in ſuo genere ita omnibus numeris abſoluta videntur, vt perfectiora vix deſiderari queant, niſi diuerſas vitri ſpecies adhibere velimus. Non ſolum enim confuſionis ab apertura oriundae ſunt expertia aeque ac marginis colorati, ſed etiam campum apparentem duplo maiorem patefaciunt, quam ſimplicia ac praeterea tam ſunt brevia, vt breuiora ne ſperare quidem liceat. Deinde etiam in exſecutione inſigne commodum inde obtineri poteſt, quod inter tres priores lentes interualla aliquantillum variari poſſunt; ſi enim forte eueniat, vt ob tantillum errorem in praxi commiſſum hae lentes non exactiſſime ad interualla hic praeſcripta ſint accommodata, facile euenire poteſt, vt iis paulisper mutatis, egregium effectum ſint praeſtaturae. Interim tamen ſemper conſultum erit, ſecundam lentem concauam pluries elaborari, ſecundum easdem menſuras; cum enim ſemper aliquod diſcrimen deprehendatur, inter plures eiusmodi lentes optima facile eligi poterit. Nihilo minus vero conueniet noſtram inueſtigationem vlterius proſequi et in eiusmodi huius generis teleſcopia

ſcopia inquirere, quorum campus adeo triplo vel quadruplo maior ſit proditurus.

Scholion 3.

262. Quo haec teleſcopia meliorem effectum praeſtent, neceſſe eſt, vt in loco imaginis verae diaphragma ſiue ſeptum, quemadmodum ſupra iam eſt deſcriptum, cum foramine debitae magnitudinis conſtituatur. Cadit autem haec imago ob $\delta = e$ praeciſe in medium interualli quartae & quintae lentis ideoque ad diſtantiam $= (0,0888 - \frac{0.06}{m})$ dig. Deinde cum foramen magnitudini huius imaginis debeat eſſe aequale et ſemidiameter imaginis ſit in genere $= \alpha\Phi . BCD = \alpha\Phi . D = -2 . \frac{m-1}{3m-1} . \alpha\Phi$; debet eſſe ſemidiameter foraminis $= -2 . \frac{m-1}{3m-1} \alpha\Phi$. Iam cum in noſtro exemplo euoluto ſit $\alpha = \frac{2}{15} m$ et $\Phi = \frac{1}{2m}$ colligitur iſte foraminis ſemidiameter $= \frac{1}{15} . \frac{2.(m-1)}{3m-1}$ dig. $= (\frac{2}{45} - \frac{8}{135m} .)$ dig.

Ceterum etſi his teleſcopiis multo maiorem claritatis gradum conciliauimus quam vulgo fieri ſolet, dum ſumſimus $y = \frac{1}{50}$ dig., ex Hugenii regulis autem ſequitur $y = \frac{1}{75}$ dig. tamen ſi quis vereatur, ne hic ob multitudinem lentium claritas notabilem iacturam patiatur, huic incommodo facile medela afferetur, menſuras datas tantum quapiam ſui parte augendo ſeu, quod eodem redit, menſuram vnius digiti, quam hactenus indefinitam reliquimus, pro lubitu augendo.

Pro-

Problema 7.

263. Si praeter tres lentes priores, vti in praecedente problemate ſunt conſtitutae, adhuc vna lens ante locum imaginis collocetur, poſt eam inſuper duas lentes ita diſponere, vt maximus campus obtineatur.

Solutio.

Cum hic occurrant ſex lentes, erit

$$m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{\delta}{e} \cdot \frac{\varepsilon}{f}.$$

quarum fractionum tres priores ſunt negatiuae, quarta poſitiua & quinta denuo negatiua. Pro prioribus iam ſumſimus eſſe $\frac{\alpha}{b} = -1 - \omega$; $\frac{\beta}{c} = -1$. Pro poſterioribus vero ſtatuamus $\frac{\gamma}{d} = -k$; $\frac{\delta}{e} = i$ et $\frac{\varepsilon}{f} = -l$ vt ſit $m = (1 + \omega) k l i$; vnde ob $B = \infty$, $C = 0$, et $BC = 1$ elementa noſtra erunt

$$b = -\frac{\alpha}{1 + \omega}; \quad \beta = \infty; \quad c = -\infty;$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{1 + \omega}; \quad d = -\frac{\alpha}{k}; \quad \delta = -\frac{D\alpha}{k};$$

$$e = -\frac{D\alpha}{ki}; \quad \varepsilon = -\frac{DE\alpha}{ki}; \quad f = \frac{DE\alpha}{kil}.$$

Atque hinc diſtantiae focales reperientur:

$$p = \alpha; \quad q = -(1 - \omega)\alpha; \quad r = \frac{\alpha}{1 + \omega};$$

$$s = -\frac{\mathfrak{D}\alpha}{k}; \quad t = -\frac{\mathfrak{E}D\alpha}{ki}; \quad u = \frac{DE\alpha}{kil}.$$

 Tum

Tum vero interualla lentium

$$\alpha + b = \omega\alpha;\ \beta + c = \omega\alpha;\ \gamma + d = \frac{k-1}{k}.\alpha$$

$$\delta + e = -D\alpha.\frac{i+1}{ki};\ \varepsilon + f = DE\alpha\frac{1-l}{kil}$$

quae vt prodeant positiua, debet esse

$$1^\circ.\ k > 1;\ 2^\circ.\ D < 0;\ 3^\circ. + E(l-1) > 0$$

Litterae π, π' etc. sequenti modo definientur:

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega.$$

et reliquae ex sequentibus formulis determinari debent

$$\frac{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = \frac{BC\alpha}{d} = -k$$

$$\frac{\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{BCD\alpha}{e} = -ki$$

$$\frac{\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = m$$

hinc ergo colligimus

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{D}};\ \frac{\pi'''}{\Phi} = \frac{\pi''}{\mathfrak{E}\Phi} - \left(\frac{1+ki}{\mathfrak{E}}\right)$$

$$\text{et } \frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{\pi'''}{\Phi} - \frac{\pi''}{\Phi} + m + 1$$

Nunc cum pro campo apparente sit

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m+1}$$

is fiet maximus, si sumatur $\pi'' = \frac{1}{4}$, $\pi''' = -\frac{1}{4}$, $\pi'''' = \frac{1}{4}$; inde enim fiet $\Phi = \frac{3}{4}.\frac{1}{m+1}$; vnde illae aequationes dabunt

$$\frac{m+1}{3} = \frac{1-k}{\mathfrak{D}};\ \frac{-m-1}{3} = \frac{m+1}{3\mathfrak{E}} - \left(\frac{1+ki}{\mathfrak{E}}\right)$$

et

et $\frac{m+1}{3} = \frac{-m-1}{3} - \frac{m-1}{3} + m + 1$

quae eſt, vti debet, identica.

Vnde pro loco oculi ſequitur:

$$O = \frac{m+1}{3} \cdot \frac{u}{m} = \frac{m+1}{3} \cdot \frac{DE\alpha}{kil.m}$$

quae diſtantia vt fiat poſitiua ob $D < 0$ debet etiam eſſe $E < 0$ adeoque $l < 1$, ſiquidem aſſumamus α poſitiuum. Patet autem, ſi caperemus $l = 1$, binas poſtremas lentes ſibi immediate iungi et prodire caſum lentis ocularis duplicatae iam ſupra conſideratum. Videamus autem ante quam aequationem pro margine colorato contemplemur, cuiusmodi valores litterae $\mathfrak{E}$ et $\mathfrak{D}$ ex binis aequationibus ſuperioribus obtineant et ex priori quidem inuenitur $\mathfrak{D} = -\frac{3(k-i)}{m+1}$ qui cum ſit negatiuus, etiam D fit negatiuum, vti oportet; et ex altera fit $\mathfrak{E} = \frac{3ki-m+2}{m+1}$ hincque $E = \frac{3ki-m+2}{2m-3ki-1}$; qui valor cum debeat eſſe negatiuus, duo caſus ſunt conſiderandi:

I. Si numerator negatiuus et denominator poſitiuus, erit $3ki+2 < m$ et $m > \frac{3ki+1}{2}$ ſeu ſimpliciter $m > 3ki+2$.

II. Sin autem numerator ſit poſitiuus et denominator negatiuus, erit $m < 3ki+2$ et $m < \frac{3ki+1}{2}$ ſeu ſimpliciter $m < \frac{3ki+1}{2}$.

Cum autem ſit $m = kil$, ob $l < 1$ erit $m < ki$, vnde patet priorem caſum locum habere non poſſe,

fed folum fecundum, ita, vt fit $m < k i$ quo pacto omnes conditiones funt adimpletae, ficque nihil impedit, quominus refolutionem aequationis pro margine tollendo fufcipiamus, quae praeter exfpectationem tam facilis euadet, vt nullae difficultates, quales ante occurrebant, negotium turbent. Haec autem aequatio omiffis duobus primis terminis vtpote minimis ita fe habebit:

$$0 = \frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{d}{p} + \frac{\pi'''}{\Phi} \cdot \frac{e}{Dp} + \frac{\pi''''}{\Phi} \cdot \frac{f}{DEp}$$

quae ob $\pi'' = -\pi''' = +\pi''''$ abit in hanc:

$$0 = \frac{d}{p} - \frac{e}{Dp} + \frac{f}{DEp}$$

cum nunc fit $p = \alpha$ et $\frac{d}{\alpha} = -\frac{1}{k}$, $\frac{e}{\alpha} = -\frac{D}{ki}$; $\frac{f}{\alpha} = \frac{DE}{kil}$ erit noftra aequatio

$$0 = -\frac{1}{k} + \frac{1}{ki} + \frac{1}{kil}$$

feu per k multiplicando

$$0 = -1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{il}$$

$$0 = -il + l + 1;$$

hincque $i = \frac{l+1}{l}$, vbi debet effe $l < 1$ hinc $il = 1 + l$ et $m = (1 + l)k$; ita vt fit $k = \frac{m}{1+l}$.

Deinde erit

$$\mathfrak{D} = \frac{-3(k-1)}{m+1}; \quad \mathfrak{E} = \frac{3ki - m + 2}{m+1} \text{ ideoque}$$

$$D = \frac{-3(k-1)}{3k + m - 2}; \quad E = \frac{3ki - m + 2}{2m - 3ki - 1}.$$

His

His inuentis aequatio pro confuſione tollenda erit

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} - \frac{1}{\mathfrak{D}k}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu}{D}\right)$$
$$- \frac{1}{D^3 . \mathfrak{E}ki}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^2} + \frac{\nu}{E}\right) + \frac{\lambda'''''1}{D^3 E^3 . m}$$

quae, vt hactenus eſt factum, facile reſoluitur, quaerendo ſcilicet valorem ipſius λ'.

Scholion.

264. Solutio huius problematis ad ſequentes inueſtigationes expediendas maximum adiumentum nobis affert, dum ea nobis nouam methodum ſuppeditat aequationem pro margine colorato tollendo, quae ſupra inſignibus difficultatibus erat inuoluta, expeditiſſime reſoluendi. Huius methodi autem vis in eo conſiſtit, vt litteris π, π', π'' etc. ſtatim determinatos valores tribuamus qui quidem ita ſint comparati, vt maximum campum apparentem producant. Hoc enim facto iſtae litterae ex memorata aequatione ſtatim tolluntur et loco litterarum d, e, f valores ante inuentos ſubſtituendo etiam litterae maiuſculae ſponte ex calculo euaneſcunt; ita, vt tota aequatio nulla amplius alia elementa inuoluat praeter litteras k, i, l; quarum vna inde ſine vlla difficultate definitur; deinde vero ex illis valoribus pro litteris π, aſſumtis facile determinantur litterae $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$ etc. indeque etiam D, E etc. quarum valores in vltimam aequationem tranſlati totum negotium facile conficiunt; quin etiam haec metho-

thodus pro prioribus lentibus in vſum vocari poteſt, vbi autem notandum eſt, quia hae lentes quaſi ad obiectiuam conſtituendam concurrunt, ex earum litteris π et π' nihil vel perparum ad campum amplificandum redundare poſſe. Quocirca his litteris non vt ſequentibus valor $\frac{1}{4}$, ſed potius quam minimus, puta $\frac{1}{4}.\omega$ et $\frac{1}{4}.\omega'$ tribui debet, denotantibus ſcilicet ω et ω' fractiones quam minimas. Quare quo haec noua methodus clarius perſpiciatur, ea ad ſequens problema generale huc ſpectans ſoluendum vtemur.

Problema 8.

265. Teleſcopium huius generis ex ſex lentibus conſtruere, quarum tres priores inſeruiant omni confuſioni tollendae, tres autem poſteriores campo triplicando, dum ſcilicet lenti oculari ſimplici campum ſimplicem aſſignamus.

Solutio.

Hic igitur quinque ſequentes fractiones conſiderandae veniunt:

$$\frac{\alpha}{b}.\ \frac{\beta}{c}.\ \frac{\gamma}{d}.\ \frac{\delta}{e}.\ \frac{\varepsilon}{f}$$

quarum omnes praeter vnicam debent eſſe negatiuae. Quare ſi ſtatuamus:

$$\frac{\alpha}{b} = -P;\ \frac{\beta}{c} = -Q;\ \frac{\gamma}{d} = -R;$$
$$\frac{\delta}{e} = -S \text{ et } \frac{\varepsilon}{f} = -T.$$

evidens

euidens eſt, harum quinque litterarum P, Q, R, S, T vnicam fore negatiuam, reliquis exiſtentibus poſitiuis. Quaenam autem ſit negatiua, hic nondum opus eſt definire. Hoc poſito noſtra elementa aeque ac diſtantiae focales cum interuallis lentium ſequenti modo conſpectui repraeſententur:

Diſtant. determinat.		Diſt. focales	Interualla lentium
		$p = \alpha$	
$b = \frac{-\alpha}{P}$	$\beta = \frac{-B\alpha}{P}$	$q = \mathfrak{B} b$	$\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{P}) > 0$
$c = \frac{B\alpha}{PQ}$	$\gamma = \frac{BC\alpha}{PQ}$	$r = \mathfrak{C} c$	$\beta + c = \frac{-B\alpha}{P}(1 - \frac{1}{Q}) > 0$
$d = \frac{-BC\alpha}{PQR}$	$\delta = \frac{-BCD\alpha}{PQR}$	$s = \mathfrak{D} d$	$\gamma + d = \frac{BC\alpha}{PQ}(1 - \frac{1}{R}) > 0$
$e = \frac{BCD\alpha}{PQRS}$	$\varepsilon = \frac{BCDE\alpha}{PQRS}$	$t = \mathfrak{E} e$	$\delta + e = \frac{-BCD\alpha}{PQR}(1 - \frac{1}{S}) > 0$
$f = \frac{-BCDE\alpha}{PQRST}$		$u = f$	$\varepsilon + f = \frac{BCDE\alpha}{PQRS}(1 - \frac{1}{T}) > 0$

vbi cum productum P Q R S T ſit negatiuum, pro multiplicatione erit $m = -PQRST$.

Deinde cum pro campo apparente habeatur

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m + 1}$$

ſit ξ maximus valor, quem hae litterae π, π' etc. recipere poſſunt et ſtatuamus $\pi = \omega\xi$; $\pi' = -\omega'\xi$; $\pi'' = \xi$; $\pi''' = -\xi$; $\pi'''' = \xi$; vt ſit $\Phi = \frac{\omega + \omega' + 3}{m + 1} . \xi$

Cum igitur hinc ſit $\frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{m + 1}{\omega + \omega' + 3}$ pro diſtantia oculi habebimus

$$O = \frac{\pi''''}{\Phi} \cdot \frac{u}{m} = \frac{m+1}{\omega+\omega'+3} \cdot \frac{-BCDE\alpha}{PQRST.m}$$

seu $O = \frac{m+1}{\omega+\omega'+3} \cdot \frac{BCDE.\alpha}{mn}$.

Vt igitur O fiat poſitiuum, quia $\frac{\pi''''}{\Phi}$ eſt poſitiuum, debet eſſe $u > 0$ ideoque vltima lens conuexa, quae conditio inſuper eſt probe obſeruanda.

Nunc igitur aequatio pro margine colorato tollendo ita ſe habebit:

$$0 = \omega . \frac{b}{\alpha} - \omega' . \frac{c}{B\alpha} + \frac{d}{BC\alpha} - \frac{e}{BCD\alpha} + \frac{f}{BCDE.\alpha}$$

quae reducitur ad hanc formam:

$$0 = + \omega . \frac{1}{P} + \omega' . \frac{1}{PQ} + \frac{1}{PQR} + \frac{1}{PQRS} + \frac{1}{PQRST}$$

in qua duos priores terminos ob paruitatem negligere licet, ita, vt adhuc ſit

$$0 = 1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{ST}$$

quae aequatio facile reſoluitur, dummodo litterarum S et T altera ſit negatiua; vnde patet, tres priores litteras P, Q, R neceſſario eſſe poſitiuas. Nunc ordo poſtulat, vt etiam litteras 𝔅, ℭ, 𝔇 etc. ex aequationibus fundamentalibus determinemus

$$\frac{𝔅\pi - \Phi}{\Phi} = -P;$$

$$\frac{ℭ\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = PQ$$

$$\frac{𝔇\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = -PQR$$

$$\frac{𝔈\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = PQRS.$$

ex

ex quibus, si breuitatis gratia ponamus, $\frac{\omega+\omega'+3}{m+1}=M$, colligimus:

$$\mathfrak{B}=\frac{(1-P).M}{\omega} \qquad B=\frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$$

$$\mathfrak{C}=\frac{(1-PQ)M-\omega}{\omega'} \qquad C=\frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}$$

$$\mathfrak{D}=(1-PQR)M-\omega'-\omega \qquad D=\frac{\mathfrak{D}}{1-\mathfrak{D}}$$

$$\mathfrak{E}=(1-PQRS)M-\omega'-\omega-1 \qquad E=\frac{\mathfrak{E}}{1-\mathfrak{E}}$$

adeoque

$$B=\frac{(1-P)M}{\omega-(1-P)M}$$

$$C=\frac{(1-PQ)M-\omega}{\omega'+\omega-(1-PQ)M}$$

$$D=\frac{(1-PQR)M-\omega'-\omega}{1+\omega+\omega'-(1-PQR)M}$$

$$E=\frac{(1-PQRS)M-\omega'-\omega-1}{2+\omega+\omega'-(1-PQRS)M}$$

Nunc denique aequatio pro confusione aperturae tollenda considerari debet, quae est

$$0=\lambda-\frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2}+\frac{\nu}{B}\right)$$
$$+\frac{1}{B^3.\mathfrak{C}.PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2}+\frac{\nu}{C}\right)$$
$$-\frac{1}{B^3C^3.\mathfrak{D}.PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2}+\frac{\nu}{D}\right)$$
$$+\frac{1}{B^3C^3D^3.\mathfrak{E}.PQRS}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^2}+\frac{\nu}{E}\right)$$
$$-\frac{1}{B^3C^3D^3E^3.\mathfrak{F}.PQRST}.\lambda'''''$$

cui aequationi vt satisfieri queat, notandum est, terminos post tres priores sequentes admodum fieri par-

 uos.

uos. Cum enim fit $PQRST = -m$, hoc eſt numero ingenti, primi autem factores P et Q vix ab vnitate diſcrepent, neceſſe eſt, vt productum RST numerum m fere totum producat; deinde quia inter S et T inuenimus aequationem: $0 = 1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{ST}$, patet, numerum m neque in S neque in T contineri, ideoque factorem R maximam partem numerum m complecti. Quocirca huius aequationis membra quartum et ſequentia prae tribus prioribus quaſi euaneſcent ita, vt tria priora ſe mutuo propemodum deſtruere debeant, vnde proxime ſtatuendum erit

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 . PQ}$$

ideoque

$$\lambda' = \mathfrak{B}^3 P . \lambda + \frac{\mathfrak{B}^3 \lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 Q}$$

vbi pro felici exſecutione optandum eſſet, vt prodiret $\lambda = 1$; $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$, quia tum leues errores in praxi commiſſi minimi ſunt momenti. Quare cum ſequentes termini parui ſint poſitiui, neceſſe erit, vt ſit $1 > \mathfrak{B}^3 P + \frac{\mathfrak{B}^3}{B^3 \mathfrak{C}^3 . Q}$ vnde ſi eſſet $P = 1$ et $Q = 1$, et, vt ſupra, $B\mathfrak{C} = 1$ deberet eſſe $1 > 2\mathfrak{B}^3$ ſeu $\mathfrak{B} < \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ ſiue $\mathfrak{B} < \frac{4}{5}$; quod praeceptum in adplicatione attendi meretur.

Coroll. I.

266. Cum igitur nunc certum ſit, quinque litteras P Q R S T omnes eſſe poſitiuas, praeter S vel T, ſi

si sumamus distantiam α semper esse positiuam, ex primo interuallo concludimus esse $P > 1$; et quia hoc interuallum statuitur minimum, P parum tantum superabit vnitatem & quia etiam secundum interuallum sumitur minimum, littera Q parum quoque ab vnitate discrepabit. Deinde quia quoque F debet esse quantitas positiua, ideoque productum $BCDE$ positiuum ob $\varepsilon = -Tf$ vltimum interuallum fit $(1-T)f$ statimque hanc praebet conditionem $T < 1$ vnde si T sit positiuum, conditio postulat, vt sit $T < 1$; sin autem T sit negatiuum, nulla restrictione opus est.

Coroll. 2.

267. Quia in vltima aequatione omnia membra praeter secundum sunt positiua, ita, vt solum secundum, omnia reliqua destruere debeat, necesse est, vt $\mathfrak{B}$ sit positiuum et propemodum, vti notauimus, valorem habeat vnitate aliquantillum minorem. Quare cum inuentum sit $\mathfrak{B} = \frac{(1-P)M}{\omega}$; littera autem M semper sit positiua, at $1 - P$ negatiuum, sequitur, fore particulam ω negatiuam.

Coroll. 3.

268. Si igitur interuallum primum statuamus $= \eta\alpha$, pariterque secundum etiam $\eta\alpha$ existente η fractione minima, quoniam tantum hic illum casum euitare volumus, quo hae lentes quasi in vnam coalescere deberent, η tam paruum assumi conuenit, quam

exſecutio permittit; ad quod ſufficere videtur, ſi ſit $\eta = 0,03$; hinc igitur erit $1 - \frac{1}{P} = \eta$ adeoque $P = \frac{1}{1-\eta}$ et nunc ω propius definire poterimus, ſcilicet $\omega = \frac{-\eta M}{(1-\eta)\mathfrak{B}}$ et quia $M = \frac{3}{m+1}$ erit $\omega = \frac{-3\eta}{(m+1)\mathfrak{B}}$ ſicque littera $\mathfrak{B}$ adhuc noſtro arbitrio relinquitur.

Coroll. 4.

269. Quia $\mathfrak{B} > 0$ et parumper minus vnitate, erit B poſitiuum; vnde pro ſecundo interuallo habebimus $Q = \frac{B}{B+\eta P}$ ideoque $Q < 1$. ſiue $Q = \frac{(1-\eta)B}{(1-\eta)B+\eta}$ ſeu proxime $Q = 1 - \frac{\eta}{B}$; hincque definire licet ω' ſcilicet $\omega' = \frac{(1-PQ)M-\omega}{\mathfrak{C}}$ ſiue $\omega' = \frac{6\eta}{(m+1)B\mathfrak{C}}$, ita, vt etiam $\mathfrak{C}$ noſtro arbitrio relinquatur.

Scholion 1.

270. Hinc caſus ſupra tractatus, quo erat $B = \infty$ et $\mathfrak{C} = 0$, facile deducitur tum enim erit $Q = 1$; manente $P = 1 + \eta$; $\omega = \frac{-3\eta}{m+1}$; $\omega' = \frac{6\eta}{(m+1)B\mathfrak{C}}$. et quia tam $\beta = \infty$, quam $c = -\infty$ fiet γ diſtantia focalis tertiae lentis $r = \frac{B\mathfrak{C}\alpha}{PQ}$, vbi $B\mathfrak{C}$ ita definiri poterit, vt tertia lens primae perfecte euadat aequalis, quod ad praxin valde eſt conueniens; ſtatuatur nempe $B\mathfrak{C} = PQ = 1 + \eta$.

Quia autem tum ſit $\mathfrak{B} = 1$, poſtremae conditioni ſatisfieri nequit; quae cum ſit maioris momenti, quam praecedens, ſtatuamus potius $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}$ vt ſit $B = 4$

et

et sumto $P = 1,03$ reperitur, sumi debere $\mathfrak{C} > 0,2567$, quare sumatur $\mathfrak{C} = 0,257$. eritque

$$C = \frac{0,257}{0,743} = 0,34589$$

quod notasse sufficiat pro iis, qui tali resolutione vti velint.

Coroll. 5.

271. Quia nunc tam BC, quam PQ sunt numeri positiui, vt tertium quoque interuallum fiat positiuum, necesse est, vt sit $R > 1$, quae conditio sponte impletur, quoniam R erit numerus multo adhuc maior. Pro quarto interuallo $-\frac{BCD}{PQR}(1-\frac{1}{S})\alpha$ necesse est, vt $-D(1-\frac{1}{S})$ sit positiuum; ex praecedentibus autem patet $\mathfrak{D}$ ideoque et D esse negatiuum; vnde fieri debet $1-\frac{1}{S} > 0$ quod fit, si fuerit vel S negatiuum vel $S > 1$, si sit positiuum. De quinto interuallo iam supra vidimus.

Scholion 2.

272. Hic ergo duo casus sunt considerandi, alter, quo S est numerus negatiuus, alter vero, quo T est negatiuum.

I. Sit $S < 0$ et ponatur $S = -K$ habebiturque ista aequatio $0 = 1 - \frac{1}{K} - \frac{1}{KT}$ eritque $K = 1 + \frac{1}{T}$ verum hic est $T < 1$, vti supra vidimus; vnde erit $K > 2$ et KT continetur intra limites 1 et 2; vnde cum sit $RKT = m$, continebitur R intra limites m et $\frac{1}{2}m$ hoc porro casu erit $\mathfrak{C} = (1 + RK)M - 1$; qui valor, ob $RK > m$ et $M = \frac{1}{m+1}$ erit $\mathfrak{C} > \frac{2(m+1)}{m+1} - 1 > 2$; ideo-

ideoque E ſemper negatiuum, vti reliqua conditio poſtulat, ſcilicet vt BCDE ſit poſitiuum.

II. Sit iam $T < 0$ et ponatur $T = -K$ eritque $0 = 1 + \frac{1}{S} - \frac{1}{SK}$ ideoque $S = \frac{1}{K} - 1$, vbi quidem ratione vltimi interualli K pro lubitu accipi poſſet, nunc vero requiritur, vt ſit $K < 1$. Cum igitur ſit $RSK = m$, erit $RS = \frac{m}{K}$ adeoque $RS > m$ et littera 𝔈 manifeſto ſit negatiua ideoque etiam E; quibus notatis euolutio exemplorum nulla plane laborat difficultate; id tantum hic adhuc adiungere viſum eſt, vt tres poſteriores lentes maximam aperturam accipiant, eas vtrinque aeque conuexas confici debere; qua conditione numeri λ''', λ'''', λ''''' ſequenti modo determinantur, vti quidem iam ſupra eſt oſtenſum, ſcilicet ſi pro indole vitri ponatur $\frac{\sigma - \varrho}{2T} = N$, reperitur $\lambda''' = 1 + N^2 \cdot \left(\frac{1-D}{1+D}\right)^2$, quae forma ob $D = \frac{\mathfrak{D}}{1 - \mathfrak{D}}$ erit $\lambda''' = 1 + N^2 (1 - 2\mathfrak{D})^2$ ſimilique modo $\lambda'''' = 1 + N^2 (1 - 2\mathfrak{E})^2$ $\lambda''''' = 1 + N^2$.

Superfluum autem iudico hanc inueſtigationem exemplo illuſtrare, cum quia pro caſu quinque lentium plurima exempla iam ſunt allata, tum vero inprimis ſi quis campum maiorem deſideraverit, conſultum potius erit, duas vitri ſpecies adhibere, vt etiam vltima confuſionis ſpecies penitus remoueatur. Quod argumentum in ſequente adhuc capite fuſius nobis explicandum reſtat.

CAPVT III.

DE VLTERIORI TELESCOPIORVM SECVNDI GENERIS PERFECTIONE, DIVERSAS VITRI SPECIES ADHIBENDO.

Problema 1.

273.

Si telescopium ex tribus lentibus sit componendum, invenire momenta, ad eius perfectionem facientia.

Solutio.

Incipiendum igitur est a duabus fractionibus, quae methodo ante exposita ponantur $\frac{\alpha}{b} = -P$; et $\frac{\beta}{c} = -Q$; ita vt litterarum P et Q altera sit positiua, altera vero negatiua, ita, vt sit $PQ = -m$. Tum igitur erunt distantiae determinatrices

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ \beta = -\frac{B\alpha}{P};\ c = \frac{B\alpha}{PQ}$$

distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{-\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = \frac{B\alpha}{PQ} = \frac{-B\alpha}{m}$$

et bina interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right);\ \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

Deinde cum ſit pro campo $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$ et media lens parum confert, ſtatuamus $\pi = \omega\,\xi$ et $\pi' = -\xi$, vt fiat $\Phi = \frac{\omega+1}{m+1}.\,\xi$ vnde pro diſtantia oculi habetur

$$O = -\frac{\pi'}{\Phi}.\frac{r}{m} = -\frac{(m+1)}{\omega+1}.\frac{B\alpha}{mm}$$
$$= -\frac{B\alpha}{m}.\frac{m+1}{m(1+\omega)}$$

ita, vt nunc $-B\alpha$ debeat eſſe poſitiuum; ſeu his tribus conditionibus erit ſatisfaciendum:

$1^\circ.\ \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right) > 0.$

$2^\circ.\ -\frac{B\alpha}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) > 0.$

$3^\circ.\ -B\alpha > 0.$

hincque $\frac{1}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) > 0.$

Porro autem fiet:

$$\mathfrak{B}.\omega = (1 - P)M;\ B = \frac{(1-P)M}{\omega - (1-P)M}$$

exiſtente $M = \frac{\omega+1}{m+1}$

Iam pro margine colorato tollendo aequatio eſt, ſiquidem pro fractionibus $\frac{dn}{n-1}$; $\frac{dn'}{n'-1}$ et $\frac{dn''}{n''-1}$ litteras N, N′, N″ ſtatuamus

$$0 = N'.\,\omega.\,\frac{1}{P} + N''.\,\frac{1}{PQ}\ \text{ſeu}$$
$$0 = N'\omega + N''.\,\frac{1}{Q};\ \text{vnde fit}\ Q = -\frac{N''}{N'\omega}.$$

Vt autem haec confuſio penitus tollatur, requiritur, vt ſit

$$0 = N.\,\alpha - \frac{N'.\alpha}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''\alpha}{B.PQ}$$

quae

quae loco Q valore ſubſtituto fit

$$o = N - \frac{N'}{P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}} + \frac{\omega}{B}\right)$$

eſt vero $\omega = \frac{1-P}{(m+1)\mathfrak{B}+P-1}$

in qua ſi ponatur valor ipſius ω, erit

$$o = N - \frac{N'}{P}\left(\frac{m+P}{(m+1)\mathfrak{B}+P-1}\right)$$

deinde aequatio pro Q inuenta ob $PQ = -m$ dabit quoque

$$m = \frac{N''.P((m+1)\mathfrak{B}+P-1)}{N'(1-P)}$$

ex qua ſi in praecedente aequatione pro $(m+1)\mathfrak{B}+P-1$ ſcribatur valor ipſius $\frac{N'.m(1-P)}{N''.P}$ orietur haec aequatio;

$$o = NP((m+1)\mathfrak{B}+P-1) - N'(m+P)$$

$$o = \frac{N.N'm(1-P)}{N''} - N'(m+P)$$

indeque porro

$$P = \frac{m.(N-N'')}{Nm+N''}$$ ideoque cum ſit

$$\frac{mN'(1-P)}{N''P} = (m+1)\mathfrak{B}+P-1,$$ colligitur

$$\mathfrak{B} = \frac{N'}{N-N''} + \frac{N''}{Nm+N''}$$ ſiue $$\mathfrak{B} = \frac{NN'm+NN''+N'N''-N''N''}{(N-N'')(Nm+N'')}$$

hinc $1-\mathfrak{B} = \frac{NNm-NN'm-NN''m-N'N''}{(N-N'')(Nm+N'')}$

adeoque $B = \frac{NN'm+NN''+N'N''-N''N''}{NNm-NN'm-NN''m-N'N''}$

Iam videamus, quomodo hae determinationes cum ſuperioribus conditionibus ſubſiſtere queant et cum eſſe

esse debeat $\frac{1}{P}(1-\frac{1}{Q}) > 0$; siue ob $Q = -\frac{m}{P}, \frac{1}{P} + \frac{1}{m} > 0$ erit $\frac{N}{N - N''} > 0$; et $N > N''$.

Primum autem interuallum $\alpha(1-\frac{1}{P}) > 0$ abit in hoc $\frac{-N''(m+1)}{m(N-N'')}.\alpha$; ideoque $\frac{-N''.\alpha}{N-N''} > 0$. et quia denominator iam inuentus est positiuus, restat, vt sit $-N''.\alpha > 0$. Conditio vero $-B\alpha > 0$ dabit nunc $B > 0$ vnde etiam fiet $\mathfrak{B} > 0$, quare quum sit $N - N'' > 0$ erit quoque $\frac{NN'm + NN'' + N'N'' - N''N''}{Nm + N''} > 0$, adeoque necesse est vt in hac fractione, tam numerator quam denominator simul sit aut positiuus aut negatiuus, poni autem nequit $Nm + N'' < 0$, quia tum foret $m < -\frac{N''}{N}$, neque $NN'm + NN'' + N'N'' - N''N'' > 0$ nam inde sequeretur esse $m < \frac{N''(N''-N-N')}{NN'}$, quod cum sit impossibile, etiam impossibile est, vt ope trium lentium haec duo commoda, quibus altera confusio penitus tollitur, obtineantur.

Scholion.

274. Hoc ergo problema resolui nequit siquidem posteriorem confusionem penitus tollere velimus. Omissa autem vltima aequatione, solutio facilis fuisset, sed tum plus non essemus consecuti, quam in praecedente capite, vbi vnica vitri specie sumus vsi. Quoniam igitur non conuenit, duas vitri species adhibere, ad telescopia conficienda, quae ex vnica specie aeque felici successu obtineri possunt: huic inuestigationi non immorabimur, sed tantum eiusmodi in medium

dium producere conabimur, quae praeter ſuperiores qualitates etiam omni confuſione, quae ibi erat relicta, deſtituantur. Cauſſa autem, cur iſta inueſtigatio hic non ſucceſſit, in eo manifeſto conſiſtit, quod numerus litterarum indefinitarum erat nimis paruus, ſiquidem ad tres aequationes adimplendas tantum tres litterae praeſto erant. Quare ſi plures lentes conſtituamus, plures etiam habebimus eiusmodi litteras, quibus non ſolum his tribus aequationibus, ſed reliquis etiam conditionibus ſatisfieri poterit.

Problema 2.

275. Si Teleſcopium ex quatuor lentibus ſit componendum determinare momenta, ad eius perfectionem facientia.

Solutio.

Tres fractiones hic conſiderandae ponantur

$$\frac{\alpha}{b} = -P;\; \frac{\beta}{c} = -Q;\; \frac{\gamma}{d} = -R$$

ita, vt harum litterarum P, Q, R vna ſit negatiua et $m = -PQR$. vnde erunt diſtantiae determinatrices:

$$b = -\frac{\alpha}{P};\; \beta = -\frac{B\alpha}{P};\; c = \frac{B\alpha}{PQ}$$

$$\gamma = \frac{BC\alpha}{PQ};\; d = -\frac{BC\alpha}{PQR}$$

diſtantiae autem focales

$$p = \alpha;\; q = \frac{-\mathfrak{B}\alpha}{P};\; r = \frac{B\mathfrak{C}\alpha}{PQ};\; s = \frac{-BC\alpha}{PQR}$$

et interualla lentium

$$\alpha + b = \alpha(1 - \tfrac{1}{P}); \quad \beta + c = -\tfrac{B\alpha}{P}(1 - \tfrac{1}{Q})$$

$$\gamma + d = \tfrac{BC\alpha}{PQ}(1 - \tfrac{1}{R})$$

Pro campo autem apparente $\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m+1}$, ſtatuatur $\pi = \omega\xi$; $\pi' = -i\xi$ et $\pi'' = \xi$, exiſtente ξ valore maximo, quem hae litterae accipere poſſunt, ſcilicet $\frac{1}{4}$; ita vt ſit $\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m+1} . \xi$, ſiue $\Phi = M\xi$, poſito $M = \frac{\omega + i + 1}{m+1}$. Ex his igitur obtinemus

$$\mathfrak{B}\,\omega = (1 - P)\,M; \quad \mathfrak{C}\,i = (1 - PQ)\,M - \omega.$$

Pro loco autem oculi erit

$$O = \frac{\pi''}{\Phi} . \frac{s}{m} = \frac{m+1}{m^2} . \frac{BC.\alpha}{\omega + i + 1} = \frac{BC.\alpha}{m^2.M};$$

quod vt fiat poſitiuum debet eſſe $BC\alpha > 0$.

His poſitis tribus ſequentibus aequationibus ſatisfieri debet

$$\text{I. } 0 = \frac{N'\omega}{P} + \frac{N''.i}{PQ} + \frac{N'''}{PQR}$$

$$\text{II. } 0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}PQ} - \frac{N'''}{BCPQR}$$

$$\text{III. } 0 = \mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right)$$

$$+ \frac{\mu''}{B^3\mathfrak{C}.PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right) - \frac{\mu'''.\lambda'''}{B^3C^3.PQR}$$

quae reſolutio quo facilius inſtitui poſſit, conſideremus primo caſum, quo duae priores lentes ſibi immediate iunguntur, vt ſupra de lentibus duplicatis aſſumſimus.

Primus

Primus casus, *quo* $a + b = 0$ ideoque $P = 1$, et $\omega = 0$ tum littera $\mathfrak{B}$ manet indeterminata hincque etiam B; quo facto resolutio facile institui poterit.

Prima enim aequatio dat. $0 = N''i + \frac{N'''}{R}$ vnde sequitur $R = -\frac{N'''}{N''i}$, ita vt R sit quantitas negatiua, siquidem i sit positiuum, id quod ratio campi postulat. Hinc ergo cum sit

$P = 1$, erit $PQR = \frac{-QN'''}{N''.i} = -m$

ideoque $Q = \frac{N''m.i}{N'''}$.

Secunda autem aequatio, in qua iam duo postremi termini euadunt valde parui, siquidem multiplicatio m sit magna, statim dat $0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}}$, adeoque $\mathfrak{B} = \frac{N'}{N}$; et hinc fit $B = \frac{N'}{N - N'}$; vnde, si libuerit, valor ipsius $\mathfrak{B}$ adcuratius definiri poterit, habebitur nempe

$$\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{N}{N'} + \frac{N'''(N - N')}{N'N'\mathfrak{C}.m.i} + \frac{N'''(N - N')}{N'N'.C.m.}$$

plerumque autem sufficit, his duabus aequationibus proxime satisfecisse.

Tertia autem adcurate resolui debet, cuius secundus terminus cum sit negatiuus, reliquis existentibus positiuis, vt mox videbimus, ille reliquis aequalis esse debet: erit enim $\mathfrak{C}\, i = \frac{N''' - N''mi}{N'''}. \frac{i+1}{m+1}$ ideoque $\mathfrak{C}$ est negatiuum, simulque etiam C vnde conditiones supra memoratae sunt perpendendae.

Primum autem interuallum est per hypothesin $= 0$. Secun-

Secundum fit $\beta + c = \frac{-N'(N''mi - N''')}{(N-N')N''mi} . \alpha$ pro quo si α sit positiuum, debet esse $-\frac{N'}{N-N'}$ positiuum, seu $N < N'$; contra autem si α sit negatiuum, debet esse $N > N'$.

Tertium porro interuallum est $\frac{N'C\alpha}{(N-N')Q}(1 + \frac{N''i}{N'''})$; quia hic Q est positiuum; C negatiuum requiritur, vt sit $-\frac{N'\alpha}{N-N'}$ positiuum vti pro secundo interuallo, ita, vt si secundum interuallum fuerit positiuum, tertium sponte euadat positiuum.

Denique formula pro loco oculi $O = \frac{\mathfrak{B}C\alpha}{m^2.M}$ etiam fit positiua sub conditionibus iisdem. Ex quibus sequitur, si lens prima sit ex vitro coronario, secunda vero ex chrystallino, siue $N' > N$, tunc debere esse α positiuum; seu $p > 0$; $q < 0$; $r > 0$; $s > 0$.

Sin autem primam lentem ex vitro chrystallino, secundam vero ex coronario faciamus, ita, vt sit $N' < N$ debebit esse α negatiuum ideoque $p < 0$; $q > 0$; $r > 0$; $s > 0$. quare pro vtroque casu facile erit tertiam aequationem resoluere. His conditionibus perpensis, quae etiam nunc locum habebunt, dummodo ω sit fractio quam minima, statuamus primum interuallum $\alpha(1 - \frac{1}{P}) = \eta\alpha$ existente η fractione minima, siue positiua, si $\alpha > 0$, siue negatiua, si $\alpha < 0$ eritque $P = \frac{1}{1-\eta}$; deinde maneat $\mathfrak{B}$ adhuc indefinita et quaeratur ω; eritque

$$\mathfrak{B}\omega = \frac{-\eta}{(1-\eta)} \frac{(\omega + i + 1)}{(m+1)};$$

in

in quo poſtremo factore, ω tuto omittitur; ita, vt hinc ſit $\omega = \frac{-\eta}{(1-\eta)} \cdot \frac{i+1}{(m+1)\mathfrak{B}}$ qui valor ob duplicem cauſſam diminuitur, 1°. enim η eſt valde paruum, deinde ea diuiditur per $m+1$ numerum ſatis magnum; porro vero tam $\mathfrak{B}$ quam $i+1$ ab vnitate parum diſcrepant; quam ob cauſſam valor ω recte pro euaneſcente haberi poterit; vnde prima aequatio nobis dabit, vt ante,

$$0 = N'' i + \frac{N'''}{R}; \text{ et } R = \frac{-N'''}{N'' i};$$

quem valorem ſiquis adhuc adcuratius deſideret, erit,

$$-\frac{1}{R} = \frac{N' \omega Q}{N'''} + \frac{N'' i}{N'''};$$

ita, vt nunc P et R ſint quantitates cognitae in primo termino vtpote minimo ſufficit Q proxime noſſe, quem adeo ex caſu praecedente deſumere licet quia ω iam eſt definitum et $\mathfrak{B}$ mox definietur. Hinc igitur $Q = \frac{-m}{PR}$. Secunda aequatio iterum, vt in caſu praecedente, proxime dabit, vt ante, $\mathfrak{B} = \frac{N'}{N}$; ſi quis eum vero exactius deſideret, erit ei hac aequatione vtendum:

$$\frac{N'}{\mathfrak{B}} = NP + \frac{N''}{B\mathfrak{C}Q} - \frac{N'''}{BCQR}$$

vbi pro B ſufficit valorem prope verum noſſe, nempe $B = \frac{N'}{N-N'}$. Tum vero habebitur

$$\mathfrak{C} i = \left(1 + \frac{m}{R}\right)\left(\frac{\omega + i + 1}{m+1}\right) - \omega$$

quem valorem manifeſtum eſt propter valorem ipſius R eſſe negatiuum, ideoque etiam C. Quocirca con-

ditiones praefcriptae iisdem cafibus implentur, vt in praecedente, vbi $\omega = 0$; ita, vt nunc tantum fuperfit, aequationem tertiam refoluere; fi modo meminerimus, ob $\pi'' = \xi$ quartam lentem fieri debere aeque conuexam; quae forma etiam tertiae lenti tribui deberet, fi effet $i = 1$. Verum fi fumeretur $i = 1$ vnde haec lens fieret vtrinque aeque conuexa, ob $\mathfrak{C} = -1$ propemodum, pro hac lente ftatui deberet

$$\lambda'' = 1 + N^2 (1 - 2\mathfrak{C})^2 = 1 + N^2 . 9$$

vbi, vt ante fumfimus, eft $N = \frac{\sigma - \rho}{2\tau}$ ficque numerus λ'' fatis magnum obtineret valorem; quod incommodum euitabimus, fumendo $i < 1$. et plerumque fufficiet ftatuere $i = \frac{1}{2}$.

Corollarium.

276. Hic ergo differentia refractionis vitri tantum in duabus prioribus lentibus in confiderationem venit ideoque fufficiet, vnicam tantum lentem ex vitro chryftallino conficere, et reliquas omnes ex vitro coronario ficque duos tantum cafus habebimus euoluendos; alterum, quo prima lens ex vitro chryftallino conficitur; alterum, quo fecunda.

CASUS I.

277. Sit igitur prima lens chryftallina, reliquae omnes ex vitro coronario factae erit $n = 1,58$; et $n' = n'' = 1,53$ tum vero fecundum Dollondi experimenta

rimenta $N = 10$, $N' = N'' = N''' = 7$. His positis et sumto $i = \frac{1}{2}$ erit α negatiuum ideoque etiam η. Sumatur autem $\eta = -0,03$ hinc ergo habebimus

$P = \frac{1}{1,03} = \frac{100}{103}$; et quia erit proxime

$\mathfrak{B} = \frac{7}{10}$ et $B = \frac{7}{3}$, inuenimus $\omega = \frac{45}{721(m+1)}$.

Deinde cum sit proxime $R = -2$; ideoque $Q = \frac{103.m}{200}$ adcuratius habebimus

$-\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{927.m}{36050(m+1)}$ seu

$R = \frac{-36050(m+1)}{18952m+18025}$

qui est valor correctus ipsius R, ex quo etiam adcuratius Q definiri poterit scilicet $Q = \frac{-m}{PR}$.

Vt nunc etiam $\mathfrak{B}$ adcuratius definiatur, erit

$\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{10.P}{7} + \frac{3.200}{7.103.m.\mathfrak{C}} + \frac{3.200}{7.2.103.m.C}$.

Est vero $\mathfrak{C} = (1 + \frac{m}{R})(\frac{3+2\omega}{m+1}) - 2\omega$ et $C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}$; vnde etiam B definiri potest.

His igitur valoribus definitis, tertia aequatio principalis resolui debet, statuendo $\lambda''' = 1 + (\frac{\sigma-\varrho}{2\tau})^2$, vt quarta lens aeque conuexa vtrinque reddatur. Pro tertia autem lente videtur statui posse $\lambda'' = 1$.

Denique inuentis singulis litteris λ etiam singularum lentium constructio habebitur. Vtemur autem methodo iam aliquoties vsitata, scilicet pro casu quodam determinato, puta $m = 25$, deinde pro casu $m = \infty$ euolutionem instituamus, indeque constructionem pro quacunque multiplicatione deriuemus.

Exempl. I.

278. Si prima lens ex vitro chryſtallino, tres ſequentes autem ex coronario ſint parandae, pro multiplicatione $m = 25$ conſtructionem teleſcopii inueſtigare.

Sumto igitur $\eta = -0,03$, vt interuallum duarum priorum lentium fiat $-\frac{3\alpha}{100}$ ob α negatiuum, habemus ſtatim $P = \frac{100}{103} = 0.97087$

Log. $P = 9.9871628$

hinc $\omega = 0,00240$

deinde $R = \frac{-36050.26}{18952.25 + 18025}$

ſeu $R = \frac{-36050.26}{491825} = -1,90576$

Log. $R = 0,2800680.(-)$

hincque $Q = 13,51160$

Log. $Q = 1,1307092$

nunc pro $\mathfrak{C}$ inueniendo notetur eſſe $PQ = 13,11810$

Log. $PQ = 1,1178720$

hincque erit

$\mathfrak{C} = -12,1181\frac{(2,00480)^2}{26} - 0,00480$

ſeu $\mathfrak{C} = -1,40528$

Log. $\mathfrak{C} = 0,1477628 (-)$

hincque $C = -0,58425$.

Log. $C = 9,7665972 (-)$

Nunc denique pro B inueniendo nulla approximatione vtamur, quia ob $\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{1}{B} + 1$ adcurate habemus

I —

$1 - \frac{1}{\mathfrak{C}\mathfrak{L}} + \frac{1}{\mathfrak{C}\mathfrak{L}\mathfrak{R}} = (\frac{10}{7} P - 1) B$ siue

$1 + 0,05266 + 0,06647 = (1,38696 - 1) B$

adeoque $1,11913 = 0,38696. B.$

ideoque $B = 2,89210.$

Log. $B = 0,4612145.$

consequenter

$\mathfrak{B} = \frac{2,89210}{3,89210} = 0,74307$

Log. $\mathfrak{B} = 9.8710305$

His valoribus definitis primo quaeramus nostra elementa, ac reperiemus

$b = -1,03000. \alpha.$

Log. $\frac{b}{\alpha} = 0.0128371\ (-)$

Log. $B = 0,4612145$

Log. $\frac{\beta}{\alpha} = 0,4740517 (-)$; $\beta = -2,97887 \alpha$

Log. $Q = 1,1307092$

Log. $\frac{c}{\alpha} = 9,3433425$; $c = + 0,22046 \alpha$

Log. $C = 9,7665972 (-)$

Log. $\frac{\gamma}{\alpha} = 9,1099397$; $\gamma = - 0,12880 \alpha$

Log. $R = 0,2800680$

Log. $\frac{d}{\alpha} = 8.8298717$; $d = - 0,06759 \alpha$

Hinc porro etiam diſtantias focales

$p = \alpha;\ q = -0,76536.\alpha$

Log. $q = 9.8838677\ (-)$

$r = -0,30982\ \alpha$

Log. $r = 9,4911053\ (-)$

$s = -0,06759.\alpha$

Log. $s = 8,8298717.$

Porro interualla lentium erunt.

$\alpha + b = -0,03000.\alpha.$

$\beta + c = -2,75841.\alpha.$

$\gamma + d = -0,19639.\alpha.$

Diſtantia denique oculi ab vltima lente

$O = -1,12480.\frac{m+1}{mm}.\alpha$

ideoque interuallum inter primam et vltimam lentem $= -2,98480.\alpha.$

Tertiam iam conſideremus aequationem, quae reſoluta et per μ diuiſa pro hoc caſu dabit

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu}.\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 PQ}$$
$$- \frac{\mu'}{\mu}.\frac{\nu'}{B\mathfrak{B}P} + \frac{\mu'}{\mu}.\frac{\nu'}{B^3 C\mathfrak{C} PQ} - \frac{\mu'}{\mu}.\frac{\lambda'''}{B^3.C^3.P.Q.R}$$

vbi $\mu = 0,8724$, et $\mu' = 0,9875$ et $\nu' = 0,2196$, vnde habebitur haec aequatio ad numeros reducta

$0 = \lambda$

$0 = \lambda - 2,84162\,\lambda' - 0,00128\,\lambda''$
(Log. 7, 1090175)
$- 0,00938\,\lambda''' - 0,11913$
(Log. 7, 9724463) $+ 0,00095$.

Vt nunc hanc aequationem resoluamus, primo notandum est, quartam lentem esse vtrinque aeque conuexam ideoque $\lambda''' = 1,60006$ vnde cum eius distantia focalis sit $s = -0,06759.\,\alpha$, erit radius vtriusque faciei $= 1,06.\ s = -0,07164.\,\alpha$. Pro tertia autem lente, cuius distantia focalis est $r = \mathfrak{C}c$, quia eius semidiameter aperturae esse debet $= \frac{1}{8}\mathfrak{C}c$ cui ergo quarta pars minoris radii aequalis esse debet; inde minor radius esse debet $\frac{1}{2}\mathfrak{C}c$, ex quo λ'' definiri oportet. Hunc in finem hanc lentem nunc definiamus. Eius autem radius anterioris faciei est

$$= \frac{c\gamma}{\varrho\gamma + \sigma c \pm \tau(c+\gamma)\sqrt{(\lambda''-1)}}$$

$$= \frac{Cc}{\varrho C + \sigma \mp \tau(1+C)\sqrt{\lambda''-1}}$$

et radius faciei posterioris

$$= \frac{Cc}{\sigma C + \varrho \pm \tau(1+C)\sqrt{\lambda''-1}}$$

ita, vt habeamus

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = \dfrac{Cc}{1,5277 \mp 0,41575\,\tau\sqrt{\lambda''-1}} \\ \text{poster.} = \dfrac{Cc}{-0,7432 \pm 0,41575\,\tau\sqrt{\lambda''-1}} \end{cases}$$

vbi

vbi signa superiora valere debent; tum vero prior radius est minor; ideoque ponatur $= \frac{1}{2}\mathfrak{C}c$; vnde colligitur

$$\frac{c}{1.5277 - 0.41575\,\tau\sqrt{\lambda''-1}} = \frac{1}{2}\mathfrak{C}$$

sicque erit $0,41575\,\tau\sqrt{\lambda''-1} = 0,6961$ adeoque

$$\text{rad. fac.}\begin{cases}\text{anter.} = \frac{\gamma}{0.8316} = -0,15489.\,\alpha\\ \text{poster.} = \frac{\gamma}{-0.0471} = +2,73475.\,\alpha\end{cases}$$

cuius ergo lentis semidiameter aperturae erit $= 0,03872\,\alpha$ at ex valore ipsius x colligemus $\sqrt{(\lambda''-1)} = 1,80969$; hincque $\lambda'' = 4,27497$.

Nunc revertamur ad nostram aequationem, quae erit

$$\lambda - 2,84162\,\lambda' - 0,00549 - 0,11818$$
$$- 0,01501$$

quia nunc λ' vnitate minus esse nequit, statuamus $\lambda' = 1$, eritque

$$\lambda = 2,98030;\ \lambda - 1 = 1,98030$$

$$\text{et } \tau\sqrt{\lambda - 1} = 1,23484;$$

ex quo prima lens ita erit construenda

$$F = \frac{\alpha}{\sigma \pm 1.23484} = \frac{\alpha}{0.3479} = 2,87439.\,\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho \mp 1.23484} = \frac{\alpha}{1.3762} = 0,72664.\,\alpha$$

Tandem

Tandem pro ſecunda lente habemus

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b} = \frac{Bb}{2,3157} = -1,28638.\alpha$$

$$G = \frac{b\beta}{\sigma\beta + \varrho b} = \frac{Bb}{5,0279} = -0,59247.\alpha$$

cuius minoris radii pars quarta ſeu $0,14812.\alpha$ dat ſemidiametrum aperturae tam pro lente prima, quam pro lente ſecunda. Quare hinc deducitur ſequens

Conſtructio Teleſcopii
pro multiplicatione $m = 25$.

I. Pro lente prima. Flint Glaſſ.

radius faciei { anter. $= 2,87439.\alpha$
poſter. $= 0,72664.\alpha$

Semidiameter aperturae $= 0,14812.\alpha$

Interuallum ad ſecundam $= -0,03.\alpha$

II. Pro ſecunda lente. Crown Glaſſ.

radius faciei { anter. $= -1,28638.\alpha$
poſter. $= -0,59247.\alpha$

Semidiameter aperturae vt ante.

Interuallum $= -2,75841.\alpha$

III. Pro tertia lente. Crown Glaſſ.

radius faciei { anter. $= -0,15489.\alpha$
poſter. $= +2,73475.\alpha$

Semidiameter aperturae $= 0,03872\,\alpha$.

Interuallum $= -0,19639.\alpha$.

IV. Pro quarta lente. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= -0,07164.\alpha$.

Semidiameter aperturae $= 0,01791.\alpha$.

Diſtantia ad oculum $= -1,1248.\frac{m+1}{m^2}\alpha$

ſeu $O = -1,1248(1+\frac{1}{m}).\frac{\alpha}{m}$

$O = -0,04679.\alpha$

vbi notandum eſt, eſſe α negatiuum ac ſi ſemidiametrum aperturae ſumamus $= \frac{m}{50}$ dig. $= \frac{1}{2}$ dig. fiet $\alpha = -\frac{7}{2}$ dig. circiter vel maius, et longitudo teleſcopii $= 10\frac{1}{2}$ dig. Denique ſemidiameter campi erit $\Phi = 49\frac{1}{2}$ min. circiter.

Exempl. II.

279. Si prima lens ex vitro chryſtallino, reliquae ex coronario ſint parandae, pro multiplicatione maxima conſtructionem teleſcopii inueſtigare.

Sit iterum $\eta = -0,03$; habebimus

vt ante, $P = 0,97087$

Log. $P = 9.9871628$

tum vero $\omega = 0$. et $R = -\frac{36050}{18953}$

ſeu $R = -1,90217$

Log. $R = 0,2792503\ (-)$

$Q = 0,54148.m$

Log. $\frac{Q}{m} = 9.7335868$

Porro

Porro $\mathfrak{C} = \frac{1}{R} = -1,57714$

Log. $\mathfrak{C} = 0.1978710(-)$

et $C = -0,61197$.

Log. $C = 9,7867330(-)$

Pro B autem inueniendo habetur haec aequatio

$$1 - \frac{1}{\mathfrak{C}Q} + \frac{1}{CQR} = (\tfrac{10}{7}P - 1)B$$

quae quia termini per Q diuisi euanescunt, abit in hanc $1 = 0,3869.B$

hinc $B = 2,58464$.

Log. $B = 0,4124012$

et $\mathfrak{B} = 0,72103$

Log. $\mathfrak{B} = 9.8579557$.

Hinc habebimus distantias determinatrices

$b = -1,03000.\alpha$; Log. $b = 0,0128371\ (-)$

$\beta = -2,66218\alpha$; Log $\beta = 0,4252383(-)$

$c = +4,91645\frac{\alpha}{m}$; Log. $c = 0.6916515$

$\gamma = -3,00874\frac{\alpha}{m}$. Log. $\gamma = 0,4783845\ (-)$

$d = -1,58173.\frac{\alpha}{m}$; Log. $d = 0,1991342(-)$

atque interualla lentium

$a + b = -0,03000.\alpha$

$\beta + c = -2,66218.\alpha - 4,91645.\frac{\alpha}{m}$

$\gamma + d = -4,59047.\frac{\alpha}{m}$

et diſtantia oculi poſt vltimam lentem

$$O = -0,63269 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

tum vero diſtantias focales

$$p = \alpha; \quad q = -0,74267 \cdot \alpha;$$

$$r = -7,75394 \cdot \frac{\alpha}{m}; \quad s = -1,58173 \cdot \frac{\alpha}{m}.$$

Nunc igitur conſideremus aequationem tertiam

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} - \frac{\mu' \nu'}{\mu \cdot \mathfrak{B} B P}$$

$$0 = \lambda - 3,11022\,\lambda' - 0,13738$$

quae ſumto, vt ante, $\lambda' = 1$, dat $\lambda = 3,24760$; hinc $\lambda - 1 = 2,24760$ et $\tau \sqrt{\lambda - 1} = 1,31555$; vnde lentium conſtructio ſequenti modo expedietur.

I. Pro prima lente ex vitro chryſtallino.

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,31555} = \frac{\alpha}{0,2672} = 3,74251 \cdot \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,31555} = \frac{\alpha}{1,4569} = 0,68639 \cdot \alpha$$

II. Pro ſecunda lente ex vitro Coronario

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b} = \frac{\beta}{2,2461} = -1,18525 \cdot \alpha$$

$$G = \frac{b\beta}{\sigma\beta + \varrho b} = \frac{\beta}{4,5175} = -0,58931 \cdot \alpha$$

III. Pro tertia lente ex Crown Glaſſ.

$$F = \frac{Cc}{C\varrho + \sigma \mp x}; \quad G = \frac{Cc}{C\sigma + \varrho \pm x}$$

$$F = \frac{\gamma}{1.5214 \mp x}; \quad G = \frac{\gamma}{-0.7892 \pm x}$$

Cum

Cum nunc, vt ante, radius faciei anterioris fiat minor, is femiffi diftantiae focalis $= \frac{1}{2} \mathfrak{C} c$ aequalis ponatur, eritque

$$1,5214 - x = \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}} = 2(\mathfrak{C}+1) \text{ feu } x = 0,7454$$

Vnde ftatim habetur

$$F = -3,87697. \frac{\alpha}{m}$$

$$G = \frac{\gamma}{-0,0438} = +68,69266. \frac{\alpha}{m}.$$

IV. Denique pro quarta lente,

cuius diftantia focalis $s = -1,58173 \frac{\alpha}{m}$

radius vtriusque faciei erit

$$= 1,06. s = -1,67663. \frac{\alpha}{m}$$

ficque omnia momenta pro hoc cafu funt definita.

Exempl. III.

280. Si prima lens ex vitro chryftallino, reliquae ex coronario fint parandae, pro multiplicatione quacunque conftructionem telefcopii exponere.

Solutio.

Ex comparatione duorum exemplorum praecedentium fingula momenta methodo fupra indicata facile definiemus. Primo pro diftantiis determinatricibus erit

$b = -1,0300. \alpha$; pro reliquis autem ftatuatur

 $\beta =$

$\beta = -2,6622\,\alpha - \beta'.\frac{\alpha}{m}$; erit $\beta' = 7,9150$

$c = +4,9164.\frac{\alpha}{m} + \frac{c'}{m}.\frac{\alpha}{m}$; $c' = 14,8812$

$\gamma = -3,0087.\frac{\alpha}{m} - \frac{\gamma'}{m}.\frac{\alpha}{m}$; $\gamma' = 5,281$

$d = -1,5817\frac{\alpha}{m} - \frac{d'}{m}.\frac{\alpha}{m}$; $d' = -3,531$

ſimili modo pro diſtantiis focalibus eſt $p = \alpha$; pro reliquis ſtatuatur

$q = -0,7427.\alpha - \frac{q'}{m}.\alpha$;

$r = -7,7539.\frac{\alpha}{m} - \frac{r'}{m}.\frac{\alpha}{m}$;

$s = -1,5817.\frac{\alpha}{m} + \frac{3,531}{m}.\frac{\alpha}{m}$;

eritque $q' = 0,5665$; $r' = -0,2062$

vnde lentium interualla ſunt

$\alpha + b = -0,0300.\alpha$

$\beta + c = -2,6622.\alpha - \frac{2,008}{m}.\alpha + \frac{14,88}{m}.\frac{\alpha}{m}$

$\gamma + d = -4,5904.\frac{\alpha}{m} - \frac{1,750}{m}.\frac{\alpha}{m}$

Pro loco oculi ſtatuatur

$O = -0,63269.\frac{\alpha}{m} - \frac{O'}{m}.\frac{\alpha}{m}$

erit $O' = 13,431$.

I. Pro lente prima ſtatuatur radius faciei

anter. $= 3,7425.\alpha + F'.\frac{\alpha}{m}$;

poſter. $= 0,6864.\alpha + G'.\frac{\alpha}{m}$

erit $F' = -21,70$; $G' = 1,005$.

II. Pro

II. Pro lente secunda statuatur
radius faciei
anter. $= - 1,1853 . \alpha - F' . \frac{\alpha}{m}$;
poster. $= - 0,5893 . \alpha - G' \frac{\alpha}{m}$
erit $F' = 2,52$; $G' = 0,08$.

III. Pro lente tertia
radius faciei
anter. $= - 3,8769 . \frac{\alpha}{m} - \frac{F'}{m} . \frac{\alpha}{m}$
poster. $= + 68,6926 . \frac{\alpha}{m} + \frac{G'}{m} . \frac{\alpha}{m}$
erit $F' = - 0,116$; $G' = - 8,096$.

IV. Denique pro quarta lente
radius vtriusque faciei $= - 1,6766 . \frac{\alpha}{m} - \frac{H}{m} . \frac{\alpha}{m}$
erit $H = + 2,862$. ex quibus conficitur sequens.

Constructio Telescopii pro multiplicatione quacunque *m*.

I. Pro prima lente Chrystall. Glass.
radius faciei
anter. $= 3,7425 . \alpha - 21,70 . \frac{\alpha}{m}$
poster. $= 0,6864 . \alpha + 1,005 . \frac{\alpha}{m}$
Eius distantia focalis $= \alpha$
Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.
Interuallum ad lentem secundam $= - 0,03 . \alpha$.

II. Pro

II. Pro ſecunda lente. Crown Glaſſ.
radius faciei

anter $= -1,1853\,\alpha - 2,52\,\frac{\alpha}{m}$

poſter. $= -0,5893\,\alpha - 0,08.\,\frac{\alpha}{m}$

Diſtantia focalis $= -0,7427.\,\alpha - 0,\frac{5665\,\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae quoque $= \frac{m}{55}$ dig.

Interuallum ad tertiam

$= -2,6622\,\alpha - 2,998.\,\frac{\alpha}{m} + \frac{14,88}{m}.\,\frac{\alpha}{m}.$

III. Pro tertia lente Crown Glaſſ.
radius faciei

anter. $= -3,8769\,\frac{\alpha}{m} + 0,116.\,\frac{\alpha}{mm}$

poſter. $= +68,6926.\,\frac{\alpha}{m} - 8,096.\,\frac{\alpha}{mm}$

Diſtantia focalis $= -7,7539.\,\frac{\alpha}{m} + 0,206.\,\frac{\alpha}{mm}$
cuius pars octaua dat ſemidiametrum aperturae

Interuallum ad quartam

$-4,5904.\,\frac{\alpha}{m} - 1,750.\,\frac{\alpha}{mm}$

At diſtantia imaginis realis poſt hanc lentem

$= \gamma = -3,0087.\,\frac{\alpha}{m} - 5,281.\,\frac{\alpha}{mm}.$

IV. Pro quarta lente Crown Glaſſ.
radius vtriusque faciei $= -1,6766\,\frac{\alpha}{m} - \frac{2,862\,\alpha}{mm}.$
Eius diſtantia focalis $= -1,5817.\,\frac{\alpha}{m} - \frac{3.57.\alpha}{mm}.$
cuius pars quarta dat ſemidiametrum aperturae.

Et interuallum ad oculum

$O = -0,6326.\,\frac{\alpha}{m} - 13,43.\,\frac{\alpha}{mm}.$

Hinc

Hinc totius Telefcopii longitudo erit

$$= -0,03\,\alpha - 2,998\,\tfrac{\alpha}{m} + 14,88\,\tfrac{\alpha}{mm}$$
$$- 2,6622.\alpha - 4,590\,\tfrac{\alpha}{m} - 1,75\,\tfrac{\alpha}{mm}$$
$$- 0,632\,\tfrac{\alpha}{m} - 13,43\,\tfrac{\alpha}{mm}$$

$$= -2,6922.\alpha - 8,220\,\tfrac{\alpha}{m} - 0,30.\tfrac{\alpha}{mm}$$

Semidiameter vero campi apparentis erit $= \frac{1289}{m+1}$ min.

Hic vero notandum eft, α effe negatiuum, cuius valor definietur ex radio pofteriore lentis fecundae, cuius pars quarta $0,1473.\alpha$ feu circiter $= \frac{1}{7}.\alpha$ ipfi $\frac{m}{50}$ aequalis pofita dabit $\alpha = -\frac{7.m}{50}$ ftatui igitur poterit $\alpha = -\frac{m}{7}$.

Corollarium.

281. Si igitur ftatuamus $\alpha = -\frac{m}{7}$, habebitur fequens

Conftructio determinata telefcopii in ratione $m:1$ multiplicantis:

I. Pro prima lente, Flint Glaff.

radius faciei in digitis
anter. $= -0,5346.m + 3,10.$
pofter. $= -0,0981.m - 0,14.$
Diftantia focalis $= -\frac{m}{7}$
Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$
Interuallum $= 0,0043.m.$

II. Pro ſecunda lente. Crown Glaſſ.

radius faciei

anter. $= + 0,1693.m + 0,36$.

poſter. $= + 0,0842.m + 0,01$.

Diſtantia focalis $= + 0,1061.m + 0,080$.

Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum $= + 0,3803.m + 0,43 - \frac{2,12}{m}$.

III. Pro tertia lente. Crown Glaſſ.

radius faciei

anter. $= + 0,55 - \frac{0,05}{m}$.

poſter. $= - 9,81 + \frac{1,1}{m}$.

Diſtantia focalis $= + 1,11 - \frac{0,05}{m}$.

Interuallum $= 0,65 + \frac{0,3}{m}$.

Diſtantia imaginis realis poſt hanc lentem

$= 0,43 + \frac{0,7}{m}$.

IV. Pro quarta lente. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= + 0,24 - \frac{0,4}{m}$.

Diſtantia focalis $= 0,22 + \frac{0,5}{m}$.

Semidiameter aperturae $= 0,05 + \frac{0,1}{m}$.

Interuallum vsque ad oculum $= 0,09 - \frac{1,8}{m}$.

et

et tota telescopii longitudo

$$= 0,3846 . m + 1,18 + \frac{0,24}{m}.$$

et semidiameter campi $= \frac{1289}{m+1}$ min.

Scholion.

282. Haec itaque telescopia multo fiunt longiora, quam ea, quae praecedente capite sunt inuenta, pro eadem vtrinque multiplicatione. Hic enim pro multiplicatione $m = 100$ prodit longitudo $= 40$ dig., dum in praecedente capite sufficiebat longitudo $= 13\frac{1}{2}$ dig. hoc est triplo minor. Hic igitur merito quaeritur, vtrum qualitas, qua etiam spatium diffusionis a diuersa radiorum refrangibilitate oriundae ad nihilum redigitur, tanti sit habenda, vt longitudo telescopii triplicetur, quae quaestio non nisi per praxin dijudicari poterit quae autem eo erit difficilior, quo minus accuratissimam exsecutionem horum praeceptorum exspectare licet. Quocirca nisi haec conditio praescripta felicissime succedat, semper praestabit, telescopia praecedentis capitis praeferre; ita, vt duplici vitri specie carere possimus. Ceterum in euolutione casus secundi huiusmodi euolutionibus numericis non immorabimur, cum quia methodus tales calculos tractandi iam satis est explicata, tum vero quia propositum est, huic operi singularem librum subiungere, in quo sola praecepta pro praxi dirigenda in gratiam artificum colligentur.

 CASVS II.

CASVS II.

283. Sit iam ſecunda lens ex vitro chryſtallino, reliquae vero ex vitro coronario, ita, vt ſit $n' = 1,58$ et $n = n'' = n''' = 1,53$, indeque etiam $N = N'' = N'''$ et ponatur $\frac{N'}{N} = \zeta$, vt ſit ſecundum Dollondum $\zeta = \frac{10}{7}$. His poſitis et ſumto $i = \frac{1}{2}$ erit α poſitiuum ideoque etiam η. Sumatur igitur $\eta = 0,03$, vnde habebimus $P = \frac{1}{1-\eta}$. Quia nunc, vt vidimus, eſt $\mathfrak{B} = \zeta$ proxime, erit

$$\omega = \frac{-\eta}{1-\eta} \cdot \frac{i+1}{(m+1)\zeta} = \frac{-9}{194 \cdot \zeta (m+1)}.$$

Deinde cum ſit proxime $R = -2$, ideoque $Q = \frac{m}{2P}$, vbi $P = +\frac{100}{97}$; adcuratius habebimus ex prima aequatione, $0 = \zeta Q \omega + i + \frac{1}{R}$, quae abit in hanc

$$-\frac{1}{R} = \frac{1}{2} - \frac{9m}{388 \cdot P(m+1)} \text{ ſeu } -\frac{1}{R} = \frac{1}{2} - \frac{9m}{400(m+1)}$$

ex quo etiam Q adcuratius definiri poteſt, cum ſit $Q = \frac{-m}{PR}$.

Vt nunc etiam $\mathfrak{B}$ adcuratius definiatur, colligimus ex aequatione ſecunda,

$$0 = 1 - \frac{\zeta}{\mathfrak{B}P} + \frac{1}{B\mathfrak{C}PQ} - \frac{1}{BCPQR}$$

quae ob $\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{1}{B} + 1$ dabit

$$-B(\zeta - P) = \zeta - \frac{1}{\mathfrak{C}Q} + \frac{1}{CQR}$$

Erat autem proxime $B = \frac{-\zeta}{\zeta - 1}$ ideoque negatiuum. Ex valore porro adcurato ipſius B erit $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1}$;

His

His igitur definitis tertia aequatio erit

$$0 = \lambda - \frac{\mu' \cdot \lambda'}{\mu \mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 PQ} - \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 PQR}$$
$$- \frac{\mu' \nu'}{\mu B \mathfrak{B} P} + \frac{\nu}{B^3 C \mathfrak{C} PQ}.$$

Hic duo primi termini vtpote valde magni dabunt proxime $\lambda' = \frac{\mu}{\mu'} \cdot \mathfrak{B}^3 P . \lambda$ vnde intelligere licet pro lente concaua eius valorem λ maiorem prodire, quam casu primo ita, vt casus primus ad praxin sit aptior iudicandus.

Vt nunc etiam de longitudine telescopii iudicare possimus, quia praecedente casu ea nimis magna prodierat, considerari debet eius pars praecipua, quae est littera β, cuius valor ante fuerat $= - 2,6622 . \alpha$ circiter, qui autem nunc ob $\beta = \frac{-B\alpha}{P}$ et $B = \frac{-\zeta}{\zeta - P}$ proxime seu $B = - \frac{10}{3}$ et $P = 1$ reperitur $\beta = \frac{10}{3} . \alpha = 3,33 . \alpha$, ita, vt telescopia hinc nata adhuc fiant longiora, quae propterea hic fusius euoluere operae non erit pretium.

Scholion.

284. Quia longitudo telescopii, quae hinc tanta resultat, perfectioni non parum obstat, disquirendum est, vtrum huic incommodo non aliquod remedium adferri possit, quod autem ex hypothesi hic facta, qua lens obiectiua quasi ex duabus lentibus constare est assumta, neutiquam sperare licet. Quamobrem lentem obiectiuam quasi ex tribus lentibus constantem assumi conueniet, quarum vel vna vel duae

ſint concauae et ex vitro chryſtallino formatae. Ne autem nouam inueſtigationem circa maiorem campum ſuſcipere cogamur, hic ſtatim quoque tres lentes quaſi oculares introducamus, vt hoc modo ſi negotium ſucceſſerit, non ſolum breuiora teleſcopia obtineantur, ſed etiam ſimul campus apparens notabile incrementum accipiat.

Problema 2.

285. Si tres lentes priores ad obiectiuam conſtituendam referantur, tum vero tres quaſi lentes oculares adiungantur, definire momenta, ad teleſcopii conſtructionem neceſſaria.

Solutio.

Cum igitur hic occurrant ſex lentes, ſtatuamus $\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$; $\frac{\gamma}{d} = -R$; $\frac{\delta}{e} = -S$; $\frac{\varepsilon}{f} = -T$. vt ſint noſtra elementa

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = \frac{B\alpha}{PQ};\ d = \frac{-BC\alpha}{PQR};\ e = \frac{BCD\alpha}{PQRS},$$

$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \frac{BC\alpha}{PQ};\ \delta = \frac{-BCD\alpha}{PQR};\ \varepsilon = \frac{BCDE\alpha}{PQRS}$$

$$\text{et } f = \frac{-BCDE\alpha}{PQRST}$$

adeoque diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{-\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = \frac{B\mathfrak{C}\alpha}{PQ};\ s = \frac{-BC\mathfrak{D}\alpha}{PQR};$$

$$t = \frac{BCD\mathfrak{E}\alpha}{PQRS};\ u = \frac{-BCDE\alpha}{PQRST};$$

exiſtente $m = -PQRST$.

Horum

Horum iam numerorum P, Q, R, S, T vnicus debet esse negatiuus; interualla autem lentium ita exprimentur:

$$\alpha + b = \alpha(1 - \tfrac{1}{P}); \quad \beta + c = \tfrac{-B\alpha}{P}(1 - \tfrac{1}{Q})$$

$$\gamma + d = \tfrac{BC\alpha}{PQ}(1 - \tfrac{1}{R}); \quad \delta + e = \tfrac{-BCD\alpha}{PQR}(1 - \tfrac{1}{S})$$

$$\text{et } \varepsilon + f = \tfrac{BCDE\alpha}{PQRS}(1 - \tfrac{1}{T})$$

quod vltimum interuallum ob $\varepsilon = -Tf$, etiam ita exhibetur $\varepsilon + f = f(1 - T)$; vnde quia f debet esse quantitas positiua, statim patet, esse debere $T < 1$.

Quia nunc tres priores lentes exiguis interuallis a se inuicem distare debent, statuamus vtrumque interuallum $= \eta . \alpha$ hincque habebimus

$$P = \frac{1}{1-\eta} \text{ et } Q = \frac{B}{B + \eta P}.$$

Nunc vero cum sit campii semidiameter

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m+1}$$

statuamus $\pi = \omega\xi$; $\pi' = -\omega'\xi$; $\pi'' = i\xi$; $\pi''' = -\xi$ et $\pi'''' = \xi$, ita, vt sit

$$\Phi = \frac{\omega + \omega' + i + 2}{m+1}\xi = M\xi, \text{ existente}$$

$$M = \frac{\omega + \omega' + i + 2}{m+1} \text{ seu proxime } M = \frac{i+2}{m+1}$$

ob ω et ω' fractiones minimas, vt mox videbimus. Hincque ob $\frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{1}{M}$, statim oritur distantia oculi

$$O = \frac{1}{M} \cdot \frac{t}{m} = \frac{m+1}{m(i+2)} \cdot t$$

Porro

Porro considerari oportet sequentes aequationes

$$\mathfrak{B}\,\omega = (1-P)M;\quad \mathfrak{C}\,\omega' = (1-PQ)M - \omega$$

$$\mathfrak{D}\,i = (1-PQR)M - \omega' - \omega$$

$$\mathfrak{E} = (1-PQRS)M - \omega' - \omega - i.$$

Ex harum aequationum duabus primis quaerantur particulae ω et ω', scilicet

$$\omega = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}} = \frac{-\eta . M}{(1-\eta)\mathfrak{B}}$$

$$\omega' = \frac{(1-PQ)M-\omega}{\mathfrak{C}} \text{ seu}$$

$$\omega' = \frac{\eta(1-B).M}{(B+(1-B)\eta)\mathfrak{C}} + \frac{\eta M}{(1-\eta)\mathfrak{B}\mathfrak{C}} \text{ seu}$$

$$\omega' = \frac{\eta M}{\mathfrak{C}}\left(\frac{2B+\eta(1-B)}{(B+\eta(1-B))(1-\eta)B}\right.$$

quare cum η sit fractio valde parua erit proxime

$$\omega = \frac{-\eta M}{\mathfrak{B}};\quad \omega' = \frac{2\eta M}{B\mathfrak{C}}$$

atque litterae $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ etiamnum manent indeterminatae, dum sequentes $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{E}$ per formulas hic allatas determinantur. Nunc igitur considerentur tres aequationes, quas adimpleri oportet

$$\text{I. } 0 = +\frac{N'\omega}{P} + \frac{N''\omega'}{PQ} + \frac{N'''i}{PQR} + \frac{N''''}{PQRS} + \frac{N'''''}{PQRST}$$

$$\text{II. } 0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}PQ} - \frac{N'''}{BC\mathfrak{D}PQR}$$

$$+ \frac{N''''}{BCD\mathfrak{E}.PQRS} - \frac{N'''''}{BCDE\mathfrak{F}PQRST}$$

III. $0 =$

III. $$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right)$$
$$+ \frac{\mu''}{B^3\mathfrak{C}PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right)$$
$$- \frac{\mu'''}{B^3C^3\mathfrak{D}PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu'''}{D}\right)$$
$$+ \frac{\mu''''}{B^3C^3D^3.\mathfrak{E}.PQRS}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^2} + \frac{\nu''''}{E}\right)$$
$$- \frac{\mu'''''.\lambda'''''}{B^3C^3D^3E^3.PQRST}.$$

In prima autem aequatione duo membra priora prae ſequentibus manifeſto ſunt valde parua, dum etiam per m multiplicata adhuc multo minora manent ſequentibus. Iis omiſſis habebitur

$$0 = N'''i + \frac{N''''}{S} + \frac{N'''''}{ST}$$

vbi quia tres poſteriores lentes ex eadem vitri ſpecie fieri conuenit erit $0 = iST + T + 1$; vnde patet, vel S vel T eſſe debere quantitatem negatiuam. Hanc ob rem ſtatuatur, $S = -k$ vt vnica harum lentium ante imaginem realem cadat, vnde fiet $k = \frac{T+1}{iT}$; ante autem iam vidimus, eſſe $T < 1$ ideoque $K > 2$ ob $i < 1$ et ſi $i = \frac{1}{2}$ fiet adeo $K > 4$ ex quo erit

$$KT = \frac{1+T}{i} = -ST.$$

Iam ob P et Q vnitati proxime aequales erit quoque proxime $RST = -m$ ideoque $R = \frac{im}{1+T}$ adeoque numerus magnus. Ex his autem valoribus proximis facile erit valores adcuratos ex eadem aequatione prima deducere. Iam in aequatione ſecunda ſatis euidens eſt, tres terminos priores multo maiores eſſe ſequentibus.

His ergo omissis habebitur

$$o = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}PQ}$$

vnde ob P et Q proxime $= 1$, colligitur fore etiam proxime

$$o = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}}$$

vnde colligitur

$$\mathfrak{C} = \frac{N''.\mathfrak{B}}{B.(N' - N\mathfrak{B})} = \frac{N''(1-\mathfrak{B})}{N' - N\mathfrak{B}} \text{ hincque}$$

$$C = \frac{N''(1-\mathfrak{B})}{N' - N\mathfrak{B} - N'' + N''\mathfrak{B}}$$

$$C = \frac{N''(1-\mathfrak{B})}{N' - N'' + \mathfrak{B}(N'' - N)}$$

vbi littera $\mathfrak{B}$ adhuc arbitrio nostro permittitur.

Pro $\mathfrak{C}$ autem sequentes casus sunt notandi;

1°. Si $\mathfrak{B} > 1$ et $\mathfrak{B} < \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ negatiuum, adeoque etiam C negatiuum.

2°. Si $\mathfrak{B} > 1$ et $\mathfrak{B}$ simul $> \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ positiuum.

3°. Si fuerit $\mathfrak{B} < 1$ et $\mathfrak{B} < \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ positiuum.

4°. Si fuerit $\mathfrak{B} < 1$ et $\mathfrak{B} > \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ negatiuum; adeoque et C negatiuum.

Pro secundo autem casu erit C negatiuum si $N' > N$. Sin autem fuerit $N' < N$, erit C positiuum. Pro casu tertio erit C positiuum, si sit $N' > N$; sin autem sit $N' < N$, erit C negatiuum.

Circa

Circa duas autem reliquas litteras $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{E}$ notandum eſt, fore $\mathfrak{D}$ negatiuum, ideoque et D, tum vero $\mathfrak{E}$ eſſe poſitiuum; fit enim proxime

$\mathfrak{E} = \frac{i+2}{1} - i.$ ideoque

$$E = \frac{\frac{i+2}{T} - i}{1 + i - \frac{i+2}{T}};$$ ideoque E negatiuum.

Examinemus iam interualla lentium ac primo quidem cum ſit $d < \gamma$ neceſſe eſt, vt ſit γ poſitiuum ideoque debet eſſe B C $\alpha > 0$.

Eſt vero $BC = \frac{N''\mathfrak{B}}{N' - N'' + \mathfrak{B}(N'' - N)}$.

Cum igitur diſtantia γ maximam partem totius longitudinis contineat, $\mathfrak{B}$ ita accipi debet, vt quantitas B C vnitatem vix ſuperet, quia ante hic coefficiens modo binarium tum vero et ternarium ſuperaverat.

Statim autem ac γ reddita eſt quantitas poſitiua, erit d negatiuum et manifeſto $\gamma + d > 0$.

Porro vero fit δ poſitiuum, nempe $\delta = D d$ atque etiam e poſitiuum; ita, vt ſit $\delta + e$ poſitiuum.

Denique $\varepsilon = E e$ adeoque negatiuum et f poſitiuum; eritque etiam $\varepsilon + f > 0$ ob $T < 1$, vt iam ante notauimus; ex quo etiam diſtantia oculi fit poſitiua, ſicque omnes conditiones ſunt adimpletae.

Denique in tertia aequatione etiam manifeſtum eſt, tres tantum terminos priores potiſſimum in com-

putum venire, vtpote prae reliquis multo maiores; vnde fit

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3}$$

vbi efficiendum quoque eſt, vt nulla litterarum λ, λ', λ'' vnitatem notabiliter ſuperet. Quemadmodum igitur haec omnia commodiſſime praeſtentur, diuerſos caſus euolui oportet, prouti inter tres lentes priores vel vna vel duae chryſtallinae occurrant et quo loco.

CASVS I.

286. Quo prima lens chryſtallina, ſecunda et tertia vero ex vitro coronario eſt parata. Erit ergo $N = 10$, $N' = 7$, et $N'' = 7$. adeoque primo

$$\mathfrak{C} = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{7-10\mathfrak{B}} \text{ et } C = \frac{-7(1-\mathfrak{B})}{3\mathfrak{B}} \text{ ideoque}$$

$$B\mathfrak{C} = \frac{7\mathfrak{B}}{7-10\mathfrak{B}} \text{ et } BC = -\tfrac{7}{3}$$

hinc ergo fit $\gamma = -\frac{7}{3}\alpha$; vnde euidens eſt, ſumi debere α negatiuum, qui valor cum non minor ſit, quam in problemate praecedente; hunc caſum vlterius non proſequimur.

CASVS II.

287. Quo lens ſecunda eſt chryſtallina; prima vero et tertia ex vitro coronario; erit $N = 7$; $N' = 10$; $N'' = 7$; atque hinc

$$C = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{3} \text{ adeoque } BC = \tfrac{7}{3}\mathfrak{B}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{10-7\mathfrak{B}} \text{ et } B\mathfrak{C} = \frac{7\mathfrak{B}}{10-7\mathfrak{B}}.$$

vnde

vnde fit $\gamma = \frac{7}{3}\mathfrak{B}.\alpha$. Quo igitur telescopium contrahatur, sumi debet $\mathfrak{B} < 1$; tum vero erit B positiuum; at ex tertia aequatione habebimus

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3} \text{ siue}$$

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''(10-7\mathfrak{B})^3}{7^3.\mathfrak{B}^3} \text{ vnde fit}$$

$$\frac{\mu'\lambda'}{\mu} = \mathfrak{B}^3\lambda + \frac{(10-7\mathfrak{B})^3.\lambda''}{7^3}$$

hic ergo videamus, an litterae λ et λ' et λ'' possint ad vnitatem redigi; ad quod requiritur, vt sit

$$\frac{\mu'}{\mu} = \mathfrak{B}^3 + (\tfrac{10}{7} - \mathfrak{B})^3$$

cuius euolutio ob $\frac{\mu'}{\mu}$ propemodum $= 1$ dat

$$(\tfrac{10}{7})^3 - 3(\tfrac{10}{7})^2\mathfrak{B} + 3(\tfrac{10}{7})\mathfrak{B}^2 = 1$$

cuius radices sunt prior $\mathfrak{B} = 0,97$; qua autem hic nihil in longitudine lucramur; altera vero est $\mathfrak{B} = 0,46$ siue $\mathfrak{B} = \frac{5}{11}$ hocque modo fiet $\gamma = \frac{7}{9}\alpha$; quod insigne lucrum est qui ergo casus inprimis meretur, vt adcuratius euoluatur.

CASVS III.

288. Sit nunc tertia lens chrystallina, prima et secunda ex vitro coronario, vt sit $N = 7$, $N' = 7$, at $N'' = 10$. Hinc igitur, sequitur

$$\mathfrak{C} = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{7-7\mathfrak{B}} = \tfrac{10}{7};\ C = -\tfrac{10}{3} \text{ indeque}$$

$$B\mathfrak{C} = \tfrac{10}{7}B;\ \text{et } BC = -\tfrac{10}{3}B.$$

vnde fit $\gamma = -\frac{10}{3}B\alpha$. Deberet ergo esse $-B < 1$

 vel

vel $B > -1$. hinc $\mathfrak{B} < 1$. Hinc ergo tertia aequatio vnitate loco cuiuslibet λ ſcripta erit

$$0 = 1 - \frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{343(1-\mathfrak{B})^3}{1000\,\mathfrak{B}^3} \text{ ſeu}$$

$$0 = \mathfrak{B}^3 - 1 + \tfrac{343}{1000}(1-\mathfrak{B})^3 \text{ ſeu}$$

$$0 = 657 - 1029\,\mathfrak{B} + 1029\,\mathfrak{B}^2 + 657\,\mathfrak{B}^3$$

qui ergo caſus etiam euolutione dignus videtur.

CASVS IV.

289. Si prima et ſecunda lens ſint chryſtallinae et tertia coronaria; erit

$N' = N = 10$; et $N'' = 7$; hincque

$\mathfrak{C} = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{10(1-\mathfrak{B})} = \frac{7}{10}$ et $C = \frac{7}{3}$ hincque $BC = \frac{7B}{3}$.

Nunc quia eſt α negatiuum, γ autem poſitiuum, debet eſſe $\gamma = +\frac{7}{3}B\alpha$. Ponamus nunc $\frac{7}{3}B = -1$ erit $B = -\frac{3}{7}$ et $\mathfrak{B} = -\frac{3}{4}$ et $B\mathfrak{C} = -\frac{3}{10}$ vnde tertia aequatio fiet

$$0 = \lambda + \frac{\lambda'.4^3}{3^3} - \frac{\mu''}{\mu}.\frac{\lambda''.10^3}{3^3}$$

ita, vt eſſe debeat

$$\lambda + \frac{64\lambda'}{27} = \frac{\mu''}{\mu}.\frac{1000\lambda''}{27} + \text{etc.}$$

quod cum fieri nequeat, niſi pro λ et λ' numeri maximi accipiantur, hic caſus nullo modo in praxi admitti poteſt.

CASVS V.

290. Sint prima et tertia lens chryſtallinae, ſecunda ex vitro coronario, erit $N = N'' = 10$ et

et $N' = 7$, adeoque

$$\mathfrak{C} = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{7-10\mathfrak{B}} \text{ et } C = -\frac{10(1-\mathfrak{B})}{3} \text{ hinc}$$

$$BC = -\tfrac{10}{3}\mathfrak{B} \text{ et } \gamma = -\tfrac{10}{3}\mathfrak{B}\alpha.$$

Ponatur ergo $\frac{10}{3}\mathfrak{B} = 1$ eritque $\mathfrak{B} = \frac{3}{10}$ et $B = \frac{3}{7}$ et $B\mathfrak{C} = \frac{3}{4}$; vnde aequatio tertia dabit

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu}.\ \frac{\lambda'.1000}{27} + \frac{61\lambda''}{27} \text{ feu}$$

$$\lambda + \frac{61\lambda''}{27} = \frac{\mu'}{\mu}.\ \frac{1000\lambda'}{27} + \text{etc.}$$

quae aeque parum ad praxin eft idonea.

CASVS VI.

291. Sint fecunda et tertia lens chryftallinae, prima ex vitro coronario confecta; erit $N = 7$, et $N' = N'' = 10$, vnde colligitur

$$\mathfrak{C} = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{10-7\mathfrak{B}} \text{ et } C = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{3\mathfrak{B}}; \text{ hincque}$$

$$BC = \tfrac{10}{3} \text{ et } \gamma = \tfrac{10}{3}\alpha,$$

qui ergo cafus iam fponte cadit.

Evolutio vlterior cafus fecundi.

292. Quod ad valorem litterae η attinet, pro quauis multiplicatione m, quae lentis obiectiuae aperturam poftulat, cuius femidiameter fit circiter $\frac{m}{50}$ dig. fumamus accipi $\alpha = \frac{m}{6}$ dig. quia lens plerumque fere eft plano - conuexa; eritque huius lentis craffities circiter $\frac{1}{64}\alpha$, quare fi interuallum binarum lentium priorum ftatuamus $\frac{1}{50}\alpha$; metuendum non eft, ne duae lentes fe mutuo tangant, fed fatis relinquetur fpatii, vt etiam

etiam quodammodo moueri possint. Ponamus ergo $\eta = \pm \frac{1}{50} = \pm 0,02$.

Quia nunc prima lens est ex vitro coronario, ideoque conuexa erit α positiuum et $\eta = + \frac{1}{50} = + 0,02$. Hinc reperimus statim $P = \frac{50}{49}$ et $Q = \frac{45 \cdot B}{45 B + 1}$, vbi de B infra dispiciemus. Hic notasse sufficiat, esse proxime $Q = 1$ et $P = 1$.

His praemissis sumta fractione $i = \frac{1}{2}$ et $T = \frac{1}{2}$, quandoquidem esse debet $T < 1$. prima aequatio nostra dabit $k = 6 = - S$ et ob $PQ = 1$ proxime $R = \frac{1}{3} m$; neque opus est, vt hic valor accuratius eruatur.

Secunda autem aequatio, cui pariter proxime tantum satisfecisse sufficit, quia hoc casu est $N = 7$, $N' = 10$, $N'' = N''' = N'''' = N''''' = 7$. nobis praebet

$$0 = 7 - \frac{10}{\mathfrak{B} P} + \frac{7}{B \mathfrak{C} P Q}.$$

quae sumto $P = 1$ et $PQ = 1$ dat

$$\mathfrak{C} = \frac{-7(1-\mathfrak{B})}{(7\mathfrak{B} - 10)} = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{10 - 7\mathfrak{B}} \text{ indeque}$$

$$C = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{3} \text{ et } BC = \frac{7 \cdot \mathfrak{B}}{3}.$$

Cum dein ex primis elementis sit $\gamma = \frac{BC\alpha}{PQ}$, quae distantia praecipuam partem totius longitudinis continet, faciamus $\gamma = \alpha$ siue proxime saltem $= \alpha$ adeoque $BC = 1$; vnde sequitur $\frac{7}{3} \mathfrak{B} = 1$ et $\mathfrak{B} = \frac{3}{7}$; vnde porro $B = \frac{3}{4}$; $\mathfrak{C} = \frac{4}{7}$ et $C = \frac{4}{3}$ ideoque $B\mathfrak{C} = \frac{3}{7}$.

Nunc

Nunc ex valore B inuento habebimus praeter $P = \frac{50}{49}$ etiam $Q = \frac{147}{151}$ et $PQ = \frac{150}{151}$ ficque adcurate iam erit $R = \frac{151 \cdot m}{3 \cdot 150}$.

Nunc igitur ad aequationem tertiam progrediamur:

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 PQ}$$
$$- \frac{\mu' \nu'}{\mu} \cdot \frac{1}{B \mathfrak{B} P} + \frac{\nu}{B^3 C \mathfrak{C} PQ}$$
$$- \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 \mathfrak{D}^3 PQR} + \frac{\lambda''''}{B^3 C^3 D^3 \mathfrak{E}^3 PQRS}$$
$$- \frac{\nu}{B^3 C^3 D \mathfrak{D} PQR} + \frac{\nu}{B^3 C^3 D^3 E \mathfrak{E} PQRS}$$
$$+ \frac{\lambda'''''}{B^3 C^3 D^3 E^3 \cdot m}$$

quae vt in numeros euolui poffit, ante neceffe eft, valores litterarum D et E inueftigare, qui ex formulis fupra datis inueniuntur:

$$\tfrac{1}{2} \mathfrak{D} = (1 - PQR) M; \text{ feu}$$
$$\mathfrak{D} = (1 - \tfrac{1}{3} m) \frac{5}{m+1} = - \tfrac{5}{3}$$

ob m vt valde magnum affumtum praecipue cum $\mathfrak{D}$ tantum occurrat in numeris per fe minimis; adeoque $D = - \frac{5}{8}$. Simili modo erit

$$\mathfrak{E} = \frac{5(1 + 2m)}{2(m+1)} - \tfrac{1}{2} = \tfrac{9}{2} \text{ et } E = \tfrac{-9}{7}.$$

His igitur valoribus substitutis habebimus

$$0 = \lambda - 10,9985\,\lambda' + 12,7884.\,\lambda''$$
$$(1,0413348)\quad(1,1068156)$$
$$-\,0,68119 + 0,68775$$
$$(9,8332690)\quad(9,8374334)$$
$$+\frac{0,64800.\,\lambda'''}{m} + \frac{0,02247.\,\lambda''''}{m}$$
$$(9,8115752)\quad(8,3516924)$$
$$-\frac{0,363245}{m} + \frac{0,07773}{m}$$
$$(9,8010248)\quad(8,8906053)$$
$$+\frac{1,92720\,\lambda'''''}{m}$$
$$(0,2849264)$$

ex qua aequatione si sumatur $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$, colligitur

$$\lambda' = 0,09092 + 0,0589\,\lambda''' : m - \frac{0,05044}{m}$$
$$+\,1,16275 + 0,0020\,\lambda'''' : m$$
$$+\,0,00060 + 0,1752\,\lambda''''' : m$$
$$1,25427$$

Circa litteras λ''', λ'''', λ''''' obseruandum est, quia binae postremae plenam aperturam admittere debent, esse debere

$$\lambda''''' = 1,60006 \text{ et } \lambda'''' = 1 + 0,60006.$$
$$\text{et } \lambda'''' = 1 + 0,60006\,(1 - 2\,\mathfrak{E})^2$$
$$= 1 + 0,60006.\,64$$

vnde hae duae lentes statim computari possunt.

Pro

Pro quarta autem lente in ipſo radiorum calculo valor numeri λ''' definiatur. Tum vero lens prima et tertia quoque per calculum determinantur. Quo facto quaeratur valor ipſius λ', qui cum etiam m inuoluat, primo pro valore determinato ipſius m. v. g. $m = 25$, deinde pro $m = \infty$ radii facierum huius lentis inueſtigentur ex iisque pro multiplicatione quacunque eorum valores concludantur, vt iam ſupra aliquoties eſt factum.

Interualla autem lentium cum diſtantiis focalibus ſequenti modo ſe habebunt:

$b = -0,98.\alpha$

$\beta = -0,73500.\alpha.$ log. $\beta = 9,8662874;$

$c = 0,75500.\alpha;$

$\gamma = 1,00667.\alpha.$ log. $\gamma = 0,0028856$

$d = -\frac{3\alpha}{m}$

$\delta = +\frac{1,875}{m}.\alpha$

$e = +\frac{0,3125.\alpha}{m}$

$\varepsilon = -\frac{0,40178.\alpha}{m}$

$f = +\frac{0,80357.\alpha}{m}$

et diſtantiae focales

$p = \alpha;\ q = -0,42000.\alpha;\ r = 0,43144$

$s = \frac{5\alpha}{m};\ t = +\frac{1,40625.\alpha}{m};\ u = \frac{0,80357}{m}.\alpha$

Hincque interualla lentium

$\alpha + b = 0,02.\alpha$; $\beta + c = 0,0200.\alpha$

$\gamma + d = 1,00667.\alpha - \frac{3}{m}.\alpha$

$\delta + e = 2,1875.\frac{\alpha}{m}$; $\varepsilon + f = \frac{0,40178.\alpha}{m}$

et pro loco oculi $O = 0,5626.\frac{\alpha}{m}$.

Conſtructio lentium.

Inueſtigemus primo conſtructionem pro ſingulis lentibus ex vitro coronario parandis poſitisque pro quauis lente

radiis faciei $\begin{cases} \text{anter.} = F. \\ \text{poſter.} = G. \end{cases}$

haec determinatio ſequenti modo ſe habebit

I. Pro prima lente

ob $\lambda = 1$ reperietur

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\alpha}{1,6601} = 0,60237.\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho} = \frac{\alpha}{0,2267} = 4,41111.\alpha$$

III. Pro tertia lente.

ob $\lambda'' = 1$ erit

$$F = \frac{c\gamma}{\gamma\varrho + c\sigma} = \frac{Cc}{C\varrho + \sigma} = \frac{\gamma}{C\varrho + \sigma}$$

$$G = \frac{c\gamma}{\gamma\sigma + c\varrho} = \frac{Cc}{C\sigma + \varrho} = \frac{\gamma}{C\sigma + \varrho}$$

$$F = \frac{\gamma}{1,9524} = 0,51298.\alpha$$

$$G = \frac{\gamma}{2,4401} = 0,41255.\alpha$$

IV.

IV. Pro quarta lente

ob λ''' etiamnunc incognitum ponatur breuitatis gratia

$$\tau(1+D)\sqrt{(\lambda'''-1)}=x \text{ eritque}$$

$$F=\frac{\delta}{D\varrho+\sigma\pm x};\quad G=\frac{\delta}{\varrho+D\sigma\mp x}$$

adeoque

$$F=\frac{\delta}{1,5184\pm x};\quad G=\frac{\delta}{-0,8109\mp x}$$

Vt nunc haec lens aperturam $\frac{1}{2}\xi$ admittat, hoc eueniet, si posterior facies fuerit plana, seu denominator $=0$; valeant igitur signa inferiora et ponatur

$$x=0,8109 \text{ vnde fiet}$$

$$G=\infty \text{ et } F=\frac{\delta}{0,7075} \text{ seu } F=\frac{2,650.\alpha}{m}$$

vti debet esse, quia $F=(n-1)5$. Cum igitur sit

$$\tau(1+D)\sqrt{(\lambda'''-1)}=0,8109 \text{ erit}$$

$$\sqrt{\lambda'''-1}=\frac{0,8109}{0,3469} \text{ hincque } \lambda'''=6,4642.$$

V. Pro quinta lente

est $\lambda''''=39,40384$ et quia haec lens est vtrinque aeque conuexa erit

radius faciei vtriusque $=1,06.t=1,4906.\frac{\alpha}{m}$.

VI. Pro sexta lente.

est, vti vidimus, $\lambda'''''=1,60006$ ideoque

radius vtriusque faciei $=1,06.u=0,8518.\frac{\alpha}{m}$.

II. Pro secunda lente

reperietur nunc primo

$$\lambda' = 1,25427 + \frac{0,6594}{m}.$$

Statuamus nunc esse $m = 25$ eritque

$$\lambda' = 1,28184.$$

Quare cum pro secunda lente sit

$$F = \frac{\beta}{B\varrho' + \sigma' \pm \tau'(1+B)\surd(\lambda'-1)}$$

$$G = \frac{\beta}{B\sigma' + \varrho' \mp \tau'(1+B)\surd(\lambda'-1)}$$

erit $\tau'(1+B)\sqrt{\lambda'-1} = 0,81524$

vnde colligitur

$$F = \frac{\beta}{1,6888 \pm 0,81524} = \frac{\beta}{0,8736}$$

$$G = \frac{\beta}{1,3284 \mp 0,81524} = \frac{\beta}{2,1436}$$

hinc $F = -0,84134.\alpha$

$G = -0,34286.\alpha$

sit nunc $m = \infty$ erit

$\lambda' = 1,25427$ et $\tau(1+B)\sqrt{\lambda'-1}$

$= 0,77434$, vnde radii facierum

$$F = \frac{\beta}{1,6888 \pm 0,7743} = \frac{\beta}{0,9145}$$

$$G = \frac{\beta}{1,3284 \mp 0,7743} = \frac{\beta}{2,1027}$$

hinc

hinc $F = -0,80373.\alpha$

$G = -0,34955.\alpha$

Ex his igitur duobus casibus pro multiplicatione quacunque concludimus

$F = -0,80373.\alpha - \frac{f}{m}$

$F = -0,80373.\alpha - 0,940\frac{\alpha}{m}$

et $G = -0,34955\,\alpha - \frac{g}{m}$

$G = -0,34955\,\alpha + 0,167.\frac{\alpha}{m}$

Denique semidiameter campi visi erit

$\Phi = \frac{2147}{m+1}$ minut.

Scholion.

293. Quia ternae lentes priores communem postulant aperturam, cuius semidiameter sit $\frac{m}{50}$ dig. hic ad radium minimum istarum lentium, qui est 0,343.α; respici debet, cuius pars quarta 0,086.α est circiter $\frac{1}{12}\alpha$ ipsi $\frac{m}{50}$ dig. aequalis posita dabit $\alpha = \frac{6}{25}m$ siue $\alpha = \frac{1}{4}m$ cum ante licuisset statuere $\alpha = \frac{1}{7}m$ neque ergo voti nostri compotes sumus facti, dum longitudinem telescopii contrahere sumus conati, etsi enim hic longitudo telescopii minorem tenet rationem ad α, tamen ipsa quantitas α fere tanto maior hic prodiit. Ex quo intelligitur, si omnes plane perfectiones desideremus, necesse prorsus esse, maiorem longitudinem admittere. Interim tamen longitudo hinc

hinc resultans aliquanto minor est, quam supra inuenta, sed probe hic est perpendendum, hoc casu elaborationem lentium multo maioribus difficultatibus esse obnoxiam, quam ante. Ita vt artifex non nisi post plurima tentamina scopum attingere possit. Quocirca his inuestigationibus non vlterius immoror, cum ex calculis allatis facile sit huiusmodi telescopiorum constructionem in vsum artificum depromere.

LIBRI

LIBRI SECVNDI, DE CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM SECTIO TERTIA.

DE TELESCOPIIS TERTII GENERIS, QVIBVS OBIECTA ITERVM SITV ERECTO REPRAESENTANTVR.



CAPVT I.

DE TELESCOPIIS SIMPLICIORIBUS TERTII GENERIS EX VNICA VITRI SPECIE PARATIS.

Problema I.

294.

Telescopium simplicissimum huius generis, quod tribus tantum constat lentibus construere, quod obiecta secundum datam rationem aucta et situ erecto repraesentet.

Solutio.

Pro duobus interuallis, quae hic occurrunt, ponamus vt semper fractiones $\frac{\alpha}{b} = -P$ et $\frac{\beta}{c} = -Q$ et quia hic duae imagines reales habentur, quarum altera in prius interuallum cadens est inuersa, altera vero in posterius interuallum cadens erecta, ita, vt sit semidiameter illius $= \alpha\Phi$, huius vero $= B\alpha\Phi$; ambae litterae P et Q debent esse negatiuae, vnde statuamus $-P = k$ et $-Q = k'$, vt sit multiplicatio $m = kk'$. Hinc elementa nostra ita se habebunt:

$$b = \frac{\alpha}{k}; \ \beta = \frac{B\alpha}{k} \text{ et } c = \frac{B\alpha}{kk'}$$

et distantiae focales

$$p = \alpha; \ q = \frac{\mathfrak{B}\alpha}{k} \text{ et } r = \frac{B\alpha}{kk'} = \frac{B\alpha}{m}$$

tum vero bina interualla

$$\alpha + b = \alpha(1 + \tfrac{1}{k}); \ \beta + c = \tfrac{B\alpha}{k}(1 + \tfrac{1}{k'})$$

quae per se sunt positiua, siquidem esse debet $B > 0$ ideoque et $\mathfrak{B}$. Pro campo porro apparente cum sit eius semidiameter $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$; ponamus $\pi = -i\xi$ et $\pi' = \xi$, denotante ξ maximum valorem, quem litterae π et π' recipere possunt et i fractionem vnitate minorem eritque $\Phi = \frac{i + 1}{m - 1} . \xi$ atque hinc pro loco oculi fiet

$$O = \frac{\pi'}{\Phi} . \frac{r}{m} = \frac{m - 1}{i + 1} . \frac{B\alpha}{mm}$$

quae

quae diſtantia etiam per ſe eſt poſitiua. His poſitis aequationes pro litteris π, π' ſupra datae dabunt

$$\frac{\mathfrak{B}\pi-\Phi}{\Phi}=\frac{\alpha}{b}=k;\ \text{ſeu}$$

$$\mathfrak{B}.\frac{-i(m-1)}{i+1}=k+1\ \text{vnde}$$

$$i=\frac{-k-1}{k+1+(m-1)\mathfrak{B}}$$

qui valor debet eſſe vnitate minor. Cum igitur hinc valor ipſius i neceſſario ſit negatiuus et vnitate minor, erit campi ſemidiameter

$$\Phi=\frac{\mathfrak{B}\xi}{k+1+(m-1)\mathfrak{B}},$$

qui certe eo minor eſt, quam $\frac{\xi}{m-1}$, quo k eſt maius et quo minus eſt $\mathfrak{B}$. Quo igitur campum maiorem obtineamus, in id eſt incumbendum, vt litterae k quam minimus, litterae $\mathfrak{B}$ vero quam maximus valor concilietur; at cum ſit $B=\frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$ et debeat eſſe $B>0$ hinc euidens eſt, $\mathfrak{B}$ non vltra vnitatem augeri poſſe. Caſu autem quo fit $\mathfrak{B}=1$ fit $\Phi=\frac{\xi}{k+m}$. Tum vero ob $B=\infty$ longitudo tubi fieret infinita. Diminutio vero numeri k quum parum conferat ad campum augendum; videamus nunc etiam an margo coloratus deſtrui poſſit, quem in finem eſſe deberet

$$0=\frac{\pi}{\Phi}.\frac{b}{p}+\frac{\pi'}{\Phi}.\frac{c}{Bp}$$

$$0=-i.\frac{1}{k}+\frac{1}{kk}$$

quae aequatio ob $i<0$ nullo modo ſubſiſtere poteſt;

 vnde

vnde haec teleſcopiorum ſpecies vitio marginis colorati quam maxime laborabit. Ceterum pro ſemidiametro confuſionis habebimus hanc aequationem

$$\frac{\mu m x^3}{\alpha^3}\left(\lambda + \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) + \frac{\lambda''}{B^3 . m}\right) = \frac{1}{k^1}$$

vnde colligitur

$$\alpha = k x \sqrt[3]{\mu m}\left\{\begin{array}{l}\lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\lambda''}{B^3 . m} \\ + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}k}\end{array}\right\}$$

qui ſumto $x = \frac{m}{50}$ dig. et $k = 50$ abit in hunc valorem

$$\alpha = m \sqrt[3]{\mu m}\left\{\begin{array}{l}\lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\lambda''}{B^3 . m} \\ + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}k}\end{array}\right\}$$

in qua expreſſione cum omnia membra ſint poſitiua, nullum eſt dubium, quin diſtantia focalis α multo fiat maior, quam caſu duarum lentium.

Coroll. 1.

295. Cum iam ſit animaduerſum, ſi $\mathfrak{B}$ caperetur $= 1$ longitudinem inſtrumenti in infinitum excreſcere ideoque $\mathfrak{B}$ capi debere minus vnitate; ſecundum membrum in aequatione valde increſcet pariter ac vltimum, ex quo diſtantia α augebitur.

Coroll. 2.

296. Sin autem huic incommodo mederi vellemus augendo numerum k, tunc campus apparens reſtringeretur.

Scho-

Scholion 1.

297. Nullum igitur eſt dubium, quin haec prima iſtiusmodi teleſcopiorum ſpecies penitus ſit repudianda, non ſolum quod nimis exiguum campum oſtendat, tubusque fiat valde longus, ſed eam ob cauſſam praecipue, quod repraeſentatio margine colorato ſit inquinata neque etiam reperimus huiusmodi teleſcopia vnquam vſu fuiſſe recepta. Interim tamen caſum quendam in ſequente exemplo proponamus.

Exemplum.

298. Si ſumatur $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}$ et $k = 2$ teleſcopium huius generis deſcribere pro multiplicatione quacunque m.

Cum igitur hinc ſit $B = 4$ erunt elementa

$$b = \tfrac{1}{2}\alpha;\ \beta = 2\alpha;\ c = \tfrac{4\alpha}{m}$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \tfrac{2}{5}\alpha;\ \text{et}\ r = \tfrac{4\alpha}{m}\ \text{et}$$

$$\alpha + b = \tfrac{3}{2}\alpha;\ \beta + c = 2\alpha + \tfrac{4\alpha}{m}$$

quorum ſumma $\frac{7}{2}\alpha + \frac{4\alpha}{m}$ dat tubi longitudinem.

Tum vero reperitur $i = \frac{-15}{11 + 4m}$

et ſemidiameter campi $\Phi = \frac{4\xi}{11 + 4m}$

ſeu in menſura anguli $\Phi = \frac{3436}{11 + 4m}$. minut.

qui non multo eſt minor, quam campus ordinarius.

Pro

Pro loco oculi vero erit $O = \frac{4m + 11}{mm} . \alpha$
Denique vero pro diſtantia focali α habebimus

$$\alpha = m . \sqrt[3]{\mu m \left(\lambda + \frac{\lambda' . 125}{120} + \frac{\lambda''}{64 . m} + \frac{5\nu}{32}\right)}$$

vbi circiter eſt $\mu = 1$ et $\nu = \frac{1}{5}$, quare ſi litteris λ, λ', λ'' valor minimus ſcilicet 1 tribuatur; erit

$$\alpha = m \sqrt[3]{m \left(2 + \frac{1}{128} + \frac{1}{64 . m}\right)}$$

$$\alpha = m \sqrt[3]{\left(\left(2 + \frac{1}{128}\right) m + \frac{1}{64}\right)} \text{ digit.}$$

hinc ſi eſſet $m = 25$, erit

$$\alpha = 25 . \sqrt[3]{50 . \frac{257}{128}} = 92, 23 \text{ dig.}$$

hincque tota longitudo erit = 340 dig. = 28 ped. 4 dig. quae longitudo ratione multiplicationis vtique tam eſt magna, vt in praxi nullo modo admitti poſſit, etiamſi vitium marginis colorati non adeſſet.

Scholion 2.

299. Cum igitur hinc nihil in vſum practicum trahi poſſit, haecque ſpecies ſimpliciſſima penitus rejici debeat, ad ſpecies ſimpliciores progrediamur, quae ſcilicet oriuntur, ſi tribus lentibus inſuper vna lens quarta adiungatur, ex quo variae ſpecies naſcentur, prouti haec noua lens vel inter obiectiuam et priorem imaginem vel inter priorem et poſteriorem, vel inter hanc poſteriorem et lentem ocularem conſtituatur; quos ergo caſus ſeorſim hic euolui conueniet.

Pro-

Problema 2.

300. Si inter lentem obiectiuam et primam imaginem noua lens ponatur, indolem horum telescopiorum indagare eorumque constructionem describere.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes sint, statuantur ternae fractiones, vt semper, $\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$ et $\frac{\gamma}{d} = -R$ et quia in primum interuallum nulla imago cadit retinebit P valorem positiuum, reliquae vero Q et R fient negatiuae.

Quare ponatur $Q = -k$ et $R = -k'$ vt fiat multiplicatio $m = Pkk'$ elementaque nostra sint

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = -\frac{B\alpha}{Pk};\ d = -\frac{BC\alpha}{Pkk'} = -\frac{BC\alpha}{m}$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk};$$

$$p = \alpha;\ q = -\frac{\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = -\frac{B\mathfrak{C}\alpha}{Pk};\ s = -\frac{BC\alpha}{m}$$

vnde prodeunt interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

sicque patet, $B\alpha$ esse debere negatiuum, vt et $BC\alpha$ ideoque C debet esse positiuum; vnde si $\alpha > 0$, debet esse $P > 1$; $B < 0$ et $C > 0$, sin autem $\alpha < 0$, debet esse $P < 1$, $B > 0$ et $C > 0$.

Nunc cum pro campo apparente ſit

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1} \text{ ſtatuatur}$$

$$\pi = -\omega\,\xi;\ \pi' = i\,\xi;\ \pi'' = -\xi \text{ vt ſit}$$

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m-1}.\,\xi = M\,\xi \text{ exiſtente } M = \frac{\omega + i + 1}{m-1}.$$

Atque ſtatim pro loco oculi ſequitur

$$O = -\frac{\pi''}{\Phi}.\ \frac{s}{m} = -\frac{1}{M}.\ \frac{BC\alpha}{mm}$$

quae diſtantia per conditiones ſuperiores iam eſt poſitiua. Aequationes autem pro litteris π ſupra datae praebent:

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - 1}{\Phi} = -\frac{\mathfrak{B}\omega - 1}{M} = -P;$$

$$\frac{\mathfrak{C}i}{M} + \frac{\omega}{M} + 1 = -Pk$$

vnde colligitur

$$\omega = \frac{(P-1)(i+1)}{\mathfrak{B}(m-1) - P + 1}$$

vt maneat $\mathfrak{B}$ indefinitum; et

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)M - \omega}{i}$$

quae quantitas cum debeat eſſe poſitiua, debet eſſe vel i negatiuum vel ſi eſſet i poſitiuum, deberet eſſe

$$-(1 + Pk)M - \omega > 0 \text{ ſiue}$$

$$-(1 + Pk)\left(\frac{\omega + i + 1}{m-1}\right) - \omega > 0 \text{ ſeu}$$

$$-\omega(m + Pk) - (1 + Pk)(i + 1) > 0$$

vnde patet, fractionem ω negatiuam eſſe debere; ita, vt hinc campus apparens diminuatur.

Videa-

Videamus iam, an marginem coloratum tollere vel huic aequationi ſatisfacere poſſimus:

$$0 = +\omega . \frac{1}{P} - \frac{i}{Pk} + \frac{1}{Pkk'}$$

vnde colligimus

$$0 = \omega - \frac{i}{k} + \frac{1}{kk'} \text{ adeoque}$$

$$k' = \frac{-1}{k\omega - i} = \frac{1}{i - k\omega}$$

qui valor debet eſſe poſitiuus adeoque $k\omega - i < 0$, de quo deinceps videbimus. Nunc adhuc aequationem pro confuſione aperturae tollenda contemplemur, quae ſequenti modo exhibebitur:

$$\alpha = kx\sqrt[3]{\mu m}\left(\lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{1}{B^3\mathfrak{C}Pk}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) - \frac{\lambda'''}{B^3C^3.m}\right)$$

pro qua expreſſione hactenus ſumſimus $x = \frac{m}{50}$ dig. et $k = 50$.

Coroll. 1.

301. Pro dijudicandis litteris ω et i, vtrum valores habere queant poſitiuos an negatiuos, conſiderandae ſunt hae duae formulae:

$$\text{I. } \mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)M - \omega}{i}$$

$$\text{II. } k' = \frac{1}{i - k\omega}$$

ex quarum prima patet, ambas litteras i et ω ſimul poſitiuas eſſe non poſſe, quia alioquin $\mathfrak{C}$ foret negatiuum; quae littera tamen valorem poſitiuum habere debet. Ex ſecunda vero euidens eſt, fieri non poſſe,

vt ſit $\omega > 0$ et $i < 0$, quia alioquin k' prodiret negatiuum.

Coroll. 2.

302. Ex his duobus caſibus ſequitur litteram ω nunquam poſitiuam eſſe poſſe, quae conditio ita enunciari poteſt, vt ſecunda lens ſemper campum apparentem imminuere debeat.

Coroll. 3.

303. Cum igitur ω ſemper debeat eſſe negatiuum, ponatur $\omega = -\zeta$, vt ſit $\mathfrak{B}\zeta = (1 - P) M$ et $M = \frac{1 + i - \zeta}{m - 1}$. Noſtrae vero formulae, neceſſario poſitiuae, erunt

I. $\mathfrak{C} = \frac{-(1 + Pk) M + \zeta}{i}$

II. $k' = \frac{1}{i + k\zeta}$

vnde ſi ſit i fractio poſitiua, debet eſſe $\zeta > (1 + Pk) M$.

Sin autem i ſit fractio negatiua, puta $i = -y$, per primam debet eſſe $\zeta < (1 + Pk) M$ et ſimul $\zeta > \frac{y}{k}$.

Coroll. 4.

304. Praeterea etiam manifeſtum eſt, fractionem $\zeta = -\omega$ nunquam euaneſcere poſſe, ſi enim ſit $i > 0$ debet eſſe $\zeta > (1 + Pk) M$. Sin autem ſit $i < 0$ ſeu $i = -y$ debet eſſe $\zeta > \frac{y}{k}$.

Coroll.

Coroll. 5.

305. Quia casu $i = -y$, duplicem inuenimus conditionem, priorem $\zeta < (1 + Pk) M$ et posteriorem $\zeta > \frac{y}{k}$; ex earum comparatione necesse est, vt sit $(1 + Pk) M > \frac{y}{k}$ seu $y < (1 + Pk) kM$.

Scholion.

306. Tot autem casus diuersi ideo potissimum habent locum, quod in solutione problematis non definitur, vtrum lens obiectiua habeat suam distantiam focalem α positiuam an negatiuam. Vtrumque autem vsu venire potest, siquidem circa litteram P nihil aliud praecipitur, nisi quod sit positiua ideoque eius valor a ciphra vsque in infinitum augeri queat.

Quamdiu autem littera P intra limites o et 1 continetur, α valorem habere debet negatiuum seu lens obiectiua erit concaua, et littera B positiua ideoque et $\mathfrak{B}$; vnde fit $\zeta = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ adeoque positiuum. Sin autem statuatur $P = 1$, quo casu binae lentes priores sibi immediate iunguntur, fit $\zeta = 0$, qui casus, vti vidimus, penitus excluditur, ita, vt lens obiectiua duplicata esse nequeat. At si sit P maior vnitate, necessario fit α positiuum seu lens obiectiua conuexa; vnde B fit negatiuum, neque vero hinc definitur $\mathfrak{B}$. At quia nouimus esse ω negatiuum seu ζ positiuum ob $\zeta = -\frac{(P-1)M}{\mathfrak{B}}$ patet, litteram $\mathfrak{B}$ negatiuam esse debere, hincque porro concluditur, $-B$ esse vnitate mi-

nus. Si denique P sit numerus infinitus, secunda lens in ipso loco prioris imaginis constituetur et ex eius distantia focali q concluditur

$$\mathfrak{B} = -\mathrm{P}.\frac{q}{\alpha} = -\infty \text{ hincque } \mathrm{B} = -1;$$

atque sic contemplati sumus obiter omnes casus pro littera P; qui autem nunc diligentius perpendi merentur. Ante omnia autem notari conuenit, sumi non posse $\mathrm{P} = 0$, quia iam primum interuallum fieret infinitum, nisi distantia α esset infinite parua, quod autem foret aeque absurdum, quia prima lens aperturam definitam admittere debet.

I. Evolutio casus, quo $\mathrm{P} < 1$.

307. Pro hoc casu iam animaduertimus, fore $\alpha < 0$, quae negatio ne turbet ponamus $\alpha = -a$ eritque

$$b = \frac{a}{\mathrm{P}};\quad c = \frac{\mathrm{B}a}{\mathrm{P}k};\quad d = \frac{\mathrm{BC}a}{m}$$

$$\beta = \frac{\mathrm{B}a}{\mathrm{P}};\quad \gamma = \frac{\mathrm{BC}a}{\mathrm{P}k}$$

vnde patet, ambas litteras B et C debere esse positiuas; vnde litterae germanicae $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ non solum erunt quoque positiuae, sed etiam vnitate minores; quare cum sit $\mathfrak{B}\zeta = (1-\mathrm{P})\mathrm{M}$, manifesto sequitur fore $\zeta > (1-\mathrm{P})\mathrm{M}$. Deinde ob

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+\mathrm{P}k)\mathrm{M}+\zeta}{i} \text{ et } k' = \frac{1}{1+k\zeta},$$

non solum esse debet

$$\frac{-(1+\mathrm{P}k)\mathrm{M}+\zeta}{i} > 0, \text{ sed etiam } \frac{-(1+\mathrm{P}k)\mathrm{M}+\zeta}{i} < 1.$$

quod

quod quo clarius explicetur, duos casus examinari conueniet

I. Si i sit positiuum

ex valore $\mathfrak{C}$ nanciscimur has conditiones

$\zeta > (1 + Pk) M$ et $\zeta < (1 + Pk) M + i$

conditio autem litterae k' sic sponte impletur. Quia autem iam inuenimus $\zeta > (1 - P) M$; nunc inde patet, esse debere $(1 + Pk) M + i > (1 - P) M$ ideoque $i > - P(k + 1) M$; id quod semper est verum, dummodo i sit positiuum, vti supponimus.

II. Si i sit negatiuum.

ponatur $i = -y$ eritque

$\mathfrak{C} = \frac{(1+Pk)M - \zeta}{y}$, $k' = \frac{1}{k\zeta - y}$.

Inde igitur sequuntur hae conditiones,

$\zeta < (1 + Pk) M$

$\zeta > (1 + Pk) M - y$; hinc vero $\zeta > \frac{y}{k}$;

at supra iam inuenimus, $\zeta > (1 - P) M$; vnde sequitur fore $(1 + Pk) M > \frac{y}{k}$ siue $y < (1 + Pk) k M$.

Isto igitur casu, quo $P < 1$, fractio i tam positiue capi poterit, quam negatiue, ac si positiue accipiatur, eius valorem nulla limitatione restringi. Quare cum i vnitatem superare nequeat, poterit sine haesitatione statim poni $i = 1$ ita, vt pro campo apparente fiat $\Phi = \frac{2-\zeta}{m-1} \cdot \xi$, dummodo ζ non superet vnitatem. Nulla autem ratio suadet, capere i negatiuum, quia tum campus nimium diminueretur.

II. Euo-

II. Euolutio casus, quo $P > 1$.

308. Quia hic est α quantitas positiua ideoque b negatiua, debet esse B negatiuum, at C, vt ante, positiuum. Deinde etiam vidimus esse $\mathfrak{B}$ negatiuum ideoque $-\mathfrak{B} < 1$; vnde fit $\zeta = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ adeoque positiuum, vbi tantum notetur $\mathfrak{B}$ tam paruum accipi non debere, vt ζ superet vnitatem. Deinde habetur

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} \text{ et } k' = \frac{1}{i+k\zeta};$$

ex quibus formulis plane eadem sequuntur, quae in casu praecedente sunt allata; vnde videtur etiam statui posse $i = 1$; dummodo ex valore pro ζ ante dato sit $\frac{1-P}{\mathfrak{B}} > 1 + Pk$ siue $-\mathfrak{B} < \frac{P-1}{Pk+1}$ et

$$-\mathfrak{B} > \frac{(P-1)M}{(1+Pk)M+1}.$$

III. Euolutio casus, quo $P = \infty$.

309. Hoc ergo casu, vt iam supra notauimus, erit $B = -1$ et $\mathfrak{B} = -\frac{Pq}{\alpha}$.

Nunc autem euidens est, statui debere $k = 0$, ita tamen vt sit $Pk = \vartheta$ ex quo elementa erunt

$$b = 0;\ \beta = 0;\ c = \frac{\alpha}{\theta};\ \gamma = \frac{C\alpha}{\theta};\ d = \frac{C\alpha}{m}.$$

Deinde cum sit $\mathfrak{B}\zeta = (1-P)M$ habebitur nunc $\zeta = \frac{M\alpha}{q}$; vnde $q = \frac{M\alpha}{\zeta}$. Deinde binae nostrae formulae erunt $\mathfrak{C} = \frac{-(1+\theta)M+\zeta}{i}$ et $k' = \frac{1}{i}$, vbi cum nihil impediat, quominus ponatur $i = 1$, erit hoc casu $k' = 1$ et $Pk = \vartheta = m$ ita, vt sit $\mathfrak{C} = -(1+m)M+\zeta$;

ex

ex quo valore hi limites colliguntur: $\zeta > (1+m)M$; $\zeta < (1+m)M+1$, at vero est $M = \frac{2-\zeta}{m-1}$; ideoque $\zeta > \frac{(1+m)(2-\zeta)}{m-1}$ ideoque $\zeta > \frac{m+1}{m}$ qui valor etsi vnitatem superat, tamen in praxi locum habere potest, dummodo littera ξ in eadem ratione diminuatur; ita vt $\zeta\xi$ non superet valorem $\frac{1}{4}$, siquidem $\frac{1}{4}$ pro apertura maxima accipiatur. Sin autem sumsissemus $i = \frac{1}{2}$ prodiisset $k' = 2$ hincque $m = 2\vartheta$ seu $\vartheta = \frac{m}{2}$ sicque haberemus $\zeta > (1+\frac{1}{2}m)M$ et $\zeta < (1+\frac{1}{2}m)M+\frac{1}{2}$; quia autem est $M = \frac{3-2\zeta}{2(m-1)}$; prior conditio dat

$$\zeta > (1+\tfrac{1}{2}m)\left(\frac{3-2\zeta}{2(m-1)}\right) \text{ siue } \zeta > \frac{2+m}{2m};$$

ideoque multo magis $\zeta > \frac{1}{2}$. Ex quo patet, campum apparentem ob valorem ζ magis imminui, quam ob valorem i augeri, sicque eum semper aliquanto minorem fieri, quam in tubis astronomicis communibus. Supra iam obseruauimus, talem lentis locum in praxi vitari oportere.

IV. Euolutio casus prorsus singularis quo $i = 0$.

310. Cum sit $i = 0$ et $\mathfrak{C}$ vnitatem superare nequeat, ob

$$\mathfrak{C}i = -(1+Pk)M + \zeta \text{ erit}$$

$$\zeta = (1+Pk)M \text{ hincque } Pk = \frac{\zeta}{M} - 1;$$

at est $k' = \frac{1}{k\zeta}$, ob $Pkk' = m$ erit $Pk = mk\zeta$; ideoque $P = m\zeta$. Quare ille valor pro Pk inuentus huic aequalis positus dabit $mk\zeta = \frac{\zeta}{M} - 1$; hincque

 $k =$

$k = \frac{1}{Mm} - \frac{1}{m\zeta}$ ex quo porro habetur $k' = \frac{Mm}{\zeta - M}$ quia vero est $M = \frac{1-\zeta}{m-1}$, nascetur

$$k = \frac{m-1}{(1-\zeta)m} - \frac{1}{m\zeta} = \frac{m\zeta - 1}{m(1-\zeta)\zeta}$$

$$k' = \frac{m(1-\zeta)}{m\zeta - 1} \text{ et } P = m\zeta \text{ atque } Pk = \frac{m\zeta - 1}{1-\zeta},$$

qui valores cum neutiquam a $\mathfrak{C}$ pendeant, hoc insigne lucrum iam sumus adepti, vt littera C penitus arbitrio nostro relinquatur, sicque efficere poterimus, vt posteriores distantiae determinatrices ipsaeque lentes posteriores, quae hactenus plerumque nimis paruae sunt repertae, nunc datae magnitudinis fieri queant, in quo certe maximum commodum consistit; quod denique ad litteras $\mathfrak{B}$ et B attinet, duos casus considerari oportet, prouti $P = m\zeta$ fuerit vel vnitate minor vel vnitate maior.

I. Sit igitur $m\zeta < 1$, seu $\zeta < \frac{1}{m}$ et habebitur

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)M}{\zeta} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta};$$

ibi autem vidimus, $\mathfrak{B}$ esse debere positiuum et vnitate minus; quocirca hoc casu, quo $\zeta < \frac{1}{m}$ ob

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta} \text{ debet esse}$$

$$(1 - m\zeta)(1-\zeta) < (m-1)\zeta \text{ seu}$$

$$m\zeta^2 - 2m\zeta + 1 < 0;$$

vnde colligitur, capi debere intra limites $\frac{1}{m}$ et $\frac{1}{2m}$.

Cum autem litterae k et k' necessario sint positiuae, ad hoc necessario requiritur, vt sit $m\zeta > 1$

seu

seu $\zeta > \frac{1}{m}$; ob quam conditionem casus primus statim excludi debuisset.

II. Sit igitur $P (= m\zeta) > 1$ seu $\zeta > \frac{1}{m}$, prouti valores k et k' postulant, atque ad casum secundum recurrere debemus, pro quo cum iterum sit

$$\mathfrak{B} = \frac{(1 - m\zeta)(1 - \zeta)}{(m - 1)\zeta}$$

simulque notetur $\mathfrak{B}$ esse debere negatiuum sine vlla alia conditione, nisi quod esse debeat $\zeta < 1$, vti quidem ratio campi absolute postulat; ita, vt iam contineatur intra limites 1 et $\frac{1}{m}$; manifestum autem est, expedire, vt ζ quam minime limitem $\frac{1}{m}$ superet. Ex quo operae pretium videtur, duo exempla adiungere, in quorum altero ζ limiti priori $\frac{1}{m}$, in altero vero limiti posteriori 1 propius accipiatur.

Exempl. I.

311. Pro casu postremo, quo $i = 0$ si statuatur $\zeta = \frac{2}{m}$, telescopium inde oriundum describere.

Hoc igitur casu habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{-(m-2)}{2(m-1)} \text{ et } B = \frac{-(m-2)}{3m-4}.$$

Porro $P = 2$; $k = \frac{m}{2(m-2)}$; $k' = m - 2$; $M = \frac{m-2}{m(m-1)}$ vnde distantiae nostrae determinatrices ob α positiuum erunt

$$b = \frac{-\alpha}{2}; \; c = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} \cdot \alpha$$

$$\beta = \frac{m-2}{2(3m-4)} \cdot \alpha; \; \gamma = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} C\alpha$$

 $d =$

$$d = \frac{m-2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha; \quad q = \frac{m-2}{4(m-1)} \cdot \alpha.$$

$$r = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha; \quad s = \frac{m-2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha.$$

Tum vero interualla lentium

$$\alpha + b = \tfrac{1}{2}\alpha; \quad \beta + c = \frac{(m-2)(3m-4)}{2m(3m-4)} \alpha = \frac{m-2}{2m} \cdot \alpha$$

$$\gamma + d = \frac{(m-1)(m-2)}{m(3m-4)} \cdot \mathfrak{C} \alpha.$$

et diſtantia oculi $O = \frac{m-1}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha$ et campi ſemidiameter $\Phi = \frac{m-2}{m(m-1)} \cdot \xi$. qui ſi in menſura angulorum defideretur ſumi poteſt $\xi = 859$. min. ob $\xi = \frac{1}{4}$.

Diſtantia denique focalis lentis obiectiuae α definiri debet ex formula in problemate data, vbi notandum eſt, ipſius λ' coëfficientem circiter fore 4, et ipſius λ'' coëfficiens ſemper maior erit, quam 27, qui termini cum omnes ſint poſitiui, euidens eſt, pro α ſemper ingentem valorem reperiri, ita, vt haec teleſcopia valde longa euadant.

Exempl. II.

312. Pro caſu poſtremo, quo $i = 0$, ſi ſumatur $\zeta = \frac{1}{2}$, teleſcopium inde oriundum deſcribere.

Hoc igitur caſu erit $\mathfrak{B} = \frac{-(m-2)}{2(m-1)}$ et $B = \frac{-(m-2)}{3m-4}$; $P = \frac{m}{2}$; $k = \frac{2(m-2)}{m}$; $k' = \frac{m}{m-2}$; $M = \frac{1}{2(m-1)}$; vnde diſtan-

diſtantiae determinatrices

$$b = -\frac{2\alpha}{m};\ c = \frac{\alpha}{3m-4}$$

$$\beta = \frac{2(m-2)\alpha}{m(3m-4)};\ \gamma = \frac{C\alpha}{3m-4}$$

$$d = \frac{m-2}{(3m-4)m} C\alpha.$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{m-2}{m(m-1)}\alpha$$

$$r = \frac{\mathfrak{C}\alpha}{3m-4};\ s = \frac{m-2}{(3m-4)m} C\alpha$$

et interualla

$$\alpha + b = \frac{m-2}{m}\alpha;\ \beta + c = \frac{\alpha}{m}$$

$$\gamma + d = \frac{2(m-1)C\alpha}{m(3m-4)} \text{ et}$$

$$O = \frac{2(m-1)(m-2)C\alpha}{mm(3m-4)}$$

nunc vero campi ſemidiameter erit tantum

$$\Phi = \frac{430}{m-1} \text{ minut.}$$

In formula autem pro diſtantia α definienda notandum eſt, coefficientem λ' fore $\frac{16}{m}$, ipſius vero $\lambda'' > \frac{27}{m\mathfrak{C}^3}$ ſiquidem multiplicatio ſit praemagna; vnde patet, pro α valorem multo minorem prodire, ita vt hinc teleſcopia ſatis idonea obtinerentur, ſi modo campus non eſſet tam exiguus.

Coroll. I.

313. Quia pro lente tertia ſumſimus i hincque et $\pi' = 0$, eius apertura ex formulis generalibus definiri

 debet,

debet, cuius ſemidiameter erit $= \frac{rx}{\mathrm{B}\mathfrak{C}\alpha}$, qui ergo pro priori exemplo fit $\frac{m-2}{m}x$ pro ſecundo autem $\frac{x}{m-2}$ vnde ſi ſumatur $x = \frac{m}{50}$ dig. hiç ſemidiameter erit circiter $\frac{1}{50}$ dig. quae ergo lens commodiſſime locum diaphragmatis tenebit.

Coroll. 2.

314. Si quaſi medium ſumendo inter duo exempla allata ſtatuatur $\zeta = \frac{1}{\sqrt{m}}$, erit $\mathrm{P} = \sqrt{m}$ et $k = 1$ et $k' = \sqrt{m}$; porro $\mathfrak{B} = -\frac{(\sqrt{m}-1)}{\sqrt{m}+1}$; $\mathrm{B} = \frac{-(\sqrt{m}-1)}{2\sqrt{m}}$; $\mathrm{M} = \frac{1}{m+\sqrt{n}}$ atque hinc

$$b = -\frac{\alpha}{\sqrt{m}};\ \beta = \frac{+(\sqrt{m}-1)\alpha}{2m};\ c = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}.\alpha$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}\mathrm{C}\alpha;\ d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}\mathrm{C}\alpha \text{ ergo}$$

$$a+b = (1-\frac{1}{\sqrt{m}})\alpha;\ \beta+c = \frac{\sqrt{m}-1}{m}\alpha$$

$$\gamma+d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}\mathrm{C}\alpha(1+\frac{1}{\sqrt{m}}) = \frac{m-1}{2m\sqrt{m}}\mathrm{C}\alpha$$

et diſtantia oculi $\mathrm{O} = +\frac{(m-1)}{2mm}.\alpha$

quare longitudo teleſcopii erit $\frac{m-1}{m}(1+\frac{1+\sqrt{m}}{2m}\mathrm{C})\alpha$ ac denique ſemidiameter campi $\Phi = \frac{\xi}{m+\sqrt{m}} = \frac{859}{m+\sqrt{m}}$ min. et ſemidiam. apert. tertiae lentis $= \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{50}$ dig.

Scholion.

315. Simili modo, quo hic caſum $i = 0$ expediuimus, etiam quaeſtio in genere pro quouis valore

lore ipſius i reſolui poterit; ex aequatione enim

$\mathfrak{C}\, i = -(1 + P\,k)\,M + \zeta$ quum deducatur

$P\,k = \frac{\zeta - \mathfrak{C}\, i}{M} - 1$ et quia eſt

$M = \frac{1 + i - \zeta}{m - 1}$ fiet $P\,k = -\frac{\mathfrak{C}\, i(m-1) + m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta}$.

Verum ob $k' = \frac{1}{i + k\zeta}$ erit etiam

$P\,k = \frac{m}{k'} = m\,(i + k\,\zeta)$;

vnde colligimus

$$-\frac{\mathfrak{C}\, i}{M} + \frac{m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta} = m\,i + m\,k\,\zeta$$

hincque

$$k = -\frac{\mathfrak{C}\, i}{M . m\zeta} + \frac{m\zeta + m\,i\zeta - m\,i\,i - m\,i - i - 1}{(1 + i - \zeta)\,m\zeta}$$

et quia eſt

$i + k\,\zeta = -\frac{\mathfrak{C}\, i}{M m} + \frac{m\zeta - i - 1}{(1 + i - \zeta)\,m}$ erit

$k' = \frac{m(1 + i - \zeta)}{m\zeta - \mathfrak{C}\, i(m - 1) - i - 1}$ ideoque

$P\,k = \frac{m\zeta - \mathfrak{C}\, i(m - 1) - i - 1}{1 + i - \zeta}$ et $P = \frac{m}{k\,k'}$;

quia nunc k' debet eſſe quantitas poſitiua, neceſſe eſt, vt ſit $m\,\zeta > \mathfrak{C}\, i\,(m - 1) + i + 1$; vnde facto calculo ſemper reperietur eſſe $P > 1$, ita, vt etiamſi non ſit $i = 0$ tamen ſolus caſus ſecundus ſupra memoratus locum habeat. Quia autem hypotheſis $i = 0$ tam commodam et concinnam ſupeditauit reſolutionem; nulla plane eſt ratio, cur litteram i ſiue poſitiuam ſiue negatiuam aſſumere vellemus, cum pro commodo nullum inde lucrum ſit exſpectandum. Praeter

ter concinnitatem calculi autem duo commoda, quae nobis ista hypothesis $i = o$ largitur, maximi sunt momenti quorum alterum, vti vidimus, in hoc consistit, vt litterae $\mathfrak{C}$ et C arbitrio nostro permittantur, hocque modo nimia lentis ocularis paruitas euitari queat: alterum vero commodum huic nihil cedere est censendum, propterea quod tam exigua apertura lenti tertiae sine vllo siue campi siue claritatis detrimento tribui possit, vt omne lumen peregrinum tutius, quam per diaphragmata ordinaria excludatur.

Problema 3.

316. Si telescopium huius generis ita ex quatuor lentibus sit componendum, vt binae mediae ambae inter imaginem priorem et posteriorem constituantur, indolem eius indagare eiusque constructionem describere.

Solutio.

Positis igitur, vt ante, nostris fractionibus

$\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$; $\frac{\gamma}{d} = -R$;

hic litterae P et R debent esse negatiuae manente Q positiua: quare si ponatur $P = -k$ et $R = -k'$, vt sit $m = Qkk'$ elementa nostra ita se habebunt:

$$b = \frac{\alpha}{k};\ \beta = \frac{B\alpha}{k};\ c = \frac{-B\alpha}{Qk};$$

$$\gamma = \frac{-BC\alpha}{Qk};\ d = \frac{-BC\alpha}{Qkk'} = \frac{-BC\alpha}{m}$$

hincque

hincque interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 + \frac{1}{k}\right);\ \text{ideoque}\ \alpha > 0$$

$$\beta + c = \frac{B\alpha}{k}\left(1 - \frac{1}{Q}\right);\ \text{hinc}\ B\left(1 - \frac{1}{Q}\right) > 0$$

$$\gamma + d = \frac{-BC\alpha}{Qk}\left(1 + \frac{1}{k'}\right);\ \text{hinc}\ BC < 0$$

Pro campo apparente ſtatuamus $\pi = -\omega\xi$; $\pi' = +i\xi$ et $\pi'' = -\xi$ vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m - 1}.\ \xi = M\xi,\ \text{exiſtente}\ M = \frac{\omega + i + 1}{m - 1}$$

atque hinc primo erit diſtantia oculi

$$O = \frac{-\pi''}{\Phi}.\ \frac{d}{m} = \frac{d}{Mm}$$

deinde margo coloratus euaneſcet, ſi fuerit

$$0 = \frac{\omega}{P} + \frac{i}{PQ} + \frac{1}{PQR}\ \text{ſeu}$$

$$0 = -\frac{\omega}{k} - \frac{i}{Qk} + \frac{1}{Qkk'}$$

vnde concludimus

$$k' = \frac{1}{i + Q\omega}\ \text{et}\ m = \frac{Qk}{i + Q\omega}$$

tum vero conſiderari oportet ſequentes aequationes:

$$-\frac{\mathfrak{B}\omega}{M} = 1 + k;\ \frac{\mathfrak{C}i}{M} + \frac{\omega}{M} = -1 - Qk\ \text{ſeu}$$

$$\mathfrak{C}i = -(1 + Qk)M - \omega\ \text{et}$$

$$\mathfrak{B}\omega = -(1 + k)M$$

quarum euolutio commode generaliter inſtitui non poteſt, ſed caſus magis particulares contemplari conueniet. Verum caſus extremi duo habentur; alter, quo

quo lens in ipſam imaginem priorem, alter vero, quo in imaginem poſteriorem cadit. Illo ſcilicet fit $Q = o$; hoc vero $Q = \infty$. Inter hos autem quaſi medius quidam praecipue perpendi meretur oriundus ex valore $Q = 1$, quos caſus deinceps ſeorſim euoluamus. Hic igitur tantum ſupereſt formulam adiungere pro confuſione deſtruenda; ex qua ſcilicet diſtantia α determinatur

$$\alpha = kx\sqrt[3]{\mu m\left(\lambda + \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{1}{B^3\mathfrak{C}QK}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) - \frac{\lambda'''}{B^3C^3m}\right)}$$

Coroll. 1.

317. Quoniam inuenimus $k' = \frac{1}{i + Q\omega}$, ob $Q > o$ euidens eſt, ambas litteras i et ω ſimul negatiuas eſſe non poſſe. Neque vero etiam ambae poſſunt eſſe poſitiuae, ſi enim ω eſſet poſitiuum, foret $\mathfrak{B}$ ideoque et B negatiuum; hincque ob $BC < o$ deberet eſſe C poſitiuum, ideoque et $\mathfrak{C}$ poſitiuum, ac proinde $\mathfrak{C}i$ poſitiuum, id quod fieri non poſſe ex valore pro $\mathfrak{C}i$ ſupra dato manifeſtum eſt.

Coroll. 2.

318. Cum igitur ambae litterae ω et i nec poſitiuae nec negatiuae eſſe queant; neceſſe eſt, alteram eſſe poſitiuam, alteram negatiuam. Si ſit $\omega > o$, modo vidimus, eſſe debere $\mathfrak{B} < o$ et $B < o$ hincque $C > o$. Sin autem ſit $\omega < o$, erit $\mathfrak{B} > o$; de B vero hinc nihil definitur. Ex altera vero aequatione poſito

fito $\omega = -\zeta$, erit $\mathfrak{C}\,i = -(1+Qk)M + \zeta$ vnde intelligitur, fi fuerit $\zeta > (1+Qk)M$ fore $\mathfrak{C} > 0$; fin autem fit $\zeta < (1+Qk)M$ fore $\mathfrak{C} < 0$. Prius autem euenit, fi fuerit $1+k > (1+Qk)\mathfrak{B}$, feu $\mathfrak{B} < \frac{1+k}{1+Qk}$. Pofterius vero fi $\mathfrak{B} > \frac{1+k}{1+Qk}$; hoc ipfo autem pofteriori cafu cum fint $\mathfrak{C}$ et C negatiua, debet effe B pofitiuum; ideoque $\mathfrak{B} < 1$ ex quo fequitur fore $Q > 1$.

Euolutio cafus primi, quo $Q = 0$.

319. Quia eft $Q = 0$ erit fecundum interuallum $= -\frac{B\alpha}{Qk} = c$; ideoque $\beta = 0$. ergo vel $B = 0$ vel $k = \infty$. At prius fieri nequit, foret enim $\mathfrak{B} = 0$ et q feu diftantia focalis fecundae lentis $= 0$, quod eft abfurdum. Reftat ergo, vt fit $k = \infty$ et cum fit $q = \frac{\mathfrak{B}\alpha}{k}$ erit $\mathfrak{B} = \frac{kq}{\alpha} = \infty$, atque hinc $B = -1$. Ex quo fequitur ob $BC < 0$ fore $C > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. Cum vero fit $Q = 0$ et $K = \infty$, productum QK debet effe finitum, quare ftatuatur $QK = l$, vt fit

$$b = 0;\ \beta = 0;\ c = \frac{+\alpha}{l};\ \gamma = \frac{C\alpha}{l};$$

$$d = \frac{C\alpha}{m};\ \text{porroque}\ O = \frac{C\alpha}{Mm^2}.$$

Deftructio vero marginis colorati poftulat $k' = \frac{1}{i}$; ita, vt iam i certe fit fractio pofitiua, et $m = \frac{l}{i}$. Ambae autem aequationes noftrae fundamentales dabunt, prior $\mathfrak{B}\,\omega = -kM$ fiue $\frac{kq\omega}{\alpha} = -kM$; ideoque $\omega = -\frac{M\alpha}{q}$; pofterior vero $\mathfrak{C}\,i = -(1+l)M + \frac{M\alpha}{q}$;

 quod

quod cum debeat esse positiuum, oportet esse $\frac{\alpha}{q} > l + 1$; siue $q < \frac{\alpha}{1 + l}$. Quia $\omega < 0$, scribatur $\omega = -\zeta$ et litteras i et ζ in calculo retineamus eritque $l = mi$; $q = \frac{M\alpha}{\zeta}$ ac proinde $\mathfrak{C}\, i = -(1 + mi)\, M + \zeta$. Vnde cum sit $\mathfrak{C} > 0$, simulque $\mathfrak{C} < 1$ nanciscimur hos limites:

$$1^\circ.\ \zeta > (1 + mi)\, M;\quad 2^\circ.\ \zeta < (1 + mi)\, M + i$$

cum iam sit $M = \frac{1 + i - \zeta}{m - 1}$, hoc valore substituto ex istis limitibus colliguntur sequentes

$$1^\circ.\ \zeta > \frac{1 + mi}{m} \text{ et } 2^\circ.\ \zeta < \frac{1 + mi}{m} + \frac{(m - 1)i}{m(1 + i)}$$

$$\text{siue } \zeta < \frac{1 + 2mi + mii}{m(1 + i)},$$

ex quibus si littera i pro lubitu capiatur indeque ζ debite assumatur, omnia pro telescopio erunt determinata, quo autem melius de campo iudicare possimus, loco ζ seorsim vtrumque limitem substituamus ac prior quidem limes dabit $M = \frac{1}{m}$; alter vero limes minor $M = \frac{1}{m(1 + i)}$; inter quos valores littera M ideoque et campus apparens continebitur.

Pro definienda autem distantia α formula superior hanc induet formam

$$\alpha = k x \sqrt[3]{\mu m \left(\lambda + * + \frac{1}{\mathfrak{C} i}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{c}\right) + \frac{\lambda'''}{c^3 m}\right)}$$

De hoc autem casu iterum valet, quod supra commemorauimus, scilicet ob impuritates minimas lentis in

in loco imaginis conftitutae repraefentationem obiecto-rum inquinari.

De cetero autem campus femper maior eft femiffi campi fimplicis, quem vero defectum noua lente adjicienda facile fupplere licet.

Euolutio cafus, quo $Q = \infty$.

320. Hoc ergo cafu fit fecundum interuallum $\beta + c = \frac{B\alpha}{k}$; vnde fequitur B pofitiuum ideoque C negatiuum. Tum vero quia $c = -\frac{\beta}{Q}$ erit $c = 0$ et $\gamma = 0$. Cum autem huius lentis diftantia focalis fit $r = \mathfrak{C}c$, erit $\mathfrak{C} = \infty$ hincque $C = -1$ et quia $B > 0$, fiet $\mathfrak{B} > 0$, at < 1.

Cum porro fit $m = Qkk'$, neque vero $k = 0$, neceffe eft, vt fit $k' = 0$, ex quo ponatur $Qk' = l$, vt fiat $m = kl$. Iam vero ex margine colorato habemus $k' = \frac{1}{l + Q\omega} = \frac{l}{Q}$; vnde fequitur $\omega = \frac{1}{l}$ hincque pofitiuum. Cum autem $\mathfrak{B}$ fit pofitiuum, ex prima aequatione fundamentali fequitur $\omega = \frac{-(1+k)M}{\mathfrak{B}}$ vnde oporteret effe ω quantitatem negatiuam, quod cum illi conclufioni aduerfetur, manifeftum eft, hunc cafum effe impoffibilem feu potius hoc cafu marginem coloratum deftrui non poffe. Ceterum hoc cafu lens tertia in ipfo loco fecundae imaginis foret conftituta, quod cum contradictionem inuoluat, hinc facile intelligitur, tertiam lentem notabili interuallo ante imaginem pofteriorem conftitutam effe debere.

Euolutio casus prorsus singularis, quo $Q = 1$ et radii per binas lentes priores transmissi iterum fiunt paralleli.

321. Hoc ergo casu telescopium erit quasi ex duobus tubis astronomicis compositum, certo quodam interuallo ab eodem axe a se inuicem remotis, ad quod genus vulgaria telescopia terrestria dicta, sunt referenda. Cum igitur sit $Q = 1$, ne interuallum secundum $\beta + c$ ob $\beta = -Qc$ euanescat, debet esse tam β, quam c, infinitum, id quod eueniret, tam si $k = 0$, quam si $B = \infty$. prius autem hic locum habere nequit, quia interuallum primum etiam fieret infinitum; ex quo necesse est, vt sit $B = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$. Ne autem tertium interuallum euadat $= \infty$; productum BC debet esse quantitas finita et negatiua; quare statuatur $BC = -\vartheta$; ideoque $C = -\frac{\theta}{B} = 0$. Vt autem interuallum medium valorem finitum, puta $= \eta\alpha$, obtineat, quantitas B non tanquam vere infinita, sed tantum praegrandis considerari debet, donec scilicet conditionibus praescriptis satisfecerimus, vnde etiam valor ipsius Q aliquantillum ab vnitate discrepare reperietur, quoniam enim esse debet

$$\frac{B\alpha}{k}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = \eta\alpha; \text{ inde fit}$$

$$Q = \frac{B}{B - \eta k} = 1 + \frac{\eta k}{B};$$

tum vero etiam erit

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{1 + B} \text{ et } C = -\frac{\theta}{B} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{-\theta}{B - \theta} = \frac{-\theta}{B}.$$

His

His notatis noſtrae aequationes fundamentales erunt

$$\omega = \frac{-(1+k)M(1+B)}{B} \text{ et}$$

$$+\frac{\theta i}{B} = +(1+k)M + \frac{\eta k^2 . M}{B} + \omega$$

in qua ſi loco ω ex priore ſubſtituatur valor inuentus obtinebitur

$$\frac{\theta i}{B} = \frac{\eta k^2 M - (1+k)M}{B} \text{ hincque } i = \frac{(\eta k^2 - k - 1)M}{\theta}$$

et nunc licebit ponere $B = \infty$, $\mathfrak{B} = 1$, $C = \mathfrak{C} = 0$, ita tamen, vt ſit $BC = -\vartheta$. Deſtructio autem marginis colorati praebet $k' = \frac{1}{i+\omega}$ et ob $kk' = m$ colligetur $i + \omega = \frac{k}{m}$; quia deinde eſt $M = \frac{1+i+\omega}{m-1}$ fiet nunc $M = \frac{m+k}{m(m-1)}$ et ſi valores pro i et ω inuenti ſubſtituantur in formula $i + \omega = \frac{k}{m}$ orietur haec aequatio

$$\frac{k}{m} = \frac{(\eta k^2 - (1+k)(1+\theta))M}{\theta}$$

et pro M ſubſtituto valore

$$\vartheta(m-1)k = (\eta k^2 - (1+k)(1+\vartheta))(m+k)$$

vnde colligitur

$$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m+k)}{k^2 + 2mk + m}$$

et quia ϑ debet eſſe numerus poſitiuus neceſſe eſt, vt ſit $\eta > \frac{k+1}{k^2}$ et quidem ita, vt ϑ non fiat nimis exiguum, quandoquidem nunc elementa noſtra ita exprimentur

$b =$

$$b = \frac{\alpha}{k};\ \beta = \infty;\ c = \infty;\ \gamma = \frac{\theta\alpha}{k};\ d = \frac{\theta\alpha}{m};$$

$$\alpha + b = \alpha(1 + \frac{1}{k});\ \beta + c = \eta\alpha;\ \gamma + d = \theta\alpha(\frac{1}{k} + \frac{1}{m})$$

indeque diſtantia

$$O = \frac{\theta\alpha}{Mm^2} = \frac{(m-1)\theta\alpha}{m(m+k)}$$

atque diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{\alpha}{k};\ r = \frac{\theta\alpha}{k};\ s = \frac{\theta\alpha}{m}.$$

Diſtantia autem α definiri debet ex aequatione ſequente:

$$\alpha = k\,x\,\sqrt[3]{\mu\, m\left(\lambda + \frac{\lambda'}{k} + \frac{\lambda''}{\theta^3 k} + \frac{\lambda'''}{\theta^3 m}\right)}$$

quare ne valor ipſius α nimis fiat magnus, conuenit k magnum aſſumi, tum vero ϑ non multo minus vnitate; quod ad prius attinet, etiam campus apparens ſuadet, litterae k quam maximum valorem dare, quia tum M continuo magis creſcit; verum probe notandum eſt, in formula $\Phi = M\,\xi$ pro littera ξ eatenus tantum valorem $\frac{1}{4}$ aſſumi poſſe, quatenus litterae i et ω vnitatem non ſuperant; ita, vt ſi vel i vel ω vnitatem ſuperaret, tum ξ in eadem ratione diminui deberet. Quam ob cauſſam maximi momenti eſt, in eum valorem ipſius k inquirere, vnde prodeat $i = 1$. Poſito autem $i = 1$ reperimus

$$1 + \omega = \frac{k}{m};\ \text{ſeu}\ m(m-2) = k^2 + 2mk$$

cuius aequationis reſolutio praebet

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$$

Hic

Hic ſcilicet valor ipſius k nobis praebet $i = 1$ et

$$\omega = \frac{k-m}{m} = \frac{-2m+\sqrt{2m(m-1)}}{m}$$

qui valor eſt negatiuus et vnitate minor, vnde pro campo apparente habebitur

$$\Phi = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{m(m-1)} \cdot \xi = \sqrt{\frac{2}{m(m-1)}} \cdot \xi;$$

ſin autem k adhuc maiorem adipiſceretur valorem, prodiret quidem i maius vnitate, ſed tum ξ ita ſumi deberet, vt fieret $i\xi = \frac{1}{4}$ ſeu $\xi = \frac{1}{4i}$, ſicque pro campo prodiret $\Phi = \frac{1+i+\omega}{m-1} \cdot \frac{1}{4i}$ vnde calculum inſtituenti innoteſcit campum continuo diminui eo magis quo valor ipſius k illum terminum ſuperaverit. Maxime igitur hic caſus lucroſus eſt, ſi capiatur

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}; \text{ vnde fit}$$

$$k' = \frac{m+\sqrt{2m(m-1)}}{m-2}.$$

Scholion.

322. Quia in antecedente problemate caſus maxime memorabilis eſt deductus, ponendo $i = 0$, ſuſpicari quis poſſet, etiam hic talem poſitionem inſtitui conuenire. Quamobrem hic oſtendamus, in hoc problemate neque poſitionem $i = 0$ neque $\omega = 0$ locum habere poſſe. Primo enim ſi eſſet $\omega = 0$, ob $k' = \frac{1}{i+\mathfrak{Q}\omega}$ deberet eſſe $i > 0$, at ob $\omega = 0$ prima aequatio $\mathfrak{B}\omega = -(1+k)M$ ſubſiſtere nequit, niſi ſit $\mathfrak{B} = \infty$, ideoque $B = -1$; iam ob $BC < 0$ debet eſſe C poſitiuum ideoque $\mathfrak{C}$ etiam > 0, ex quo

 patet,

patet, alteram aequationem $\mathfrak{C}\,i = -(1+Qk)\,M$ plane subsistere non posse; sicque euictum est, sumi non posse $\omega = 0$. Simili modo ostendetur, numerum i euanescere non posse; tum enim ob $k' = \frac{1}{1+Q\omega}$ deberet esse $\omega > 0$ hincque posterior aequatio

$$\mathfrak{C}\,i = -(1+Qk)\,M - \omega$$

subsistere nequit, nisi sit $\mathfrak{C}\,i$ quantitas finita negatiua ideoque $\mathfrak{C} = \infty$; vnde fit $C = -1$, et hinc ob $BC < 0$ fiet $B > 0$ simulque $\mathfrak{B} > 0$ id quod primae aequationi $\mathfrak{B}\,\omega = -(1+k)\,M$ manifesto contradicit; ex quo perspicuum est, etiam numerum i non posse capi $= 0$. Neque ergo praeter tres casus hic commemoratos vllus alius hic perpendi meretur atque postremus adeo tantis commodis reliquos omnes antecedit, vt is solus dignus videatur, qui in praxin deducatur; non solum enim maximum campum aperit, sed etiam pro α valorem non nimis magnum largitur, quoniam in illa formula radicali cubica termini post λ sequentes omnes fiunt valde parui eoque minores, quo maior fuerit multiplicatio, quoniam proxime fit $k = m(\sqrt{2}-1) = \frac{1}{2}m$. Tum vero hic etiam numerus ϑ arbitrio nostro permittitur, quo efficere possumus, vt lentes postremae non fiant nimis exiguae, sumto autem ϑ pro lubitu quantitas η sequenti aequatione definietur, quia enim supra inuenimus

$$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m+k)}{k^2 + 2mk + m} \text{ ob } m(m-2) = 2mk + k^2$$

et

et $m + k = \sqrt{2m(m-1)}$ erit

$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{m(m-1)}}$ hincque

$\eta = \frac{k+1}{k^2} + \frac{\theta\sqrt{m(m-1)}}{k^2\sqrt{2}}$

ex quo valore interuallum fecundae et tertiae lentis innotefcit.

Problema 4.

323. Si telefcopium huius generis ita ex quatuor lentibus fit componendum, vt vna lens inter imaginem fecundam et ocularem conftituatur, indolem eius indagare eiusque conftructionem defcribere.

Solutio.

Quia igitur hic prima imago inter lentem primam et fecundam, fecunda vero imago inter lentem fecundam et tertiam cadit, litterae P et Q erunt negatiuae, manente fola R pofitiua. Quare fi ftatuatur $P = -k$ et $Q = -k'$ erunt elementa noftra

$b = \frac{\alpha}{k}$; $\beta = \frac{B\alpha}{k}$; $c = \frac{B\alpha}{kk'}$; $\gamma = \frac{BC\alpha}{kk'}$

et $d = \frac{-BC\alpha}{kk'R} = \frac{-BC\alpha}{m}$.

Hincque interualla

$\alpha + b = \alpha(1 + \frac{1}{k})$; ideoque α pofitiuum

$\beta + c = \frac{B\alpha}{k}(1 + \frac{1}{k'})$

ergo $B > 0$. et $\mathfrak{B} > 0$ et fimul $\mathfrak{B} < 1$

$\gamma + d = \frac{BC\alpha}{kk'}(1 - \frac{1}{R})$ ergo $C(1 - \frac{1}{R}) > 0$.

 Pro

Pro loco autem oculi erit $O = \frac{d}{Mm}$ quae vt ſit poſitiua debet eſſe $d > 0$, vnde haec noua reſultat conditio, vt ſit $C < 0$ quae conditio cum antecedente coniuncta dat $1 - \frac{1}{R} < 0$ ideoque $R < 1$. Quodſi iam ponamus $\pi = -\omega\xi$, $\pi' = i\xi$ et $\pi'' = -\xi$, vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m - 1}\xi = M\xi, \text{ exiſtente } M = \frac{\omega + i + 1}{m - 1};$$

aequationes noſtrae fundamentales erunt $\mathfrak{B}\omega = -(1 + k)M$ et $\mathfrak{C}i = -(1 - kk')M - \omega$; ex quarum priore ſtatim ob $\mathfrak{B} > 0$ liquet fore $\omega < 0$.

Deſtructio autem marginis colorati poſtulat, vt ſit

$$0 = \frac{\omega}{P} + \frac{i}{PQ} + \frac{1}{PQR}; \text{ ideoque}$$

$$0 = -\frac{\omega}{k} + \frac{i}{kk'} + \frac{1}{kk'R} \text{ vnde } R = \frac{1}{\omega k' - i},$$

vt ergo R prodeat poſitiuum, i neceſſario debet eſſe numerus negatiuus. Statuamus ergo $\omega = -\zeta$ et $i = -y$, vt iam ſit pro campo apparente $M = \frac{1 - y - \zeta}{m - 1}$ ideoque $y + \zeta < 1$. Cum igitur ſit $R = \frac{1}{y - k'\zeta}$ atque hinc $m = \frac{kk'}{y - k'\zeta}$ notandum eſt, ob $R < 1$ et $R = \frac{m}{kk'}$ eſſe debere $kk' > m$; hinc quia eſt

$$y = k'\zeta + \frac{kk'}{m}; \text{ erit } y > 1,$$

ideoque multo magis $y + \zeta > 1$, quod cum ſit abſurdum patet, huius problematis caſum locum habere non poſſe.

Scho-

Scholion.

324. Cum igitur hoc problema penitus ſit excludendum, cum aeque parum conditioni marginis colorati ſatisfacere poſſit atque primum tribus tantum lentibus adhibitis, relinquuntur nobis tantum problema ſecundum ac tertium. Quia autem ex ſecundo caſus prorſus ſingularis ibi annotatus maxime reliquis omnibus antecellit, quemadmodum etiam ex tertio caſus vltimus prae ceteris maximam attentionem meretur, hinc conſtituemus duas praecipuas ſpecies teleſcopiorum tertii generis easque ſeorſim ita pertractabimus, vt primo oſtendamus, quemadmodum vtraque vna vel pluribus lentibus ex eodem vitro adiiciendis, deinde etiam ex diuerſo vitro ad maiorem perfectionis gradum euehi queant. Harum duarum vero ſpecierum poſterior ideo potiſſimum eſt notanda, quia teleſcopia communia terreſtria dicta quaſi in ſe complectitur, reuera enim ab iis differt plurimum, quatenus a vitiis, quibus haec inſtrumenta, vti vulgo fabricari ſolent, laborant, eſt liberata; vnde ſi etiam plures lentes in ſubſidium vocare nolimus, hinc regulae dari poterunt, haec teleſcopia terreſtria ita perficiendi, vt maior perfectio exſpectari nequeat. Prior autem ſpecies, quae longe aliam lentium ocularium diſpoſitionem poſtulat, olim prorſus fuit ignota ac nuper demum a ſolertiſſimo Dollondo in praxin introduci eſt coepta. Quatenus ſcilicet lentibus minima apertura praeditis eſt vſus; neque tamen a ſola experientia ſummus

mus perfectionis gradus, cuius haec species est capax, sperari poterat. Hoc tamen facile est animaduersum, nisi insuper vna lens adiungatur, campum nimis fore paruum, quam vt ii acquiescere queamus. Vidimus enim campum semper aliquanto esse minorem, quam in tubis astronomicis vulgaribus, ad quod remedium etiam in sequentibus recurremus. Denique circa hanc speciem annotari conuenit, nos in posterum iis mensuris esse vsuros, quae in paragrapho § 314 sunt statutae, vbi scilicet posuimus $\zeta = \frac{1}{\sqrt{n}}$, cum inde aptissimae ad praxin determinationes obtineri videantur.

SECTIO-

SECTIONIS TERTIAE.

CAPVT II.

DE TELESCOPIIS TERRESTRIBVS COMMVNIBVS EORVMQVE PERFECTIONE.

Definitio.

325.

Character huiusmodi telescopiorum in hoc consistit, quod radii per duas priores lentes transmissi iterum inter se fiant paralleli, ita, vt haec telescopia ex duobus tubis astronomicis sint composita.

Coroll. 1.

326. Cum haec telescopia ex quatuor lentibus constent, quarum tam binae priores, quam binae posteriores secundum rationem tuborum astronomicorum sibi sunt iunctae; multiplicatio telescopii est in ratione composita ambarum multiplicationum, quas ambo isti tubi astronomici producerent.

Coroll.

Coroll. 2.

327. Scilicet ſi lentis primae ponatur diſtantia focalis $= p$; ſecundae $= q$; tertiae $= r$ et quartae $= s$ binae priores lentes ad interuallum $= p + q$ diſpoſitae multiplicationem praebent $= \frac{p}{q}$; binae poſteriores vero ad interuallum $= r + s$ diſpoſitae multiplicationem $= \frac{r}{s}$; teleſcopium compoſitum multiplicationem producet $= \frac{pr}{qs}$.

Scholion I.

328. Statim ab initio binae lentes poſteriores inter ſe factae ſunt aequales et quidem eiusdem diſtantiae focalis, ac lens ſecunda, quae tres lentes oculares vocari ſolent, ita, vt tum tubus poſterior nullam plane multiplicationem producat ob $r = s = q$. Quanto autem interuallo hi duo tubi ſiue lentes ſecunda et tertia a ſe inuicem debeant eſſe remotae, auctores non ſatis definiunt; plerumque autem hoc ſpatium fieri iubent $= 2q$ ita, vt cum etiam ſit $r = s = q$ tota longitudo futura ſit $= p + 5q$. Deinde autem artifices obſeruarunt, haec teleſcopia meliorem effectum producere, ſi tres lentes poſteriores continuo certa ratione diminuantur, id quod egregie conuenit cum iis, quae ſupra de hoc teleſcopiorum genere annotauimus, vbi non ſolum multo maiorem campum, iis conciliauimus, quam vulgaris conſtructio ſuppeditat, ſed etiam id inprimis effecimus, vt margo colo-

coloratus penitus euanesceret. Quocirca praecepta pro constructione ante inuenta hic ordine proponi conueniet:

Constructio Telescopiorum terrestrium ex quatuor lentibus compositorum pro quauis multiplicatione *m*.

Quanta statui debeat lentis obiectiuae distantia focalis deinceps definiemus, quando pro singulis lentibus sequentibus numeros λ, λ', λ'', λ''' assignauerimus.

I. Si igitur $p = \alpha$ denotet distantiam focalem lentis obiectiuae, eius figuram vtique ex numero $\lambda = 1$ peti conueniet, ita, vt si ratio refractionis sit $n = 1,55$ habeatur

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{p}{\sigma} = 0,6144.p. \\ \text{poster.} = \frac{p}{\varrho} = 5,2439.p. \end{cases}$

pro eius apertura semidiameter hactenus posita est $\frac{m}{50}$ dig. Sin autem vel maior claritas desideretur vel minor sufficiat, loco 50 vel numerus maior vel minor assumi poterit.

Interuallum lentis secundae a prima debet esse $= p + q$, vbi valor ipsius q mox indicabitur.

II. Pro lente secunda si eius distantia focalis ponatur $= q$, in superiore capite vidimus, sumi conuenire $q = \frac{p}{k}$ existente $k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$ et quia pro eius apertura debet esse $\omega = \frac{-(1+k)(m+k)}{m(m-1)}$ qui valor pro maioribus multiplicationibus erit circi-

 ter

ter $\omega = -\frac{8}{5}$, vnde cum haec apertura non ſit maxima, etiam non opus eſt, vt haec lens fiat vtrinque aeque conuexa ſed ſufficiet, vt pro ea ſumatur $\lambda' = 1$ vnde huius lentis conſtructio erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{q}{\varrho} = 5,2439. \\ \text{poſter.} = \frac{q}{\sigma} = 0,6144. \end{cases}$$

Et aperturae ſemidiameter ſi capiatur $= \frac{1}{4}\frac{q}{\sigma}$ conditioni praeſcriptae ſatisfaciet.

Diſtantia autem tertiae lentis a ſecunda, quae ſupra eſt poſita $= \eta\alpha$, definita eſt

$$\eta = \frac{k+1}{k^2} + \frac{\theta\sqrt{m(m-1)}}{k^2\sqrt{2}}$$

vbi numerus ϑ arbitrio noſtro relinquitur, quem autem neque multo maiorem neque minorem vnitate ſumi conueniet.

III. Pro tertia lente quoniam ea maximam aperturam recipere debet ob $i = 1$, ideoque vtrinque aeque conuexa confici debet, erit $\lambda'' = 1,6299$ et cum eius diſtantia focalis ſit $r = \frac{\theta b}{k}$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10\,r$ cuius pars quarta dabit ſemidiametrum aperturae.

Ab hac lente diſtantia ad quartam eſt

$$= r + s = \vartheta\,\alpha\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right).$$

IV. Quia quarta lens etiam maximam aperturam admittere ideoque etiam vtrinque aequaliter conuexa

vexa esse debet, pro ea etiam erit $\lambda''' = 1,6299$; vnde cum eius distantia focalis sit $s = \frac{\theta\alpha}{m}$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10.\ s$ et $\frac{1}{4}s$ dabit semidiametrum eius aperturae, tum vero distantia ab hac lente ad oculum erit

$$= \frac{s}{Mm} = \frac{s.m-1}{\sqrt{2m(m-1)}} = \frac{s\sqrt{m-1}}{\sqrt{2m}}.$$

V. Hocque telescopium campum ostendet, cuius semidiameter est $\Phi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{m(m-1)}}.\xi$ seu in mensura angulorum $\Phi = \frac{1217}{\sqrt{m(m-1)}}$ min.

VI. Tota autem huius instrumenti longitudo ad oculum vsque erit

$$= \left(\frac{(k+1)^2}{k^2} + \frac{\theta.m-1.\sqrt{2(m-1)}}{k^2\sqrt{m}}\right)p.$$

VII. Pro distantia autem focali p, si desideretur claritas $y = \frac{1}{50}$ dig. et pro gradu distinctionis $k = 50$, vt sit $kx = m$ ob litteram μ parum ab vnitate deficientem debebit sumi in digitis

$$p = m\sqrt[3]{m}\left(1 + \frac{1}{k} + \frac{1,6295}{\theta^3}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)\right)$$

ac si tam minore claritate, puta $y = \frac{1}{70}$ et minore gradu distinctionis puta $k = 35$ acquiescere velimus, iste valor ipsius p ad semissem redigi poterit.

Exemplum.

329. Si huiusmodi telescopium tantum nouies multiplicare debeat, vt sit $m = 9$, reperietur $k = 3$

hincque $q = \frac{p}{3}$; $r = \frac{\vartheta p}{3}$ et $s = \frac{\vartheta p}{9}$; vnde erit totius telescopii longitudo $= (\frac{16}{9} + \frac{32}{27} \vartheta) p$ et semidiameter campi $= 2^\circ 23'$.

Tum vero distantia focalis p ita assumi debebit

$$p = 9 \sqrt[3]{9 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1,6299}{\vartheta^3}\right)}$$

sumto ergo $\vartheta = 1$, vt longitudo fiat $= \frac{80}{27} p$, seu propemodum $= 3 p$ colligetur $p = 9 \sqrt[3]{18,5196}$. seu propemodum $p = 24$ dig. vnde longitudo tota $= 72$ dig. $= 6$ ped.; quae longitudo, vti animaduertimus, ad semissem reduci posset.

Scholion 2.

330. Verum etiam longitudo trium pedum pro tam exigua multiplicatione enormis videbitur, praecipue cum vulgo eiusmodi telescopia circumferantur multo breuiora magisque amplificantia. At praecipua causa huius longitudinis in campo apparente est sita, quem maximum producere sumus conati, qui sine dubio multo maior est, quam in vulgaribus eiusmodi instrumentis deprehenditur. Interim tamen destructio marginis colorati non parum ad longitudinem confert perinde ac insignis claritatis et distinctionis gradus, qui nobis erat propositus, ex quo instrumenta secundum haec praecepta parata plurimum antecellent iis, quae vulgo circumferuntur et quae plerumque tot tantisque vitiis laborant, vt in praxi vix tolerari queant. Non mediocriter autem eorum longitudo

gitudo diminui poſſet, ſi loco lentis obiectiuae ſiue lens duplicata ſiue etiam triplicata, quales ſupra ex principio minimi ſunt inuentae, ſubſtituantur, ſiquidem tum valor ipſius λ priori caſu ad $\frac{1}{5}$, poſteriore vero ad $\frac{1}{24}$ reduceretur; ita, ſi in noſtro exemplo λ fuiſſet $= \frac{1}{5}$ inueniſſemus $p = 20$ dig. et teleſcopii longitudo adhuc ad 5 pedes excreuiſſet. Sin autem lente obiectiua triplicata vſi eſſemus, vt fuiſſet $\lambda = \frac{1}{24}$ prodiiſſet $p = 19\frac{1}{3}$ dig. vnde patet, a lentibus illis duplicatis et triplicatis, quales ſupra ſunt deſcriptae atque adeo a lentibus perfectis, vbi foret $\lambda = 0$, haud notabile decrementum longitudinis exſpectari poſſe, ſaltem pro minoribus multiplicationibus, vbi poſt ſignum radicale cubicum termini λ ſequentes admodum ſunt notabiles pro maioribus autem multiplicationibus maius lucrum eſſet futurum, quod vix tamen ad ſemiſſem redire poſſet. Quare pro hac ſpecie teleſcopiorum praecipue in id eſt incumbendum, vt lens obiectiua ita duplicetur vel triplicetur vt non ſolum confuſio ab ipſa oriunda, ſed et ea, quae a ſequentibus lentibus omnibus naſcitur, ad nihilum redigatur, tum enim diſtantiam p maiorem ſtatui non erit neceſſe, quam apertura ob claritatem requiſita poſtulat; quem caſum in ſequente problemate ita euoluamus, vt exiguum ſpatium intra lentes priores admittamus.

 Proble-

Problema 2.

331. In hac telefcopiorum fpecie loco lentis obiectiuae eiusmodi binas lentes ex eodem vitro parandas fubftituere, vt omnis confufio etiam a reliquis lentibus oriunda ad nihilum redigatur, ficque his telefcopiis minima longitudo concilietur.

Solutio.

Cum igitur hic habeantur quinque lentes, ftatuamus noftras fractiones $\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$; $\frac{\gamma}{d} = -R$ et $\frac{\delta}{e} = -S$. Quarum litterarum prima P proxime erit $= 1$; fecunda Q erit negatiua $= -k$; tertia R etiam erit $= 1$, fed ita tamen, vt interuallum tertium $\gamma + d$ fiat quantitas finita, fcilicet $\eta\,\alpha$; denique vero erit $S = -k'$, ita, vt noftra elementa futura fint

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = -\frac{B\alpha}{Pk};\ d = \frac{BC\alpha}{PkR} = -\infty$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk} = \infty;$$

$$\delta = \frac{BCD\alpha}{PkR};\ e = \frac{BCD\alpha}{PkRk'} = \frac{BCD\alpha}{m}.$$

Hincque interualla

1°. $\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{P}) = \frac{\alpha}{50}$ vti fupra iam affumfimus, ita vt fit $P = 1\frac{1}{49}$.

2°. $\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}(1 + \frac{1}{k})$;

3° $\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}(1 - \frac{1}{R}) = \eta\,\alpha$ vbi fcilicet eft $C = \infty$, hincque $\frac{1}{R} = 1 + \frac{\eta Pk}{BC}$.

4°. quia erat $C = \infty$ debet esse D infinite paruum, ita, vt sit $CD = -\vartheta$ eritque hoc interuallum $\delta + e = -\frac{B\theta\alpha}{PkR}(1 + \frac{1}{k'})$; existente multiplicatione $m = PkRk'$ seu proxime $m = kk'$. Quia autem fieri posset, vt distantiam α negatiuam capi expediret, statuamus primum interuallum $\alpha + b = \zeta\alpha$ fietque $P = \frac{1}{1-\zeta}$, vbi notandum, si α esset quantitas negatiua, tam ζ, quam η negatiue accipi debere, semper autem necesse erit, vt sit $-B\alpha > 0$ seu $B\alpha < 0$ et $\vartheta > 0$, vti initio iam assumsimus, vbi posuimus $CD = -\vartheta$. Cum nunc pro campo apparente sit $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$ statuamus $\pi = -v\xi$; $\pi' = \omega\xi$; $\pi'' = -\xi$ et $\pi''' = \xi$, vt sit $\Phi = \frac{v + \omega + 2}{m-1}\xi = M\xi$ existente $M = \frac{v + \omega + 2}{m-1}$; ex quibus pro loco oculi colligimus $O = \frac{e}{Mm}$, existente $e = \frac{-B\theta\alpha}{m}$; consideremus nunc nostras formulas fundamentales

1°. $\mathfrak{B}v = (P - 1)M$

2°. $\mathfrak{C}\omega = -(1 + Pk)M - v$

3°. $\mathfrak{D} = -(1 + PkR)M - v - \omega$

de quibus obseruari oportet fore primam $\mathfrak{B}v = \frac{\zeta}{1-\zeta}M$; sicque valor v ob duplicem causam fiet quantitas minima, ita, vt etiam mv adhuc sit valde paruum. Pro secunda autem, quia est $C = \infty$ erit $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1} = 1 - \frac{1}{C}$; pro tertia autem, quia est $D = 0$ seu potius $D = \frac{-\theta}{C}$ erit $\mathfrak{D} = \frac{-\theta}{C-\theta} = \frac{-\theta}{C}$ deinde etiam hic recordar. oportet esse

R =

$$R = \frac{BC}{BC + \eta Pk} = 1 - \frac{\eta Pk}{BC}$$

quia igitur ex ſecunda aequatione ob

$$\mathfrak{C} = \frac{C}{1 + C} \text{ eſt } \omega = -(1 + Pk)M(1 + \tfrac{1}{C}) - v(1 + \tfrac{1}{C}),$$

ſi hic valor in tertia aequatione ſubſtituatur, erit

$$-\frac{\theta}{C} = -(1 + Pk)M + \frac{\eta P^2 k^2 M}{BC}$$

$$-v + (1 + Pk)M(1 + \tfrac{1}{C}) + v(1 + \tfrac{1}{C})$$

vbi cum termini finiti ſe mutuo deſtruant, ex infinite paruis concluditur fore

$$\vartheta = -\frac{\eta P^2 k^2 . M}{B} - (1 + Pk)M - v$$

vnde fit

$$\eta = -\frac{(1 + Pk)B}{P^2 k^2} - \frac{B\theta}{P^2 k^2 M} - \frac{Bv}{P^2 k^2 M}$$

vbi terminus vltimus tuto omitti poteſt.

Deſtructio porro marginis colorati poſtulat hanc aequationem

$$0 = \frac{v}{P} + \frac{\omega}{PQ} + \frac{1}{PQR} + \frac{1}{PQRS}$$

quae pro noſtro caſu fit

$$0 = v - \frac{\omega}{k} - \frac{1}{k} + \frac{1}{kk'}$$

vnde neglecto termino primo deducitur $k' = \frac{1}{\omega + 1}$; et ob $m = Pkk'$ erit $m = \frac{Pk}{\omega + 1}$.

Cum autem ſit $\omega = -(1 + Pk)M$ et $M = \frac{\omega + 2}{m - 1}$ neglecto termino v fiet $(m - 1)\omega = -(1 + Pk)(\omega + 2)$ hincque $\omega = \frac{-2(1 + Pk)}{m + Pk}$, atque $M = \frac{2}{m + Pk}$. Quare

cum

cum ſit $m = \frac{Pk}{\omega + 1}$ ſubſtituto valore ipſius ω obtinemus $m - \frac{2m(1+Pk)}{m+Pk} = Pk$; hincque

$$mm - 2m = P^2k^2 + 2Pkm,$$

quae m^2 vtrinque addito praebet

$$2m(m-1) = (Pk+m)^2 \text{ ideoque}$$

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}.$$

Hoc ergo valore pro Pk aſſumto, pro campo apparente adipiſcemur maximum valorem, qui erit $\Phi = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}} \cdot \xi$ et in menſura angulorum ob $\xi = \frac{1}{4}$ erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min. Nunc autem praecipuum opus ſupereſt in eo conſiſtens, vt binae priores lentes ita definiantur, vt formula pro ſemidiametro confuſionis inuenta penitus euaneſcat, vnde ſequens aequatio erit reſoluenda:

$$0 = \lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{\lambda''}{B^3Pk} - \frac{\lambda'''}{B^3\theta^3Pk} - \frac{\lambda''''}{B^3\theta^3m} \text{ ſeu}$$

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3P} - \frac{\lambda''}{B^3Pk} - \frac{\lambda'''}{B^3\theta^3Pk} - \frac{\lambda''''}{B^3\theta^3.m} - \frac{\nu}{\mathfrak{B}BP}$$

in qua aequatione vt ante iam vidimus ſumi poteſt $\lambda'' = 1$ et quia duae poſtremae lentes debent eſſe vtrinque aequaliter conuexae, erit pro vitro communi $\lambda''' = \lambda'''' = 1,6299$. Ex hac vero aequatione vel λ vel λ' definiri debet, prouti coefficiens ipſius λ' maior eſt vnitate, ſiue minor. Ceterum notandum eſt, omnes quantitate hic praeter litteras B et $\mathfrak{B}$ ſatis eſſe determinatas, ita, vt in hoc negotio tantum litterae B et $\mathfrak{B}$ arbitrio noſtro permittantur; in quo duo caſus ſunt perpendendi, alter, quo $\mathfrak{B}$ eſt fractio vnitate ma-

ior, puta $\frac{1+i}{i}$; alter vero, quo eſt vnitate minor, puta $= \frac{i}{1+i}$.

Primo ſit $\mathfrak{B} = \frac{1+i}{i}$ erit $B = -1-i$ ideoque numerus negatiuus, quo ergo caſu α debet eſſe poſitiuum ſeu prima lens conuexa, ſecunda vero concaua, pro qua valor λ' determinari debet, et quidem ex hac aequatione

$$\lambda' = \frac{(1+i)^3 P\lambda}{i^3} + \frac{\lambda''}{i^3 k} + \frac{\lambda'''}{i^3 \theta^3 k} + \frac{P\lambda''''}{i^3 \theta^3 . m} + \frac{(1+i)\nu}{i^2}$$

vbi ſumto $\lambda = 1$ euidens eſt λ' fieri vnitate maius.

At ſecundo ſi ſit $\mathfrak{B} = \frac{i}{1+i}$ erit $B = i$ ideoque poſitiuum; vnde diſtantia α fiet negatiua ſiue prima lens concaua, ſecunda vero conuexa, quo caſu numerus λ definiri oportet per hanc aequationem:

$$\lambda = \frac{(1+i)^3 \lambda'}{i^3 P} + \frac{\lambda''}{i^3 P k} + \frac{\lambda'''}{i^3 \theta^3 P k} + \frac{\lambda''''}{i^3 \theta^3 m} + \frac{(1+i)\nu}{i^2 P}$$

atque hic ſumi poterit $\lambda' = 1$; λ vero vnitate maius fiet.

Perſpicuum igitur eſt, ſimili fere modo, quo in priore caſu λ' definitur, in ſecundo caſu litteram λ definiri, propterea quod proxime eſt $P = 1$; quandoquidem inuenimus $P = \frac{1}{1-\zeta}$, vbi notetur priore caſu, quo α eſt poſitiuum, ſumi poſſe $\zeta = \frac{1}{50}$, vt ſit $P = \frac{50}{49}$, eodemque modo etiam η erit poſitiuum, quemadmodum etiam noſtra formula poſito $B = -1-i$ declarat, ſcilicet $\eta = \frac{(1+Pk)(1+i)}{P^2 k^2} + \frac{(1+i)\theta}{P^2 k^2 M}$.

Pro

Pro altero autem casu, quo α est quantitas negatiua, sumi debet $\zeta = -\frac{1}{50}$, vt sit $P = \frac{50}{51}$; ob eandemque rationem etiam η fiet negatiuum, scilicet

$$\eta = -\frac{i(1+Pk)}{P^2k^2} - \frac{\theta i}{P^2k^2M}.$$

Coroll. 1.

332. Cum tollendo marginem coloratum peruenerimus ad hanc aequationem

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)},$$

qua ob P datum, valor ipsius k determinatur, hinc habebimus

$$M = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ et } \omega = \frac{-2(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ atque hinc}$$

$$\eta = \frac{-(1+Pk)B}{P^2k^2} - \frac{B\theta.\sqrt{2m(m-1)}}{2P^2k^2}.$$

Coroll. 2.

333. Cum sit $C = \infty$, $D = 0$ et $CD = -\vartheta$, fient nostra elementa

$$b = \frac{-\alpha}{P};\ c = \frac{-B\alpha}{Pk};\ d = \infty;\ e = \frac{-B\theta\alpha}{m};$$

$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \infty;\ \delta = \frac{-B\theta\alpha}{Pk};$$

hincque distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{-\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = \frac{-B\alpha}{Pk};\ s = \delta = \frac{-B\theta\alpha}{Pk};\ t = \frac{-B\theta\alpha}{m}$$

tum vero lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right) = \zeta\alpha;\ \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = \eta\alpha;\ \delta + e = -B\vartheta\alpha\left(\frac{1}{Pk} + \frac{1}{m}\right)$$

ac denique diſtantia oculi $O = \frac{-B\vartheta\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{2m^2}$ vbi notetur, litteram ϑ arbitrio noſtro permitti, quo caueri poterit, ne vltimae lentes fiant nimis paruae.

Coroll. 3.

334. Ex his perſpicitur, quo maior capiatur littera B, eo maius prodire ſecundum interuallum cum ſequentibus, hincque longitudinem teleſcopii eo magis augeri; at littera B eo maior euadit, quo propius littera $\mathfrak{B}$ ad vnitatem accedit; ſiue enim ſit $\mathfrak{B} = \frac{1+i}{i}$ ſiue $\mathfrak{B} = \frac{i}{1+i}$, aucto numero i augetur numerus B; quare cum littera $\mathfrak{B}$ etiam nunc arbitrio noſtro permittatur, neutiquam expediet, eam vnitati nimis propinquam ſtatui, neque tamen etiam conueniet pro i numerum valde paruum aſſumi, veluti dimidium vel fractionem adhuc minorem; tum enim ex vltima aequatione numerus vel λ vel λ' prodiret nimis magnus, ſcilicet adeo maior, quam 27. Vnde concluditur, numerum i ad minimum vnitate maiorem capi debere.

Coroll. 4.

335. Hic igitur commodum cum incommodo compenſatur; ſi enim i vnitate minus caperetur, obtineremus commodum breuitatis tubi; contra vero nimis magnus valor numeri λ vel λ' inſigne eſſet incommodum; ſin autem numerum i vnitate multo maio-

maiorem ſumeremus; obtineremus quidem commodum, vt λ vel λ' parum vnitatem excederent, contra vero tubus fieret nimis longus.

Coroll. 5.

336. Sin autem optio detur inter valores $\frac{1+i}{i}$ et $\frac{i}{1+i}$ pro $\mathfrak{B}$ aſſumendos, retinente i in vtroque eundem valorem; tunc λ vel λ' eundem fere valorem nanciſceretur. Verum priore caſu cum fiat $B = -1 - i$ longitudo tubi maior prodiret, quam altero caſu, quo eſſet $B = i$, quam ob rem ſemper conſultius eſt, poſteriorem caſum eligere, quo lens prima eſt concaua et ſecunda conuexa; quam priorem, vbi viciſſim lens prima eſſet conuexa, ſecunda vero concaua.

Scholion 1.

337. Quae quo clarius perſpiciantur, ponamus $i = 2$ et $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$, vt fiat $B = 2$ tum igitur erit $P = \frac{50}{51}$ et elementa noſtra ſequenti modo ſe habebunt; exiſtente α quantitate negatiua:

$$b = \frac{-51}{50}\alpha;\ c = \frac{-2\alpha}{Pk};\ d = -\infty;\ e = \frac{-2\theta\alpha}{m};$$

$$\beta = \frac{-2\alpha}{P} = \frac{-51.\alpha}{25};\ \gamma = \infty;\ \delta = \frac{-2\theta\alpha}{Pk}$$

exiſtente $Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}$ tum vero diſtantiae focales erunt

$$p = \alpha;\ q = \frac{-51.\alpha}{75};\ r = \frac{-2\alpha}{Pk};\ s = \frac{-2\theta\alpha}{Pk} \text{ et } t = \frac{-2\theta\alpha}{m}$$

 at

at interualla lentium

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\cdot\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{51}{25}\alpha - \tfrac{2\alpha}{Pk}$$

$$\gamma + d = \eta\alpha = \tfrac{-2(1+Pk)\alpha}{P^2k^2} - \tfrac{\theta\cdot\sqrt{2m(m-1)}}{P^2k^2}$$

$$\delta + e = \tfrac{-2\theta\alpha}{m} - \tfrac{2\theta\alpha}{Pk} = \tfrac{-2\theta\alpha}{Pkm}\sqrt{2m(m-1)}$$

et diſtantia oculi $O = \frac{-\theta\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{mm}$ quibus factis campi ſemidiameter erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min.

Pro apertura autem tertiae lentis notandum eſt, eſſe $\omega = \frac{-2(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}}$, ita, vt ſi m ſit numerus ſatis magnus fiat $\omega = -\frac{10}{17}$; vnde cum haec lens non maximam aperturam, ſed minorem, quae ſit ad maximam, vt 10: 17, requirat, ſufficiet pro hac lente ſumſiſſe $\lambda'' = 1$; quare ſi et $\lambda' = 1$ at $\lambda''' = \lambda'''' = 1,6299$, pro lente obiectiua inueniemus

$$\lambda = \tfrac{27.51}{8.50} + \tfrac{1}{8Pk} + \tfrac{1,6299}{8\theta^3 Pk} + \tfrac{1,6299}{8\theta^3 m} + \tfrac{153\nu}{200}$$

exiſtente $\nu = 0,2326$ pro refractione ſcilicet $n = 1,55$.

Hinc autem inuento numero λ, prima lens obiectiua concaua ita conſtrui debet, vt fiat radius faciei anterioris $= \frac{\alpha}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}}$ poſterioris vero $= \frac{\alpha}{\varrho + \tau\sqrt{\lambda - 1}}$; exiſtente $\varrho = 0,1907$. $\sigma = 1,6274$; $\tau = 0,9051$.

Pro ſecunda autem lente capi debebit radius faciei anter. $= \frac{2b}{2\varrho + \sigma}$ et poſterioris $= \frac{2b}{2\sigma + \varrho}$; exiſtente $b = -\frac{51}{50}\cdot\alpha$.

Pro

Pro tertia lente erit radius faciei anterioris $= \frac{c}{\varrho}$ et posterioris $= \frac{c}{\sigma}$, existente $c = \frac{-2\alpha}{Pk}$.

Pro quarta vero lente radius vtriusque faciei $= 1,10\, s$ et pro quinta lente radius faciei vtriusque $= 1,10\, t$.

Ad mensuras vero absolutas inueniendas consideretur in constructione lentium primae et secundae minimus radius, qui sit $= \mathfrak{m}\,\alpha$, cuius pars quarta $\frac{1}{4}\mathfrak{m}\alpha$ aequetur semidiametro aperturae ob claritatem requisitae, qui sit $\frac{m}{50}$ dig. hincque fit $\alpha = \frac{-2m}{25\mathfrak{m}}$ dig. quae mensura si forte det vltimas lentes nimis exiguas, vt supra vsu venit, tantum litterae ϑ tribuatur valor vnitate pro lubitu maior; cum hinc longitudo telescopii vix augeatur. Colligitur autem tota haec longitudo ad oculum vsque

$$= -\alpha\left(2\tfrac{3}{50} + \frac{2(1+2Pk)}{P^2k^2} + \frac{(m+Pk)^3\vartheta}{m^2P^2k^2}\right).$$

Exempl. I.

338. Si fuerit $m = 9$, erit $Pk = 3$ et $k = \frac{153}{50}$ ob $P = \frac{50}{51}$; vnde elementa telescopii erunt

$$b = -\tfrac{51}{50}\alpha;\ \beta = -\tfrac{51}{25}\cdot\alpha;\ c = -\tfrac{2\alpha}{3};$$
$$\gamma = \infty;\ d = -\infty;\ \delta = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{3};\ e = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{9};$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{17}{25}\alpha;\ r = -\tfrac{2}{3}\alpha;\ s = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{3};\ t = -\tfrac{2\vartheta\alpha}{9};$$

et

et interualla

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{203}{75}\alpha;$$
$$\gamma + d = -\tfrac{(8+12\theta)}{9}\alpha;\ \delta + e = -\tfrac{8\theta\alpha}{9}$$

et distantia Oculi $O = -\frac{4\theta\alpha}{27}$.

Tum vero campi apparentis semidiameter
$$\Phi = 143 \text{ min.} = 2^\circ\, 23'.$$

Nunc vero habebimus

$$\lambda = 3,4425 + 0,04166 + \frac{0,09055}{\theta^3}$$
$$+ 0,1779$$
$$3,6204$$
$$0,0416$$
$$\lambda = 3,6620 + \frac{0,09055}{\theta^3}.$$

Sumamus nunc $\vartheta = 1$. vt fiat $\lambda = 3,75255$;
$$\lambda - 1 = 2,75255 \text{ et } \tau.\sqrt{\lambda - 1} = 1,50162$$

quare constructio lentis primae ita se habebit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{\alpha}{0,1258} = 7,9491.\alpha \\ \text{poster.} = \frac{\alpha}{1,6923} = 0,5909.\alpha \end{cases}$

Pro secunda autem lente erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{2b}{2,5088} = -1,0155.\alpha \\ \text{poster.} = \frac{2b}{3,4455} = -0,5921.\alpha \end{cases}$

Pro tertia autem lente erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{c}{0,1967} = -3,4959.\alpha \\ \text{poster.} = \frac{c}{1,6274} = -0,4097.\alpha \end{cases}$

Pro

Pro lente quarta

radius faciei vtriusque $= - 0,7333. \alpha$

Pro lente denique quinta

radius faciei vtriusque $= - 0,2444. \alpha$

Iam in duabus prioribus lentibus occurrit

radius minimus $= 0,5909 \alpha$, vt fit

$\mathfrak{m} = 0,5909$, adeoque $\alpha = - \frac{72}{59,09}$ dig.

feu $\alpha = - 1\frac{1}{4}$ dig.

Vnde fequens prodibit

Conftructio huius Telefcopii pro multiplicatione $m = 9$. lentibus ex vitro communi factis.

I. Pro prima lente

radius faciei { anter. $= - 9,93$ dig. / pofter. $= - 0,73$ dig. }

cuius diftantia focalis $= - 1\frac{1}{4}$ dig.

femidiameter aperturae $= 0,18$. dig.

diftantia ad lentem fecund. $= 0,025$. dig.

II. Pro fecunda lente

radius faciei { anter. $= 1,27$. dig. / pofter. $= 0,74$. dig. }

cuius diftantia focalis $= 0,85$ dig.

femidiameter aperturae vt ante $= 0,18$ dig.

diftantia ad lentem tertiam $= 3,38$ dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei { anter. = 4, 37 dig.
poſter. = 0, 51 dig.

cuius diſtantia focalis = + 0, 83 dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 13 dig.

diſtantia ad quartam = 2, 78 dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei = 0, 92 dig.

cuius diſtantia focalis = + 0, 83. dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 23 dig.

interuallum ad quintam = 1, 11 dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei = 0, 30 dig.

cuius diſtantia focalis = 0, 28 dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 07 dig.

et diſtantia ad oculum = 0, 19 dig.

ſicque tota inſtrumenti longit. = 7, 49 dig.

et ſemidiameter campi = 2° 23′.

Hac ergo perfectione adhibita teleſcopium, quod ante erat 6 ped. reductum eſt ad $7\frac{1}{2}$ dig.

Exeml. II.

Exempl. II.

339. Si multiplicatio ſit $m = 50$, erit $Pk = 20$ et $k = \frac{102}{5}$ vnde elementa noſtra erunt

$$b = -\tfrac{51}{50}\alpha;\ \beta = -\tfrac{51}{25}\alpha;\ c = -\tfrac{\alpha}{10};\ \gamma = \infty;$$
$$d = -\infty;\ \delta = -\tfrac{\theta\alpha}{10};\ e = -\tfrac{\theta\alpha}{25};$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{17}{25}\alpha;\ r = -\tfrac{\alpha}{10};\ s = -\tfrac{\theta\alpha}{10} \text{ et } t = -\tfrac{\theta\alpha}{25};$$

et interualla lentium

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{107}{50}\alpha;$$
$$\gamma + d = \frac{-(21 + 35\theta)\alpha}{200};\ \delta + e = \frac{-7\theta.\alpha}{50};$$

atque diſtantia oculi $O = -\frac{7\theta\alpha}{250}$ et campi apparentis ſemidiameter erit $= 24\frac{1}{2}$ min.

Nunc vero prodibit

$$\lambda = 3,4425 + \frac{0,0143}{\theta^3}$$
$$+ 0,0063$$
$$0,1779$$
$$\lambda = 3,6267 + \frac{0,0143}{\theta^3}.$$

Sumatur nunc $\vartheta = 2$, eritque $\lambda = 3,6285$;

$$\lambda - 1 = 2,6285 \text{ et } \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,4674;$$

vnde fiet

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{\alpha}{0,1600} = 6,2500.\,\alpha. \\ \text{poſter.} = \frac{\alpha}{1,6581} = 0,6031.\,\alpha. \end{cases}$

 II. Pro

II. Pro secunda lente, vti ante

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,0155.\alpha \\ \text{poster.} = -0,5921.\alpha \end{cases}$

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{c}{0,1907} = -0,5244.\alpha \\ \text{poster.} = \frac{c}{1,6274} = -0,0615.\alpha \end{cases}$

IV. Pro quarta lente

radius faciei vtriusque $= -0,2200.\alpha$

V. Pro quinta lente

radius faciei vtriusque $= -0,0880.\alpha$

Iam cum sit in duabus prioribus lentibus radius minimus $0,5921.\alpha$, erit

$m = 0,5921$, adeoque $\alpha = -\frac{400}{59,21}$ dig.

ita, vt capi posset $= -7$ dig.

Vnde sequens prodibit

Constructio huius Telescopii pro multiplicatione $m = 50$.

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -43,75 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -4,22 \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis $= -7.$ dig.
semidiameter aperturae $= 1,05.$ dig.
distantia ad lentem secundam $= 0,14.$ dig.

II. Pro

II. Pro ſecunda lente

radius faciei { anter. = 7, 11. dig.
{ poſter. = 4, 14. dig.

cuius diſtantia focalis eſt 4, 76 dig

ſemidiameter aperturae, vt ante, = 1 dig.

interuallum ad tertiam lentem 14, 98 dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei { anter. = 3, 67. dig.
{ poſter. = 0, 43. dig.

diſtantia focalis eſt 0, 7. dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 11 dig.

interuallum ad quartam = 3, 18 dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei = 1, 54 dig.

cuius diſtantia focalis eſt 1, 40 dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 38 dig.

interuallum ad quintam lentem = 1, 96 dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei = 0, 61 dig.

cuius diſtantia focalis = 0, 56 dig.

ſemidiameter aperturae = 0, 14 dig.

diſtantia ad oculum = 0, 39 dig.

ſicque longitudo tota $= 20\frac{2}{3}$ dig. propemodum et ſemidiameter campi $= 24\frac{1}{2}$ min.

Scholion 2.

340. Hoc ergo etiam poſtremum teleſcopium facile per tubos ductitios ita parari poteſt, vt commode quis ſecum id portare poſſit, cum lente illa concaua omiſſa hoc teleſcopium vltra viginti pedes excreuiſſet. Circa tubos autem ductitios hic notari oportet, dum ductus ad oculum accommodatur, ſolam lentem ocularem mobilem eſſe debere, reliquas vero lentes omnes in locis hic aſſignatis perpetuo conſiſtere debere, id quod in perpetuum de omnibus teleſcopiis, quae hic tractantur, eſt tenendum ceterum non opus eſt, vt perfectioni quam variae vitri ſpecies largiuntur, caput peculiare tribuamus, vt hactenus fecimus, ſed ſolutio praecedentis problematis paucis mutandis ad hunc ſcopum accommodari poteſt, vti in problemate ſequente oſtendemus.

Problema 3.

341. Si prima lens obiectiua concaua ex vitro chryſtallino paretur, dum reliquae ex vitro coronario conficiuntur, conſtructionem teleſcopii deſcribere, in quo non margo ſolum coloratus, ſed etiam tota confuſio a diuerſa radiorum refrangibilitate oriunda penitus deſtruatur.

Solutio

Solutio.

Hoc problema, vt hactenus fecimus, ex principiis supra stabilitis si resoluere vellemus, omnia plane eodem modo se essent habitura, vti in problemate praecedente vsque ad eum locum, vbi marginem coloratum sustulimus, atque etiam haec ipsa aequatio non esset discrepatura ab ea, quam in praecedenti problemate tractauimus, quoniam in ea prima lens non in computum venit, ita, vt hinc etiam eaedem determinationes obtinerentur atque hucusque litterae 𝔅 et B etiam nunc mansurae essent indeterminatae; iam autem demum vltimae aequationis, qua confusio penitus e medio tollitur, ratio erit habenda et aequatio eo pertinens si pro prima lente formulam differentialem $\frac{dn}{n-1}$ littera N, pro sequentibus autem lentibus litteris N′ denotemus per hasque aequationem diuidamus, habebimus

$$0 = \frac{N}{N'} - \frac{1}{\mathfrak{B}P} - \frac{1}{B\mathfrak{C}^2Pk} - \frac{1}{BP\theta k} - \frac{1}{B\theta m}$$

in qua aequatione terminus tertius cum sequentibus prae duobus primis tam sunt exigui, vt sine errore negligi queant, praecipue cum vti iam saepius notauimus, natura rei non permittat, vt haec aequatio adcurate resoluatur, neque id etiam scopus noster postulet. Quare sumtis tantum duobns terminis prioribus colligemus $\mathfrak{B} = \frac{N'}{NP}$, scilicet ob hanc conditionem lentis primae e vitro chrystallino parandae totum discrimen in resolutione, in hoc tantum consistit, vt

nunc

nunc cum littera $\mathfrak{B}$ ante arbitrio noſtro manſiſſet relicta, definiatur; quocirca quia ex Dollondi experimentis habemus $N : N' = 10 : 7$ ac praeterea ſit $P = \frac{50}{51}$ conſequimur nunc $\mathfrak{B} = \frac{357}{500}$ qui valor proxime reducitur ad hanc $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$; ſiue etiam $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$, qui eſt ipſe valor, quem in praecedentibus iam exemplis ipſi $\mathfrak{B}$ tribuimus; quicunque autem valor ipſi $\mathfrak{B}$ tribuatur, in aequationem vltimam, ex qua numerus λ definitur, leue quoddam diſcrimen ingreditur, cum enim nunc primus terminus per μ, ſequentes vero per μ' ſint multiplicandi, diuiſione per μ' facta haec aequatio fiet

$$\frac{\mu}{\mu'}\lambda = \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 Pk} + \frac{\lambda'''}{B^3 \theta^3 Pk} + \frac{\lambda''''}{B^3 \theta^3 . m} + \frac{\nu}{\mathfrak{B} B P}$$

vbi, vt ante, ſumi poteſt $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$, at quia lentes poſteriores ex vitro coronario, quo $n = 1,53$ conficiuntur, pro duabus poſtremis lentibus, quae vtrinque aequaliter conuexae eſſe debent, erit $\lambda''' = \lambda'''' = 1,60006$, litterae autem eo pertinentes erunt

$\mu' = 0,9875$; $\nu' = 0,2196$; $\varrho' = 0,2267$ et
$\sigma' = 1,6601$; $\tau' = 0,9252$.

Pro prima autem lente chryſtallina erit

$\mu = 0,8724$; $\nu = 0,2529$; $\varrho = 0,1414$;
$\sigma = 1,5827$ et $\tau = 0,8775$.

Coroll. 1.

342. Nunc igitur demum intelligitur, cur praeſtet, primam lentem ex vitro chryſtallino parare, quam ſecun-

ſecundam, ſi enim prima eſt chryſtallina ſit $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$ et $B = \frac{5}{2}$. Sin autem ſecundam chryſtallinam faceremus, foret $\mathfrak{B} = \frac{7}{5}$ et $B = -\frac{7}{2}$. Quare cum omnes ſequentes diſtantiae multiplicatae ſint per B, eae ac propterea tota longitudo tubi prodiret poſteriore caſu maior, quam primo, idque in ratione 7 : 5.

Coroll. 2.

343. Si diſcrimen diſperſionis ambarum vitri ſpecierum minus eſſet, quam hic ſecundum Dollondi experimenta aſſumimus; tunc fractio pro $\mathfrak{B}$ aſſumenda propius ad vnitatem accederet, indeque B maiorem nanciſceretur valorem ſicque inſtrumentum longius euaderet; ex quo ad praxin plurimum expedit, vt duae vitri ſpecies ratione diſperſionis maxime inter ſe differentes eligantur ſiquidem hoc modo teleſcopia multo breuiora redderentur.

Scholion.

344. Quoniam igitur hic primam lentem ex vitro chryſtallino, reliquas ex coronario fieri aſſumimus, experimentis Dollondianis innixi ſtatuamus $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$, vt ſit $B = \frac{5}{2}$ ac poſito $\vartheta = 2$, ne lens ocularis fiat nimis parua, elementa noſtra ſequenti modo ſe habebunt:

$$b = -\frac{51}{50}\alpha;\ c = -\frac{5\alpha}{2Pk};\ d = -\infty;\ e = -\frac{5\alpha}{m};$$

$$\beta = -\frac{51}{20}\alpha;\ \gamma = \infty;\ \delta = -\frac{5\alpha}{Pk};$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{51}{70}\alpha;\ r = -\frac{5\alpha}{2Pk};\ s = -\frac{5\alpha}{Pk};\ t = -\frac{5\alpha}{m};$$

hincque interualla

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{51}{20}\alpha - \frac{5\alpha}{2Pk}$$

$$\gamma + d = \eta\alpha = -\frac{5(1+Pk)\alpha}{2P^2k^2} - \frac{5\cdot\sqrt{2m(m-1)}\alpha}{2P^2k^2}$$

$$\delta + e = -\frac{5\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{mPk}$$

et diſtantia oculi $O = -\frac{5\sqrt{2m(m-1)}}{2m^2}\alpha$

exiſtente $Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}$

tum autem ſemidiameter campi $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min.

Vt igitur hinc conſtructionem pro quauis multiplicatione m inueſtigemus, methodo iam ſaepius adhibita vtentes primo euoluamus caſum, quo $m = 25$ tum vero caſum, quo $m = \infty$.

Exemplum I.

345. Sit multiplicatio $m = 25$ ac reperietur
$\sqrt{2m(m-1)} = 34,64101$; hincque
$Pk = 9,64101$; vnde interualla ita ſe habebunt:
$\alpha + b = -0,02\,\alpha$; $\beta + c = -2,80930.\alpha$
$\gamma + d = -1,21770.\alpha$; $\delta + e = -0,71860.\alpha$
et diſtantia Oculi $= -0,13844.\alpha$

His

His praemiſſis quaeratur λ ex aequatione ſupra data et inuenietur

$$\lambda = 3,16815 + 0,007514 + 0,001502$$
$$+ 0,000579 + 0,14198 \text{ ſeu}$$

$\lambda = 3,31972$; vnde fit $\tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1,33648.$ Hinc igitur ſi F et G denotent radios anterioris et poſterioris faciei, habebimus

I. Pro prima lente chryſtallina

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,3365} = \frac{\alpha}{0,2462} = 4,0617\,\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,3365} = \frac{\alpha}{1,4779} = 0,6766.\,\alpha$$

II. Pro ſecunda autem lente coronaria erit

$$F = \frac{5b}{5\varrho' + 2\sigma'} = \frac{5b}{4,4537} = -1,1451\,\alpha$$

$$G = \frac{5b}{5\sigma' + 2\varrho'} = \frac{5b}{8,7539} = -0,5826\,\alpha$$

quae conſtructio pro omni multiplicatione valet.

III. Pro tertia lente coronaria habebimus

$$F = \frac{c}{\varrho'} = \frac{c}{0,2267} = -\frac{11,0278.\alpha}{Pk} = -1,1438.\,\alpha$$

$$G = \frac{c}{\sigma'} = \frac{c}{1,6601} = -\frac{1,5059.\alpha}{Pk} = -0,1562.\,\alpha$$

vbi valores penultimi pro omni multiplicatione valent.

IV. Pro quarta lente itidem coronaria, cuius diſtantia focalis $= s = -\frac{5\alpha}{Pk}$, erit

$$F = G = 1,06.\,s = -\frac{5,30.\alpha}{Pk} = -0,5497.\,\alpha$$

vbi valor penultimus pro omni multiplicatione valet.

Fff 2 V. Pro

V. Pro quinta lente etiam coronaria cuius diſtantia focalis eſt $t = -\frac{5\alpha}{m}$, erit

$$F = G = 1,06.\, t = -\frac{5,3\alpha}{m} = -0,212.\,\alpha$$

vbi iterum forma penultima pro omni multiplicatione valet.

Exemplum II.

346. Si ſit multiplicatio m infinita ſeu praegrandis, erit $\sqrt{2m(m-1)} = m\sqrt{2} = 1,41421.m$ hincque $Pk = 0,41421\,m$; vnde interualla erunt

$$\alpha + b = -0,02\,\alpha;$$

$$\beta + c = -2,55\,\alpha - 6,0356.\frac{\alpha}{m};$$

$$\gamma + d = -26,6425.\frac{\alpha}{m};\quad \delta + e = -17,0712.\frac{\alpha}{m};$$

et diſtantia oculi $O = -3,5355.\frac{\alpha}{m}$.

His praemiſſis quaeratur λ ex aequatione data et habebitur

$$\lambda = 3,16815 + 0,14198 = 3,31013$$

vnde fit $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,3337$; quare habebitur

I. Pro prima lente

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,3337} = \frac{\alpha}{0,2490} = 4,0160.\,\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,3337} = \frac{\alpha}{1,4751} = 0,6779.\,\alpha$$

II. Secunda lens conuenit cum exemplo praecedente.

III. Pro tertia lente erit

$$F = \frac{-11,0278.\alpha}{Pk} = -26,6237.\frac{\alpha}{m}$$

$$G = \frac{-1,5055.\alpha}{Pk} = -3,6357.\frac{\alpha}{m}$$

IV. Pro

IV. Pro quarta lente erit

$F = G = \frac{-5,1\alpha}{Pk} = -12,7955.\frac{\alpha}{m}$

V. Pro quinta denique lente

$F = G = -5,3.\frac{\alpha}{m}$

Elementa autem ſequenti modo ſe habebunt:

$b = -1,02\,\alpha$; $c = -6,0355.\frac{\alpha}{m}$; $\delta = -12,0710.\frac{\alpha}{m}$

$\beta = -2,55\,\alpha$; $\gamma = \infty$; $d = -\infty$; $e = -5.\frac{\alpha}{m}$

hincque diſtantiae focales

$p = \alpha$; $q = -0,72857.\alpha$; $r = -6,0355.\frac{\alpha}{m}$

$s = -12,0710.\frac{\alpha}{m}$; $t = -5\frac{\alpha}{m}$.

Exemplum III.

347. Ex collatione praecedentium exemplorum pro quauis multiplicatione maiore m conſtructionem huiusmodi teleſcopiorum deſcribere.

Primo elementa ſequenti modo expreſſa reperientur:

$b = -1,02\,\alpha$; $\beta = -2,55.\alpha$;

$c = -(6,0355 + \frac{11,1750}{m})\frac{\alpha}{m}$; $\gamma = \infty$; $d = -\infty$;

$\delta = -(12,0710 + \frac{22,3500}{m})\frac{\alpha}{m}$; $e = -5.\frac{\alpha}{m}$;

Hincque diſtantiae focales:

$p = \alpha$; $q = -0,72857.\alpha$; $r = -(6,0355 + \frac{11,1750}{m})\frac{\alpha}{m}$;

$s = -(12,0710 + \frac{22,3500}{m})\frac{\alpha}{m}$; $t = -5.\frac{\alpha}{m}$;

et interualla lentium

$\alpha + b = -0{,}02\,\alpha$; $\beta + c = -2{,}55\,\alpha - (6{,}0355 + \frac{11{,}1750}{m})\frac{\alpha}{m}$;

$\gamma + d = -(26{,}6425 + \frac{55}{m})\frac{\alpha}{m}$;

$\delta + e = -(17{,}0710 + \frac{22{,}3500}{m})\frac{\alpha}{m}$;

et diſtantia oculi $O = -(3{,}5355 - \frac{1{,}8625}{m})\frac{\alpha}{m}$;

et tandem ſemidiameter campi ſemper eſt

$$\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}\ \text{min.}$$

Lentium vero conſtructio ipſa ita ſe habebit:

I. Pro prima lente chryſtallina

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = (4{,}0160 + \frac{1{,}14}{m})\,\alpha \\ \text{poſter.} = (6{,}6779 - \frac{0{,}0325}{m})\,\alpha \end{cases}$

II. Pro ſecunda lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1{,}1451.\,\alpha \\ \text{poſter.} = -0{,}5826.\,\alpha \end{cases}$

III. Pro tertia lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -(26{,}6237 + \frac{49{,}28}{m})\frac{\alpha}{m} \\ \text{poſter.} = -(3{,}6357 + \frac{6{,}77}{m})\frac{\alpha}{m} \end{cases}$

IV. Pro quarta lente coronaria

radius vtriusque faciei $= -(12{,}7953 + \frac{27{,}68}{m})\frac{\alpha}{m}$

V. Pro quinta lente coronaria

radius vtriusque faciei $= -5{,}30.\frac{\alpha}{m}$.

Nunc

Nunc denique iudicandum reſtat, quantum valorem ipſi α tribui conueniat. Hunc in finem conſideretur duarum priorum lentium radius minimus, qui eſt $-0,5826.\alpha$ cuius pars quarta $-0,1456.\alpha$ ponatur aequalis ſemidiametro aperturae $\frac{m}{50}$; indeque reperietur $\alpha = -\frac{m}{7,28}$; quo quidem valore quantitas α minor accipi non debet; quocirca ſumatur $\alpha = -\frac{m}{7}$; atque obtinebitur ſequens

Conſtructio huiusmodi Teleſcopiorum pro quauis multiplicatione m.

Poſita igitur diſtantia focali $\alpha = -\frac{m}{7}$ dig. impetrabimus pro conſtructione quaeſita ſequentes menſuras.

I. Pro prima lente chryſtallina.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = (-0,5737.m - 0,16)\text{dig.} \\ \text{poſter.} = (-0,0968\,m + 0,004)\text{dig.} \end{cases}$

cuius diſtantia focalis $= -\frac{m}{7}$ dig.

ſemidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

interuallum ad lentem ſecundam $= 0,00286.m$ dig.

II. Pro ſecunda lente coronaria.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,1636.m \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 0,0832.m \text{ dig.} \end{cases}$

cuius diſtantia focalis eſt $= 0,10408.m$ dig.

ſemidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

interuall. ad lentem tertiam $= (0,3643.m + 0,86 + \frac{1,6}{m})$dig.

III. Pro

III. Pro tertia lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = (3,80 + \frac{7,04}{m})\ \text{dig.} \\ \text{poſter.} = (0,52 + \frac{0,9}{m})\ \text{dig.} \end{cases}$

cuius diſtantia focalis eſt $(0,86 + \frac{1,6}{m})$ dig.

ſemidiameter aperturae $= 0,13$ dig.

interuallum ad quartam $= (3,80 + \frac{14}{m})$ dig.

IV. Pro quarta lente coronaria

radius faciei vtriusque $= (1,82 + \frac{3,4}{m})$ dig.

cuius diſtantia focalis eſt $(1,72 + \frac{3,2}{m})$ dig.

ſemidiameter aperturae $= 0,43$ dig.

interuallum ad quintam $= (2,44 + \frac{3,2}{m})$ dig

V. Pro quinta lente coronaria

radius vtriusque faciei $= 0,76$. dig.
cuius diſtantia focalis $= 0,71$. dig.
ſemidiameter aperturae $= 0,18$ dig.
interuallum ad oculum $= (0,50 - \frac{0,2}{m})$ dig.

VI. Tota ergo, teleſcopii longitudo inde colligitur haec: $(0,3672.m + 7,60 + \frac{18,6}{m})$ dig. vnde patet, ſi $m = 100$, longitudinem inſtrumenti non eſſe ſuperaturam $44\frac{1}{2}$ dig.

VII. Semidiameter denique campi apparentis erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min., qui ergo pro $m = 100$ fiet 12 minut.

Scho-

Scholion.

348. Haec ergo telescopia adhuc satis breuia forent, si modo in praxi lentes quam exactissime secundum mensuras praescriptas liceret elaborare et si etiam vtraque vitri species praecise eandem refractionem admitteret, quam hic supposuimus; perpetuo autem tenendum est, si vitri refractio discrepet ab ea, quam assumsimus, tunc totum calculum de nouo esse instituendum, qui scilicet ad formationem lentium spectat; deinde vero etiam haec regula probe est obseruanda, vt, quo minus felicissimum successum ab artifice exspectare queamus, mensurae hic praescriptae augeri atque adeo duplicari vel triplicari debeant; id quod commodissime fiet, si digiti mensuram multo maiorem accipiamus. Semper autem etiamsi artifex summam industriam adhibeat, vix vnquam sperandum erit, vt primum statim, quod produxerit, instrumentum voto respondeat; quin potius semper necesse erit, vt lentis primae concauae praesertim plura exempla elaborentur, vt ex iis optimum per experientiam eligi possit; quamuis enim eaedem mensurae retineantur; tamen semper vsu veniet, vt plura exempla omnia inter se aliquantillum discrepent. Quin etiam saepe consultum erit, ipsam mensuram pro constructione huius lentis aliquantillum immutare, ita tamen, vt eadem distantia focalis conseruetur, et pro quauis mensura aliquot exempla conficere, scilicet si ex theoria radii facierum anterioris et posterioris istius lentis in-

uenti fuerint F et G, hanc figuram faepe ita immutari conueniet, vt capiatur radius faciei anterioris $= F \mp F^2 \omega$ posterioris vero $= G \pm G^2 . \omega$, fumendo pro ω tantilla fractione, quae adhuc in praxi fentiri queat; tum enim in diftantia focali nihil mutabitur. Denique etiam quaedam monenda reftant circa diaphragmata in huiusmodi telescopiis vfurpanda, quia enim in iis duae imagines reales reperiuntur in vtriusque loco etiam diaphragma conftitui poterit, cuius apertura ipfam illam imaginem capere debet. Primae autem imaginis femidiameter eft

$$= \alpha \Phi B = B \alpha M \xi = \tfrac{1}{4} M B \alpha.$$

eft vero M in noftro cafu $= \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}}$ et $B = \frac{5}{8}$ adeoque ifte femidiameter erit $= \frac{5.\alpha}{4\sqrt{2m(m-1)}}$ fumtoque $\alpha = \frac{m}{7}$, vt ante, femidiameter ifte erit

$$= \frac{5m}{28\sqrt{2m(m-1)}} = \frac{5}{28\sqrt{2}} = \tfrac{1}{8} \text{ dig.}$$

nifi m fit numerus paruus. Secundae autem imaginis femidiameter eft $= \alpha \Phi . B C D = \alpha \Phi B \vartheta$; quarecum fumferimus $\vartheta = 2$ pofterius diaphragma aperturam habere debet cuius femidiameter fit duplo maior, quam antecedens, fcilicet $\frac{1}{4}$ dig. a quo vero nullus vfus exfpectari poterit, cum poftremae lentes ipfae multo minorem aperturam poftulent, ita, vt folum diaphragma prius vtilitatem habere poffit, cui etiam, fi libuerit, micrometrum adplicari poterit.

SECTIO-

SECTIONIS TERTIAE.

CAPVT III.

DE ALTERA TERTII GENERIS TELESCOPIORVM SPECIE PRINCIPALI, EORVMQVE PERFECTIONE.

Definitio.

349.

Ad alteram hanc ſpeciem referimus ea teleſcopia, quae ſupra §. 310. et quidem ſpeciatim in ſubnexo Corollario 2. §. 314. ſunt explicata, in quibus ſcilicet lens ſecunda adhuc ante primam imaginem realem collocatur; tertia vero lens poſt hanc imaginem in eo loco, vbi lentis primae inſtar obiecti conſideratae imago per ſecundam lentem projiceretur, qui locus cum ante imaginem ſecundam cadat, lens quarta ocularis in debito loco conſtituitur. Speciatim autem ſi primae lentis diſtantia focalis ponatur $= \alpha$, ſecunda lens ita ſtatuitur, vt ſit $b = -\frac{\alpha}{\sqrt{m}}$ ſiue interuallum primae et ſecundae lentis $= \alpha\left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)$.

Coroll. 1.

350. Cum igitur haec teleſcopia quatuor conſtent lentibus, pro iis elementa ita ſe habebunt:

$$b = \frac{-\alpha}{\sqrt{m}}; \quad \beta = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}\alpha; \quad c = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}.\alpha;$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}C\alpha; \quad d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}.C\alpha;$$

ita, vt ſit $B = \frac{1-\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}$; $\mathfrak{B} = \frac{1-\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}}$; et C arbitrio noſtro relinquatur.

Coroll. 2.

351. Ex his elementis erunt lentium diſtantiae focales

$$p = \alpha; \quad q = \frac{\sqrt{m}-1}{(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}.\alpha; \quad r = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}\mathfrak{C}\alpha;$$

et $s = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}.C\alpha$. et lentium interualla

$$\alpha + b = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)\alpha; \quad \beta + c = \frac{\sqrt{m}-1}{m}.\alpha; \quad \gamma + d = \frac{m-1}{2m\sqrt{m}}C\alpha$$

et diſtantia oculi $O = \frac{m-1}{2mm}.\alpha$; ita, vt tota longitudo futura ſit $= \frac{m-1}{m}\left(1 + \frac{1+\sqrt{m}.C}{2m}\right).\alpha$ vbi tantum monendum eſt, pro C numerum poſitiuum accipi debere.

Coroll. 3.

352. Litterae autem maiuſculae P, Q, R pro hac ſpecie fient $P = \sqrt{m}$; $Q = -1$ et $R = -\sqrt{m}$ ita, vt hinc prodeat $PQR = m$, vti rei natura poſtulat.

Scho-

Scholion.

353. Hic autem inprimis rationem reddere oportet conditionis in definitione commemoratae, qua diximus, lentem tertiam ibi esse collocandam, vbi primae lentis instar obiecti consideratae imago per secundam lentem proiecta esset casura. Cum enim secundae lentis distantia focalis sit $q = \frac{\sqrt{m}-1}{(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}.\alpha$, eius autem distantia a prima lente $= (1 - \frac{1}{\sqrt{m}})\alpha$, quae vocetur y, si prima lens vti obiectum consideretur, eius imago post secundam lentem cadet ad distantiam $\zeta = \frac{yq}{y-q}$; est vero $y - q = \frac{\sqrt{m}-1}{\sqrt{m}+1}\alpha$ hincque $\zeta = \frac{\sqrt{m}-1}{m}\alpha$, cui praecise distantia tertiae lentis a secunda aequatur. Hanc autem conditionem ideo in definitionem introduximus, quoniam eius ope locus tertiae lentis facillime per praxin assignatur. Ceterum supra iam notauimus, semidiametrum campi apparentis fore $\Phi = \frac{850}{m+\sqrt{m}}$ min. qui vtique augmentatione indiget, cum has lentes perficere conabimur. Denique ibidem quoque est ostensum, semidiametrum aperturae tertiae lentis statui debere $= \frac{\sqrt{m}}{50}$ dig.

Pro secunda autem lente, quia posuimus, $\pi = \omega\xi$ et $\omega = -\zeta = -\frac{1}{\sqrt{m}}$, semidiameter eius aperturae esse debet $= \frac{q}{4\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}-1}{4m(1+\sqrt{m})}.\alpha.$

Problema I.

354. Inter binas postremas lentes huius telescopiorum speciei nouam lentem inserere, qua campus apparens magis amplificetur.

Solutio.

Cum igitur hic occurrant quinque lentes ſtatuantur noſtrae quaternae fractiones:

$$\frac{\alpha}{b} = -P;\ \frac{\beta}{c} = -Q;\ \frac{\gamma}{d} = -R;\ \frac{\delta}{e} = -S.$$

quarum litterarum duae debent eſſe negatiuae, quarum prior erit Q ſtatuaturque $Q = -k$; altera vero erit R vel S; vtram autem negatiuam ſtatui conueniat, nondum definiamus. Hinc igitur elementa noſtra erunt

$$b = \frac{-\alpha}{P};\ c = \frac{-B\alpha}{Pk};\ d = \frac{BC\alpha}{PkR};\ e = \frac{-BCD\alpha}{PkRS};$$

$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \frac{-BC\alpha}{Pk};\ \delta = \frac{BCD\alpha}{PkR};$$

diſtantiae autem focales:

$$p = \alpha;\ q = \frac{-\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = \frac{-B\mathfrak{C}\alpha}{Pk};\ s = \frac{BC\mathfrak{D}\alpha}{PkR};\ t = \frac{-BCD\alpha}{PkRS};$$

hincque lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \tfrac{1}{P}\right);\ \beta + c = \frac{-B\alpha}{P}\left(1 + \tfrac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = \frac{-BC\alpha}{Pk}\left(1 - \tfrac{1}{R}\right);\ \delta + e = \frac{+BCD\alpha}{PkR}\left(1 - \tfrac{1}{S}\right)$$

quae cum eſſe debeant poſitiua et α iam ſit poſitiuum, neceſſe eſt, vt ſit 1°. $P > 1$; 2°. $B < 0$; 3°. quod ad bina reliqua interualla attinet, duos caſus diſtingui conuenit.

Caſus prior, quo $R > 0$ et $S = -k'$, hocque caſu debet eſſe $C\left(1 - \tfrac{1}{R}\right) > 0$ et $CD < 0$; quo ipſo etiam ſit e poſitiuum.

Caſus poſterior, quo $R < 0$ ſeu $R = -k'$ et $S > 0$. Hoc ergo caſu eſſe debet $C > 0$ ideoque etiam $\mathfrak{C} > 0$

$\mathfrak{C} > 0$, at < 1 et $D(1 - \frac{1}{S}) > 0$. Vt autem etiam fiat $e > 0$, debet esse $D < 0$, ideoque $S < 1$.

Nunc igitur consideremus campum apparentem, cuius semidiameter est $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m - 1}$ ac statuamus, vt hactenus, $\pi = -\omega\xi$; $\pi' = 0$ ex natura huius speciei; $\pi'' = -\xi$; et $\pi''' = \xi$ vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + 2}{m - 1}\xi = M\xi, \text{ existente } M = \frac{\omega + 2}{m - 1};$$

atque hinc iam statim pro loco oculi prodit

$$O = \frac{e}{Mm} = \frac{(m - 1)e}{m(\omega + 2)}.$$

Aequationes porro fundamentales erunt:

1°. $\frac{\mathfrak{B}\pi}{\Phi} = 1 - P$; seu $\mathfrak{B}\omega = -(1 - P)M$

2°. $0 = -(1 + Pk)M - \omega$.

3°. $\mathfrak{D} = -(1 + PkR)M - \omega$

vbi cum ex prima fit $\omega = \frac{-(1 - P)M}{\mathfrak{B}}$ hic valor in secunda substitutus dat $0 = (1 + Pk)\mathfrak{B} + P - 1$; vnde sequitur $\mathfrak{B} = -\frac{(P - 1)}{1 + Pk}$; ita, vt $\mathfrak{B}$ ac proinde etiam B fit numerus negatiuus; fit autem $B = \frac{-(P - 1)}{P(1 + k)}$ et $\omega = -(1 + Pk)M$; tum vero ex tertia erit $\mathfrak{D} = Pk(1 - R)M$, litterae vero C et $\mathfrak{C}$ arbitrio nostro manent relictae. Pro binis ergo casibus memoratis erit

Pro priore, quo $S = -k'$, $\mathfrak{D} = Pk(1 - R)M$. Si ergo *fuerit* $R > 1$ debet esse $C > 0$ et $D < 0$ at cum fiat $\mathfrak{D} < 0$, sponte illa conditio $D < 0$ impletur. *Sin autem sit* $R < 1$ erit $\mathfrak{D} > 0$;

debet

debet autem esse $C < 0$ et $D > 0$, consequenter $\mathfrak{D} < 1$, ideoque $Pk(1-R)M < 1$.

Pro posteriore casu, quo $R = -k'$, erit $\mathfrak{D} = Pk(1+k')M$ ideoque $\mathfrak{D} > 0$ ante autem vidimus, hoc casu esse debere $C > 0$ adeoque $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. Tum vero $D(1-\frac{1}{S}) > 0$. Quare cum esse debeat $S < 1$, erit $D < 0$ vnde ob $\mathfrak{D} > 0$ colligitur $\mathfrak{D} > 1$.

Nunc pro tollendo margine colorato habebitur haec aequatio:

$$0 = \frac{\omega}{P} - \frac{1}{PkR} - \frac{1}{PkRS};$$

ex qua colligitur

$$0 = \omega kRS - S - 1; \text{ seu } 0 = kRS(1+Pk)M + S + 1$$

vbi ergo binos nostros casus distingui oportet.

I. Si $S = -k'$, habebitur $0 = -kk'R(1+Pk)M - k' + 1$ vnde fit $R = \frac{1-k'}{kk'(1+Pk)M}$; vnde patet, esse debere $k' < 1$. vnde si prodeat $R > 1$, debet esse $C > 0$ et $D < 0$. Sin autem prodeat $R < 1$, debet esse $D > 0$, $C < 0$, $\mathfrak{D} > 0$ et $\mathfrak{D} < 1$, adeoque $Pk(1-R)M < 1$.

II. Si $R = -k'$, erit $0 = -kk'S(1+Pk)M + S + 1$ vnde colligitur $k' = \frac{S+1}{kS(1+Pk)M}$ quae expressio per se est positiua. Hoc autem casu supra vidimus esse debere $C > 0$ adeoque $\mathfrak{C} < 0$ et $\mathfrak{C} < 1$ et $D < 0$, ita, vt hoc casu sumendum sit $S < 1$.

Deni-

Denique hic meminiſſe oportet, eſſe $PkRS = -m$, quae conditio ſecundum binos caſus conſiderari debet.

I. caſu, quo $S = -k'$, ob $R = \frac{m}{Pkk'}$ noſtra aequatio dat $0 = -\frac{m}{P}(1 + Pk)M - k' + 1$ vnde colligitur $k' = 1 - \frac{m}{P}(1 + Pk)M$; ita, vt eſſe debeat $m(1 + Pk)M < P$ vbi notetur, ſi prodeat $R > 1$, eſſe debere $C > 0$ et $D < 0$; ſi autem prodeat $R < 1$, debere eſſe $\mathfrak{C} < 0$ et $D > 0$, $\mathfrak{D} > 0$ et $\mathfrak{D} < 1$.

II. caſu, ſi $R = -k'$, vt ſit $m = Pkk'S$, noſtra aequatio dat $0 = -\frac{m}{P}(1 + Pk)M + S + 1$; vnde colligitur $S = \frac{m}{P}(1 + Pk)M - 1$ ita, vt eſſe debeat $m(1 + Pk)M > P$. Cum autem debeat eſſe $S < 1$, etiam eſſe debet $m(1 + Pk)M < 2P$; praeterea recordemur, eſſe debere $C > 0$, adeoque $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$, et $D < 0$.

Tandem circa has formulas probe obſeruandum eſt ob valorem ω inuentum litteram M per reliqua elementa commode exprimi poſſe. Cum enim ſit

$\omega = -(1 + Pk)M$, aequatio $\frac{\omega + 2}{m - 1} = M$ dabit

$M = \frac{2}{m + Pk}$ et $\omega = \frac{-2(1 + Pk)}{m + Pk}$

ita, vt pro campo apparente prodeat

$$\Phi = \frac{2}{m + Pk} \cdot \xi \text{ ſeu } \Phi = \frac{7859}{m + Pk} \text{ min.}$$

Tum vero etiam pro loco oculi $O = \frac{e(m+Pk)}{2m}$.
Quibus obſeruatis binos caſus ſeorſim euoluamus.

I. Euolutio caſus, quo $S = -k'$.

355. Hoc ergo caſu elementa noſtra ita ſe habebunt:

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = \frac{-B\alpha}{Pk};\ d = \frac{BC\alpha}{PkR};\ e = \frac{BCD\alpha}{m};$$
$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \frac{-BC\alpha}{Pk};\ \delta = \frac{BCD\alpha}{PkR};$$

hincque interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right);\ \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$
$$\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}\left(1 - \frac{1}{R}\right);\ \delta + e = \frac{BCD\alpha}{PkR}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

vbi ergo eſſe debet $P > 1$, et $\mathfrak{B} = \frac{-(P-1)}{1+Pk}$ hincque $B = \frac{-(P-1)}{P(1+k)}$.

Tertium vero interuallum dat hanc conditionem $C\left(1 - \frac{1}{R}\right) > 0$ et vltimum $CD < 0$; eſt autem $\mathfrak{D} = Pk(1-R)\,M = \frac{2Pk(1-R)}{m+Pk}$ et $D = \frac{2Pk(1-R)}{m-Pk+2PkR}$.
Deſtructio autem marginis colorati poſtulat, vt ſit

$$k' = 1 - \frac{m}{P}(1 + Pk)\,M = 1 - \frac{2m(1+Pk)}{P(m+Pk)} \text{ et}$$
$$R = \frac{m(m+Pk)}{k(P(m+Pk) - 2m(1+Pk))};$$

quamobrem debet eſſe $P(m+Pk) > 2m(1+Pk)$ ideoque $k < \frac{m(P-2)}{P(2m-P)}$; quare cum illa quantitas maior debeat eſſe, quam k, ob $2m > P$, debet eſſe $P > 2$; ex qua etiam conditione patet, ſemper eſſe debere

$R > 1$

$R > 1$ adeoque $C > 0$ et $D < 0$, vti ex valore ipsius D manifestum est. Quo his conditionibus satisfiat formulaeque euadant simpliciores, statuamus $Pk = \sqrt{m}$ vt fiat $M = \frac{2}{m+\sqrt{m}}$ ideoque $\Phi = \frac{2}{m+\sqrt{m}}$. $\xi = \frac{1718}{m+\sqrt{m}}$ min. qui valor duplo maior est, quam ante. Tum vero erit $\omega = \frac{-2(1+\sqrt{m})}{m+\sqrt{m}}$; porro si capiatur $P = 4\sqrt{m}$, prodit $k = \frac{1}{4}$; $R = 2\sqrt{m}$ et $k' = \frac{1}{2}$ hincque $\mathfrak{D} = \frac{2(1-2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}$ et $D = \frac{2(1-2\sqrt{m})}{5\sqrt{m}-1}$. Praeterea vero $\mathfrak{B} = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}}$ et $B = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{5\sqrt{m}}$; vnde omnia interualla prodibunt positiua, dummodo pro C sumatur quantitas positiua.

II. Euolutio casus, quo $R = -k'$.

356. Pro hoc ergo casu destructio marginis colorati praebet

$$0 = -\frac{2m(1+Pk)}{P(m+Pk)} + S + 1$$

vnde concluditur

$$S = \frac{2m(1+Pk)}{P(m+Pk)} - 1$$

ita, vt esse debeat

$$2m(1+Pk) > P(m+Pk).$$

tum vero ob $S < 1$, debet esse

$$2m(1+Pk) < 2P(m+Pk)$$

statuamus nunc iterum, vt ante, $Pk = \sqrt{m}$ fietque $S = \frac{2\sqrt{m}}{P} - 1$, ita, vt nunc capi debeat $P < 2\sqrt{m}$ et $P > \sqrt{m}$; littera autem k cadet intra limites 1 et $\frac{1}{2}$.

 Tum

Tum vero ob $S = \frac{2\sqrt{m}}{P} - 1$ erit $k' = \frac{m}{S\sqrt{m}} = \frac{P.\sqrt{m}}{2\sqrt{m} - P}$. Definito autem P erit

$$\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{1+\sqrt{m}} \text{ et } B = -\frac{(P-1)}{P+\sqrt{m}} \text{ et}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(1+k')}{1+\sqrt{m}} \text{ et } D = \frac{2(1+k')}{\sqrt{m}-2k'-1} \text{ fiue}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(2\sqrt{m}-P+P\sqrt{m})}{(1+\sqrt{m})(2\sqrt{m}-P)};$$

qui valor cum fit pofitiuus et vnitate maior, littera D fponte fit negatiua, quemadmodum conditiones poftulant, dummodo C capiatur pofitiuum. Quo autem omnia plene determinentur, ftatuamus infuper $P = \frac{3}{2}\sqrt{m}$ ac fiet $k = \frac{2}{3}$; $k' = 3\sqrt{m}$, et $S = \frac{1}{3}$,

$$\mathfrak{B} = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{2(1+\sqrt{m})} \text{ et } B = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{5\sqrt{m}}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1} \text{ et } D = \frac{-2(3\sqrt{m}+1)}{5\sqrt{m}+1}$$

quibus valoribus omnibus conditionibus fatisfit.

Scholion.

357. En ergo duos cafus huiusmodi telefcopiorum penitus determinatos pro data multiplicatione m, quorum effectus in praxi idem effe debet. Cum autem pofteriore cafu longitudo inftrumenti minor euadat, quam priore, eum merito hic praeferimus; quam obrem operae pretium erit, in conftructionem iftorum Telefcopiorum adcuratius inquirere. Notatis igitur praecipuarum litterarum valoribus, fcilicet

$$P = \tfrac{3}{2}\sqrt{m};\ k = \tfrac{2}{3};\ k' = 3\sqrt{m} = -R;\ S = \tfrac{1}{3};$$

$\mathfrak{B} =$

$$\mathfrak{B} = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{2(1+\sqrt{m})};\quad B = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{5\sqrt{m}}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1};\quad D = -\frac{2(3\sqrt{m}+1)}{5\sqrt{m}+1};$$

et quia C debet esse positiuum, ponatur

I. $C = \theta$ vt sit $\mathfrak{C} = \frac{\theta}{1+\theta}$;

elementa nostra ita erunt expressa:

$$b = -\frac{2\alpha}{3\sqrt{m}};\quad \beta = \frac{2(3\sqrt{m}-2)\alpha}{15m};$$

$$c = \frac{3\sqrt{m}-2}{5m};\quad \gamma = \frac{\theta(3\sqrt{m}-2)}{5m};$$

$$d = \frac{\theta(3\sqrt{m}-2)}{15m\sqrt{m}};\quad \delta = \frac{-2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

$$e = \frac{2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

hinc distantiae focales

$$p = \alpha;\quad q = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}\alpha;\quad r = \frac{\theta}{1+\theta}\cdot\frac{3\sqrt{m}-2}{5m}\alpha;$$

$$s = \frac{2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha \text{ et}$$

$$t = \frac{2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}};$$

et lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{2}{3\sqrt{m}}\right);\quad \beta + c = \frac{3\sqrt{m}-2}{3m}\alpha;$$

$$\gamma + d = \frac{\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15m\sqrt{m}}\alpha;$$

$$\delta + e = \frac{4\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

et distantia oculi

$$O = \frac{e(1+\sqrt{m})}{2\sqrt{m}} = \frac{\theta(1+\sqrt{m})(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5m^2(5\sqrt{m}+1)}.\alpha$$

vnde tota oritur longitudo telescopii

$$= \alpha\frac{(3\sqrt{m}-2)(1+\sqrt{m})}{3m} + \frac{\theta(\sqrt{m}+1)(3\sqrt{m}+1)(3\sqrt{m}-2)(5\sqrt{m}+3)}{15m^2(5\sqrt{m}+1)}$$

 ita,

ita, vt ſi m ſit numerus praemagnus, haec longitudo fiat $(1 + \frac{1}{8\sqrt{m}} + \frac{3\theta}{5\sqrt{m}})\,\alpha$ et quia hoc caſu fit $e = \frac{18\theta.\alpha}{25m}$, ſi liceret capere $\alpha = \frac{m}{7}$ dig.; ſtatui conueniret $\vartheta = 5$, vt vltimae lentis diſtantia focalis fieret circiter $\frac{1}{2}$ dig.; quando autem α multo maiorem obtinet valorem, facile capi poterit $\vartheta = 1$.

II. Adcuratius etiam inquirere debemus, quantam aperturam cuique lenti tribui oporteat, ac pro prima quidem lente ſemper ſumi ſolet ſemidiameter aperturae $x = \frac{m}{50}$ dig. pro reliquis lentibus ex formulis ſupra expoſitis colligitur:

Semidiameter aperturae ſecundae lentis

$$= \pi q + \frac{qx}{\mathfrak{B}P} = \frac{1}{4}\,\omega q + \frac{qx}{\mathfrak{B}\alpha}$$

$$= \frac{1}{4}\,q\left(\frac{2}{\sqrt{m}} + \frac{8(1+\sqrt{m})}{3\sqrt{m}-2}\cdot\frac{x}{\alpha}\right).$$

Semidiameter aperturae tertiae lentis

$$= \frac{rx}{BCP} = \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{50}\ \text{dig.}$$

Quarta autem et quinta lens maximam aperturam capere debent; vnde eas vtrinque conuexas effici oportet.

III. Quod nunc ad litteras λ attinet, pro prima lente ſemper ſumi conuenit $\lambda = 1$, qui valor etiam pro ſecunda lente ſumi poſſe videtur, ſiquidem numerus m non ſit admodum paruus, de quo autem quouis caſu ſeorſim erit diſpiciendum. Pro tertia enim lente ob minimam aperturam nullum eſt dubi-

um,

um, quin ſumi poſſit $\lambda'' = 1$. Quoniam vero quarta lens debet eſſe vtrinque aequaliter conuexa, pro ea ſumi debet

$$\lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 (1 + 2\mathfrak{D})^2$$
$$= 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 \left(\frac{11\sqrt{m} + 3}{\sqrt{m} + 1}\right)^2.$$

Pro quinta autem lente erit $\lambda'''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2$.

IV. His igitur valoribus pro $\lambda, \lambda' \ldots$ ſtabilitis quantitas α ex ſequente formula definiri debet:

$$\alpha = kx\sqrt[3]{\mu m}\left\{\begin{array}{l}\lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{1}{B^3\mathfrak{C}Pk}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) \\ - \frac{1}{B^3C^3\mathfrak{D}Pkk'}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu}{D}\right) + \frac{\lambda''''}{B^3C^3D^3.m}\end{array}\right\}$$

vbi meminiſſe iuvabit ſumi ſolere $x = \frac{m}{50}$ et $k = 50$, vt ſit $kx = m$. Interim tamen ſi vel maiore claritatis vel diſtinctionis gradu contenti eſſe velimus, pro kx ſumi poterit $\frac{1}{2}m$. Deinde etiam hinc euidens eſt, ob illum praegrandem valorem ipſius λ''', qui ſcilicet quadratum $(2\mathfrak{D} - 1)^2$ inuoluebat, terminum inde hic oriundum iterum ſatis fieri paruum, cum is diuiſus ſit per $\mathfrak{D}^3$; praeterquam quod eius denominator ob $Pkk' = 3m$ per ſe ſit ſatis magnus. Denique adhuc notari debet, numerum λ'' multiplicari per quantitatem ſatis notabilem, cum ſit $-\frac{1}{B^3}$ propemodum $\frac{125}{27}$ et $\frac{1}{\mathfrak{C}^3} > 1$; ideoque $-\frac{1}{B^3\mathfrak{C}^3}$ vltra 5 aſſurgat atque adeo ad 40 vsque, ſi ſumeretur $\theta = 1$; ita vt $Pk = \sqrt{m}$ in denominatore, hunc terminum vix infra

ſra vnitatem diminuere poſſit. Cui incommodo remedium afferri poſſet, hanc lentem ſecundum praecepta in Libr. I. de lentibus compoſitis tradita duplicando. Hoc autem neceſſe non erit, quando ipſam lentem obiectiuam ita duplicabimus, vt omnis confuſio a reliquis etiam lentibus oriunda tollatur.

Exemplum.

358. Sumto $m = 25$, conſtructionem huiusmodi teleſcopii deſcribere.

I. Cum ſit $m = 25$, erit $\sqrt{m} = 5$, indeque

$$P = \tfrac{15}{2};\ k = \tfrac{2}{3};\ k' = 15;\ S = \tfrac{1}{3};$$

$$\mathfrak{B} = -\tfrac{13}{12};\ B = -\tfrac{13}{25};\ \mathfrak{D} = \tfrac{16}{3};\ D = -\tfrac{16}{17};$$

vnde elementa noſtra erunt

$$b = -\tfrac{2\alpha}{15};\ \beta = \tfrac{26\alpha}{375};\ c = \tfrac{13\alpha}{125};\ \gamma = \tfrac{13\theta\alpha}{125};$$

$$d = \tfrac{13\theta\alpha}{1875};\ \delta = \tfrac{-16\theta}{1875}\alpha;\ e = \tfrac{16\theta\alpha}{625};$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \tfrac{13}{90}\cdot\alpha;\ r = \frac{\theta}{1+\theta}\cdot\tfrac{13}{125}\cdot\alpha;$$

$$s = \tfrac{208}{5625}\alpha \text{ et } t = \tfrac{16\theta}{625}\cdot\alpha;$$

et interualla lentium

$$\alpha + b = \tfrac{13}{15}\alpha;\ \beta + c = \tfrac{13}{75}\alpha;$$

$$\gamma + d = \tfrac{208\theta}{1875}\alpha;\ \delta + e = \tfrac{32\theta}{1875}\cdot\alpha;$$

ac diſtantia oculi $O = \tfrac{48\theta}{3125}\cdot\alpha$;

ita, vt tota longitudo futura ſit $\alpha(\tfrac{26}{25} + \tfrac{448\theta}{3125})$

Campi

Campi autem apparentis ſemidiameter erit
$\frac{1718}{30}$ min. $= 57' \, 16''$.

II. Semidiameter aperturae lentis primae $= \frac{1}{2}$ dig.
- - - - ſecundae $= \frac{1}{4} q \left(\frac{2}{5} + \frac{48}{13} \cdot \frac{x}{\alpha}\right)$, vnde colligere licet, pro hac lente dimidiam aperturam ſufficere.
- - - - tertiae $= \frac{1}{10}$ dig.

III. Deinde porro erit $\lambda = 1$; $\lambda' = 1$ fortaſſe; $\lambda'' = 1$; $\lambda''' = 1 + \frac{841}{9} \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2$, vbi notandum, ſi vitrum commune adhibeatur, quo $n = 1, 55$ fore $\lambda''' = 1, + 0, 6299 \cdot \frac{841}{9} = 59, 702$ et $\lambda'''' = 1, 6299$.

Ex aequatione pro α colligere licet, numerum ſub ſigno radicali contentum circiter vltra $2 \mu m$. excreſcere, vnde eius loco tuto ſcribere poſſumus 64 ſicque obtinebimus $\alpha = 100$. dig. $= 8 \frac{1}{3}$ ped.

Pro maioribus autem multiplicationibus haec quantitas in ratione $m \sqrt[3]{m}$ creſcet neque haec longitudo ſatis magna imminui poterit, niſi formulam pro ſemidiametro confuſionis ad nihilum redigamus, id quod vti ex ſuperioribus liquet, facile praeſtabitur, ſi his quinque lentibus adhuc lentem concauam praefigamus, ſiue ex eodem ſiue ex vitro chryſtallino parandam.

Problema 2.

359. Hanc teleſcopiorum ſpeciem ante primam lentem praefigendo lentem concauam ita perficere, vt confu-

confusio penitus tollatur sicque haec telescopia breuissima reddantur, seruato campo ante inuento.

Solutio.

Cum igitur nunc sex habeamus lentes, quinque litterae erunt considerandae P, Q, R, S, T, ad lentium interualla relatae, quarum prima P debet dare interuallum minimum, quod ob α negatiuum statuamus $= -\frac{1}{50}.\alpha$, vt fiat $P = \frac{50}{51}$. Deinde cum sequentia interualla respondeant litteris Q, R, S, T, quae ante erant P, Q, R, S, nunc ponamus $R = -k$ et $S = -k'$, eruntque elementa

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = \frac{B\alpha}{PQ};\ d = +\frac{BC\alpha}{PQk};\ e = \frac{BCD\alpha}{PQkk'};$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = \frac{BC\alpha}{PQ};\ \delta = \frac{BCD\alpha}{PQk};\ \varepsilon = \frac{BCDE\alpha}{PQkk'}$$

$$\text{et } f = \frac{-BCDE\alpha}{PQkk'T} = \frac{-BCDE\alpha}{m};$$

vnde interualla colliguntur

1°. $\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right)$; quod fit sumto $P = \frac{50}{51}$.

2°. $\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$; vnde cum Q capi debeat > 1, debet esse B positiuum, ideoque $\mathfrak{B} > 0$ et < 1.

3°. $\gamma + d = \frac{BC\alpha}{PQ}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$; vnde C debet esse negatiuum.

4°. $\delta + e = \frac{BCD\alpha}{PQk}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$; vnde D debet esse positiuum, ideoque $\mathfrak{D} > 0$ et $\mathfrak{D} < 1$.

5°. $\varepsilon +$

5°. $\varepsilon + f = \frac{BCDE\alpha}{PQkk'}(1 - \frac{1}{T})$; vnde debet esse $\varepsilon(1 - \frac{1}{T})$ positiuum, sed cum et f debeat esse maius nihilo, debet esse E negatiuum, ergo $T < 1$.

Iam pro campo apparente ponamus

$\pi = -v\xi$; $\pi' = \omega\xi$; $\pi'' = 0$; $\pi''' = \xi$ et $\pi'''' = -\xi$

vt fiat $\Phi = \frac{v+\omega+2}{m-1}.\xi = M\xi$, existente $M = \frac{v+\omega+2}{m-1}$; vnde pro loco oculi fit $O = \frac{f}{Mm}$. Ex his autem formabuntur sequentes aequationes fundamentales:

1°. $\mathfrak{B}v = -(1-P)M$.

2°. $\mathfrak{C}\omega = -(1-PQ)M - v$.

3°. $\mathfrak{D}.0 = -(1+PQk)M - v - \omega$.

4°. $\mathfrak{E} = -(1-PQkk')M - v - \omega$.

Ex quarum tertia statim habemus

$v + \omega = -(1+PQk)M$ est vero etiam

$v + \omega = (m-1)M - 2$; vnde

$M = \frac{2}{m+PQk}$ sicque vicissim $v + \omega = \frac{-2(1+PQk)}{m+PQk}$.

Quia nunc prima aequatio dat

$v = \frac{-2(1-P)}{\mathfrak{B}(m+PQk)}$; secunda praebebit

$\mathfrak{C}\omega = \frac{-2(1-PQ)}{m+PQk} + \frac{2(1-P)}{\mathfrak{B}(m+PQk)}$

quare nunc fiet

$v + \omega = \frac{2(1-P)}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}(m+PQk)} - \frac{2(1-PQ)}{\mathfrak{C}(m+PQk)} = \frac{-2(1+PQk)}{m+PQk}$

quae aequatio reducta dabit

$$(1-\mathfrak{B})(1-\mathfrak{C})-(1-\mathfrak{C})P+\mathfrak{B}PQ+\mathfrak{B}\mathfrak{C}PQk=0$$

quae ad formam hanc reducitur:

$$\frac{1-P}{BC}-\frac{P(1-Q)}{C}+PQ(1+k)=0$$

quae aequatio inseruit relationi inter litteras B et C definiendae. Littera autem D arbitrio nostro manet relicta, dummodo capiatur positiua. Tandem vero quarta aequatio dat

$$\mathfrak{C}=-\frac{2(1-PQkk')}{m+PQk}+\frac{2(1+PQk)}{m+PQk}=\frac{2PQk(1+k')}{m+PQk},$$

qui valor cum sit positiuus, debet esse

$$2PQk(1+k')>m+PQk \text{ siue } PQk(1+2k')>m$$

Denique destructio marginis colorati postulat hanc aequationem:

$$0=\frac{v}{P}+\frac{\omega}{PQ}-\frac{0}{PQk}+\frac{1}{PQkk'}+\frac{1}{PQkk'T}$$

quae substitutis pro v et ω valoribus abit in hanc:

$$0=\frac{-2(1-P)}{\mathfrak{B}(m+PQk)}-\frac{2(1-PQ)}{\mathfrak{C}(m+PQk)Q}+\frac{2(1-P)}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}(m+PQk)Q}$$
$$+\frac{1}{Qkk'}+\frac{1}{Qkk'T}.$$

siue

$$0=\frac{2}{Q(m+PQk)}\left(\frac{(1-P)(1-Q)}{\mathfrak{B}}-1-PQk\right)$$
$$+\frac{1}{Qkk'}+\frac{1}{Qkk'T}$$

Vt huic aequationi commodissime satisfaciamus primo terminos factore $(1-P)$ adfectos ob summam paruitatem reiiciamus, quandoquidem non opus est, vt in hac

hac resolutione summum rigorem sequamur, et habebimus

$$\frac{2(1+PQk)}{m+PQk} = \frac{1}{kk'}\left(1+\frac{1}{T}\right)$$

vbi statim secundum naturam huius speciei telescopiorum supra stabilitam statuamus $PQk = \sqrt{m}$ et $T = \frac{1}{2}$; vnde fiet $\frac{4}{\sqrt{m}} = \frac{3}{kk'}$; hinc $kk' = \frac{3\sqrt{m}}{4}$. Quia nunc erit $kk'T = \frac{3\sqrt{m}}{8} = \frac{m}{PQ}$ ita, vt sit $PQ = \frac{8}{3}.\sqrt{m}$, ob P datum etiam Q definietur. Quia porro est $PQk = \sqrt{m}$, erit $k = \frac{3}{8}$, hincque $k' = 2\sqrt{m}$, sicque valores harum litterarum ita se habebunt:

$$P = \frac{50}{51};\ PQ = \frac{8}{3}\sqrt{m};\ k = \frac{3}{8};\ k' = 2\sqrt{m} \text{ et}$$
$$T = \frac{1}{2};\ \text{hincque } PQk = \sqrt{m};$$
$$PQkk' = 2m \text{ et } PQkk'T = m.$$

Quod nunc ad reliquas litteras $B, C \ldots$ attinet, aequatio supra data, si etiam factor $1 - P$ reiiciatur, dabit:

$$-\frac{1+PQ}{C} + PQ(1+k) = 0$$

vnde inuenitur

$$C = \frac{1-PQ}{PQ(1+k)} = \frac{3-4\sqrt{m}}{7\sqrt{m}} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{3-4\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})}.$$

Litterae autem B et $\mathfrak{B}$ arbitrio nostro permittuntur, ita, vt si prima lens concaua ex vitro chrystallino paretur, vt supra vidimus, poni conueniat $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$; porro vero litterae $\mathfrak{D}$ et D hinc plane non determinantur, nisi quod vtramque positiuam esse oportet,

ex quo statuamus $D = \vartheta$, hincque $\mathfrak{D} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta}$; denique vero erit

$$\mathfrak{E} = \frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}; \text{ hincque } E = \frac{-2(1+2\sqrt{m})}{1+3\sqrt{m}};$$

qui valores vni conspectui ita repraesentantur:

$$\mathfrak{B} = \tfrac{5}{7};\ \mathfrak{C} = \frac{3-4\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})};$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta} \text{ et } \mathfrak{E} = \frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}};$$

$$B = \tfrac{5}{2};\ C = \frac{3-4\sqrt{m}}{7\sqrt{m}};\ D = \mathfrak{D} \text{ et } E = \frac{-2(1+2\sqrt{m})}{1+3\sqrt{m}},$$

hincque

$$BC = \frac{5(3-4\sqrt{m})}{14\sqrt{m}};\ BCD = \frac{5\theta(3-4\sqrt{m})}{14\sqrt{m}};$$

$$BCDE = \frac{5\theta(4\sqrt{m}-3)(1+2\sqrt{m})}{7\sqrt{m}(1+3\sqrt{m})};$$

ex quibus elementa nostra penitus determinantur. Nihil igitur aliud superest, nisi vt semidiameter confusionis ad nihilum redigatur, id quod fit sequente aequatione:

$$\lambda = \tfrac{1}{P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{1}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$
$$- \frac{1}{B^3C^3.PQk}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right)$$
$$- \frac{1}{B^3C^3D^3PQkk'}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^3} + \frac{\nu}{E\mathfrak{E}}\right) + \frac{\lambda'''''}{B^3C^3D^3E^3.m};$$

si scilicet omnes lentes ex eodem vitro sint factae. Sin autem prima lens sit chrystallina; reliquae vero coronariae, valor ipsius λ hinc inuentus insuper multiplicari debet per $\frac{9875}{8724}$, quae fractio est fere $\frac{17}{15}$, propius vero $\frac{163}{144}$.

Circa

Circa hanc vero aequationem obſeruandum eſt, ſumi debere $\lambda' = 1$; $\lambda'' = 1$; $\lambda''' = 1$. Pro quinta autem lente, vt vtrinque fiat aeque conuexa, ſumi debet

$$\lambda'''' = 1, + 0,60006.(1 - 2\mathfrak{C})^2 = 1 + \frac{0,60006(3 + 7\sqrt{m})^2}{(1 + \sqrt{m})^2}$$

Pro ſexta vero $\lambda''''' = 1,60006$.

Coroll. 1.

360. Pro his igitur teleſcopiis cum fiat $M = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$ erit ſemidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{1718}{m + \sqrt{m}}$. min.

Coroll. 2.

361. Semidiametri autem aperturae ſingularum lentium ita definiuntur: ex §. 21.

Pro prima $= x$.

Pro ſecunda $= \frac{x}{P}$.

Pro tertia $= \frac{r}{2\sqrt{m}} \pm \frac{x}{PQ}$.

Pro quarta $= 0\,s \pm \frac{x}{PQk}$.

Pro quinta $= \frac{t}{4} \pm \frac{x}{PQkk'}$.

Pro ſexta $= \frac{u}{4} \pm \frac{x}{PQkk'T} = \frac{u}{4} \pm \frac{x}{m}$.

Coroll. 3.

362. Si in locis imaginum realium velimus diaphragmata conſtituere, reperitur

Pro

Pro priori ſemidiameter aperturae $= \frac{2BC}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$.

Pro poſteriore vero $= \frac{2BCD}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$.

Scholion.

363. En ergo duplicem perfectionem huius generis teleſcopiorum; altera ſcilicet ſpectat ad campum apparentem; quem fere duplo maiorem reddidimus; altera vero conſiſtit in deſtructione confuſionis, qua efficitur, vt non opus ſit, quantitatem α maiorem accipere, quam apertura lentis obiectiuae ad claritatem requiſita poſtulat, ſicque longitudo teleſcopii tantopere contrahatur, quantum quidem fieri licet. Cum hic duae lentes poſt vltimam imaginem reperiantur, quibus campus duplo maior eſt factus, ita, ſi tres pluresue lentes adhibere velimus, campum, quousque voluerimus, amplificare licebit. Quod cum vix maiorem calculum poſtulet, quam praecedens problema, operae pretium vtique erit, hanc inueſtigationem generatim ad quotcunque lentes extendere.

Problema 3.

364. Praefixa, vt ante, lente concaua, plures lentes poſt vltimam imaginem realem ita diſponere, vt campus apparens quantum libuerit amplificetur.

Solutio.

Hic omnia prorſus manent vt in problemate antecedente, quod ſcilicet ad elementa, diſtantias focales et

et interualla lentium attinet, hoc tantum diſcrimine, vt ambae ſeries litterarum B, C, D etc. et P, Q, k, k', T etc. vlterius continuari debeant. Deinde littera M, qua campus apparens definitur, alium nanciſcetur valorem a numero lentium poſt vltimam imaginem inſerendarum. Sit igitur harum lentium numerus $= i$ eritque $M = \frac{v + \omega + i}{m - 1}$ tum vero aequationes fundamentales ſe habebunt, vt ante, niſi quod vlterius progrediantur, poſt tertiam autem, quamlibet ſequentium ope tertiae definiamus, vti ſequitur

1°. $\mathfrak{B}\, v = -(1 - P)\, M$

2°. $\mathfrak{C}\, \omega = -(1 - PQ)\, M - v$

3°. $o = -(1 + PQk)\, M - v - \omega$ ſiue
$v + \omega = -(1 + PQk)\, M$ vnde
$M(m - 1) = -(1 + PQk)\, M + i$ et
$M = \frac{i}{m + PQk}$.

4°. $\mathfrak{E} = PQk(1 + k')\, M$

5°. $\mathfrak{F} = PQk(1 + k'T)\, M - 1$

6°. $\mathfrak{G} = PQk(1 + k'TU)\, M - 2$

7°. $\mathfrak{H} = PQk(1 + k'TUV)\, M - 3$

etc.

ex primis autem formulis colligetur, vt ante,

$$\frac{1 - P}{BC} - \frac{P(1 - Q)}{C} + PQ(1 + k) = o$$

vnde quia P proxime $= 1$, ideoque v pro nihilo haberi poteſt, erit ſatis exacte

$$\omega = -(1 + PQk)\,M = -\frac{(1-PQ)M}{\mathfrak{C}}$$

vnde colligimus

$$\mathfrak{C} = \frac{1-PQ}{1+PQk} \text{ et } C = \frac{1-PQ}{PQ(1+k)}.$$

Hic autem sufficit hunc valorem vero proxime definiuisse, quia aperturae lentium, vnde litterae v, ω etc. pendent, summam praecisionem respuunt. Quod cum etiam valeat in aequatione, qua margo coloratus destruitur, habebitur, loco M substituto valore,

$$\frac{i(1+PQk)}{m+PQk} = \frac{1}{kk'}\left(1 + \frac{1}{T} + \frac{1}{TU} + \frac{1}{TUV} \text{ etc.}\right)$$

quorum terminorum numerus cum sit i et singulae litterae T, U, V vnitate debeant esse minores, statuamus tam concinnitatis gratia, quam vt lentes postremae aequis fere interuallis distent,

$$T = \tfrac{1}{2};\; U = \tfrac{2}{3};\; V = \tfrac{3}{4};\; W = \tfrac{4}{5} \text{ etc.}$$

vt factor ipsius $\frac{1}{kk'}$ fiat

$$1 + 2 + 3 + 4 \ldots i = \frac{(1+i)i}{2}$$

deinde etiam, vt ante, ponamus $PQk = \surd m$, vt prodeat ista aequatio

$$\frac{i}{\surd m} = \frac{1}{kk'} \cdot \frac{i(1+i)}{2} \text{ vnde elicitur } kk' = \frac{(1+i)\surd m}{2}.$$

Productum vero reliquarum litterarum

$$TUV\ldots = \frac{1}{i}, \text{ erit } kk'\,TUV\ldots$$

$$= \frac{(1+i)\surd m}{2i} = \frac{m}{PQ}; \text{ hincque ergo deducitur}$$

$PQ = \frac{2i\surd m}{1+i}$; et quia P per se datur, hinc Q definietur.

Deni-

Denique ob $PQk = \sqrt{m}$; elicitur $k = \frac{1+i}{2i}$ et $k' = i\sqrt{m}$; hic ergo valores omnes sequenti modo se habent:

$$PQ = \frac{2i\sqrt{m}}{1+i};\ k = \frac{1+i}{2i};\ k' = i\sqrt{m};$$

$$T = \tfrac{1}{2};\ U = \tfrac{2}{3};\ V = \tfrac{3}{4};\ W = \tfrac{4}{5} \text{ etc.}$$

$$PQk = \sqrt{m};\ PQkk' = im;$$

$$PQkk'T = \tfrac{im}{2};\ PQkk'TU = \tfrac{im}{3}; \text{ et}$$

$$PQkk'TUV\ldots = \tfrac{im}{i} = m.$$

Circa litteras B C D etc. prima B cum tertia D hinc non definitur; iam vero ostendimus esse,

$$C = \frac{1-PQ}{PQ(1+k)} = \frac{1+i-2i\sqrt{m}}{(1+3i)\sqrt{m}} \text{ et}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1-PQ}{1+PQk} = \frac{1+i-2i\sqrt{m}}{(1+i)(1+\sqrt{m})}.$$

Ponamus igitur, vt ante, $D = \vartheta$ et $\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$ sequentes vero erunt

$$\mathfrak{E} = \frac{i(1+i\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}};\ \mathfrak{F} = \frac{i(2+i\sqrt{m})}{2(1+\sqrt{m})} - 1;$$

$$\mathfrak{G} = \frac{i(3+i\sqrt{m})}{3(1+\sqrt{m})} - 2;\ \mathfrak{H} = \frac{i(4+i\sqrt{m})}{4(1+\sqrt{m})} - 3;$$

quarum litterarum penultima erit

$$\frac{2(i-1)+(3i-2)\sqrt{m}}{(i-1)(1+\sqrt{m})} \text{ et vltima} = 1.$$

Has igitur quoque litteras hic coniunctim aspectui exponamus:

$\mathfrak{B} =$

$\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$ circiter

$$\mathfrak{C} = \frac{-(2i\sqrt{m} - i - 1)}{(1+i)(1+\sqrt{m})}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$$

$$\mathfrak{E} = \frac{i + ii\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}}$$

$$\mathfrak{F} = \frac{2(i-1) + (ii - 2.1)\sqrt{m}}{2(1+\sqrt{m})}$$

$$\mathfrak{G} = \frac{3(i-2) + (ii - 2.3)\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{4(i-3) + (ii - 3.4)\sqrt{m}}{4(1+\sqrt{m})}$$

$B = \frac{5}{2}$ vel circiter

$$C = \frac{-(2i\sqrt{m} - i - 1)}{(1+3i)\sqrt{m}}$$

$$D = \vartheta$$

$$E = \frac{-(i + ii\sqrt{m})}{(i-1)(1+(i+1)\sqrt{m})}$$

$$F = \frac{-(2(i-1) + (ii - 1.2)\sqrt{m})}{(i-2)(2+(i+2)\sqrt{m})}$$

$$G = \frac{-(3(i-2) + (ii - 2.3)\sqrt{m})}{(i-3)(3+(i+3)\sqrt{m})}$$

$$H = \frac{-(4(i-3) + (ii - 3.4)\sqrt{m})}{(i-4)(4+(i+4)\sqrt{m})}$$

ex quibus valoribus omnia elementa ſecundum formulas ſatis cognitas definiri poſſunt. Deinde vero vt omnis confuſio tollatur, haec aequatio erit adimplenda:

$$\begin{aligned}\lambda = {} & \frac{1}{P}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{1}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \\ & - \frac{1}{B^3C^3PQk}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right) \\ & - \frac{1}{B^3C^3D^3PQkk'}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^3} + \frac{\nu}{E\mathfrak{E}}\right) \\ & + \frac{1}{B^3C^3D^3E^3PQkk'T}\left(\frac{\lambda'''''}{\mathfrak{F}^3} + \frac{\nu}{F\mathfrak{F}}\right) \\ & - \frac{1}{B^3C^3D^3E^3F^3PQkk'TU}\left(\frac{\lambda''''''}{\mathfrak{G}^3} + \frac{\nu}{G\mathfrak{G}}\right) \\ & + \text{etc.}\end{aligned}$$

vbi, vt ante, notandum eſt, ſi lens prima concaua ex vitro chryſtallino paretur, reliquae autem omnes ex coronario; tum valorem hinc pro λ inuentum inſuper multiplicari debere per fractionem $\frac{9875}{8724}$; quo caſu ſiquidem ſtatuatur $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$, etiam omnis confuſio a diuerſa refrangibilitate radiorum oriunda tolli deberet,

ſcili-

ſcilicet ſecundum Dollondi experimenta. Ceterum, vt iam monuimus, pro litteris λ', λ'' et λ''' vnitas poni poterit. Pro ſequentibus vero lentibus, quae omnes vtrinque aeque conuexae eſſe debent, ſtatui debet

$$\lambda'''' = 1 + 0,60006\,(2\,\mathfrak{E} - 1)^2;$$
$$\lambda''''' = 1 + 0,60006\,(2\,\mathfrak{F} - 1)^2;$$
$$\lambda'''''' = 1 + 0,60006\,(2\,\mathfrak{G} - 1)^2 \text{ etc.}$$

Coroll. 1.

365. Hoc igitur modo campi apparentis ſemidiameter erit

$$\Phi = \frac{i\xi}{m + \sqrt{m}} \text{ ſiue } \Phi = \frac{859.\,i}{m + \sqrt{m}} \text{ minut.}$$

ac ſi pro lente vltima fuerit diſtantia focalis $= \zeta$, pro loco oculi habebimus

$$O = \frac{\zeta}{Mm} = \frac{\zeta(m + \sqrt{m})}{im} = \frac{\zeta(1 + \sqrt{m})}{i\sqrt{m}}$$

vnde ſi multiplicatio fuerit praemagna erit $O = \frac{\zeta}{i}$.

Coroll. 2.

366. Semidiametri aperturae ſingularum lentium ita definientur:

Pro Ima $= x$; IIda $= \frac{x}{P}$;

IIItia $= \frac{i}{\sqrt{m}} \cdot \frac{r}{4} + \frac{x(1 + i)}{2i\sqrt{m}}$

IVta $= 0\,\frac{s}{4} + \frac{x}{\sqrt{m}}$

Vta $= \frac{t}{4} + \frac{1}{im} \cdot x$

VIta $= \frac{u}{4} + \frac{2}{im} \cdot x$

VIIta $= \frac{v}{4} + \frac{3}{im}\,x.$

 Coroll.

Coroll. 3.

367. Circa diaphragmata eadem eſt ratio, vt in problemate praecedente: ſcilicet pro diaphragmate in loco prioris imaginis collocando debet eſſe radius foraminis $= \frac{iBC}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$; pro altero autem diaphragmate $= \frac{iBCD}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$ vnde patet, haec foramina eo maiora fieri debere, quo magis campus amplificetur.

Scholion.

368. Hoc igitur problemate totum huncce de teleſcopiis tractatum finimus, quoniam cuncta praecepta pro illorum conſtructione ſatis ſunt expoſita, neque hic conſtructiones generales commode exhiberi queant, propterea quod hic non ſolum quantitates duplicis generis, vt ante, vbi ſcilicet vel numeri abſoluti vel per multiplicationem m diuiſi occurrebant, ſed triplicis adeo generis ſcilicet praeter numeros abſolutos quantitates primo per $\sqrt{m}$, vel etiam per m diuiſae in computum ſunt ducendae, ita, vt ex comparatione duorum caſuum nulla concluſio generalis colligi queat. Nihil igitur aliud hic reſtat, niſi vt pro qualibet multiplicatione, quam quis poſtulat, atque etiam pro quantitate campi, ſeu valore numeri i calculus ab initio inſtituatur, quem pro quouis caſu oblato ſuſcepiſſe ob rei dignitatem ſine dubio operae erit pretium: In quo quidem negotio etiam littera ϑ, quae arbitrio noſtro hactenus eſt permiſſa, determinari debet,

debet, quam commode vnitati aequalem vel maiorem assumere licet. Videtur autem aptissime poni posse $\vartheta = 2$; vnde posteriora instrumenti interualla non nimis augentur, simul vero valor pro λ notabiliter minor prodit, quam si esset $\vartheta = 1$. Quo autem totus iste calculus facilius suscipi et absolui queat, aliquot exempla hic subiungamus.

Exemplum I.

369. Si $m = 49$, vt sit $\sqrt{m} = 7$ et pro campo apparente $i = 2$, ita, vt telescopium ex sex lentibus sit componendum et sumatur praeterea $\vartheta = 2$. Primo colligantur litterae P, Q etc. vt sequitur

$$P = \tfrac{50}{51};\ PQ = \tfrac{28}{3};\ k = \tfrac{5}{4};\ k' = 14;\ T = \tfrac{1}{2};$$

$\text{Log.} \frac{1}{P} = 0,0086002$; $\text{Log.} \frac{1}{PQ} = 9.0299632$;
$\text{Log.} \frac{1}{PQk} = 9.1549019$; $\text{Log.} \frac{1}{PQkk'} = 8.0087738$;
$\text{Log.} \frac{1}{PQkk'T} = 8.3098038$.

$\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$; l. $\mathfrak{B} = 9,8538719$	$B = \frac{5}{2}$; l. $B = 0,3979399$
$\mathfrak{C} = -\frac{25}{24}$; l $\mathfrak{C} = 0,0177287(-)$	$C = -\frac{25}{49}$; l. $C = 9,7077438(-)$
$\mathfrak{D} = \frac{2}{3}$; l. $\mathfrak{D} = 9,8239086$	$D = 2$; l. $D = 0,3010300$
$\mathfrak{E} = \frac{15}{4}$; l. $\mathfrak{E} = 0,5740313$	$E = -\frac{15}{11}$; l. $E = 0,1346984(-)$

ex his logarithmis formantur sequentes:

l. $BC = 0,1056837(-)$; l. $BCD = 0,4067137(-)$
l. $BCDE = 0,5414121(+)$ l. $B\mathfrak{B} = 0,2518118(+)$
l. $C\mathfrak{C} = 9,7254725(+)$; l. $D\mathfrak{D} = 0,1249386(+)$
l. $E\mathfrak{E} = 0,7087297(-)$.

Hoc

Hoc quasi primo labore confecto colligamus nostra elementa, quae ita se habebunt:

$b = -1,02\alpha.$	$\beta = -2,55.\alpha$	$q = -0,72857.\alpha$
		$\text{Log.} q = 9,8624713(-)$
$c = +0,26785\alpha$	$\gamma = -0,13666.\alpha$	$r = -0,27901.\alpha$
		$\text{Log.} r = 9,4456318(-)$
$d = -0,18221\alpha$	$\delta = -0,36443\alpha$	$s = -0,12148.\alpha$
		$\text{Log.} s = 9,0844942(-)$
$e = -0,02603\alpha$	$\varepsilon = 0,03549.\alpha$	$t = -0,09762\alpha$
		$\text{Log.} t = 8,9895188(-)$
$f = -0,07099\alpha$		$u = -0,07099.\alpha.$

Pro oculo autem erit $O = \frac{4u}{7} = -0,04057.\alpha$

III. Hinc iam lentium interualla cognoscuntur:

1°. $\alpha + b = -0,02000.\alpha$
2°. $\beta + c = -2,28215.\alpha$
3°. $\gamma + d = -0,31887.\alpha$
4°. $\delta + e = -0,39046.\alpha$
5°. $\varepsilon + f = -0,03550.\alpha$
6°. $O = -0,04057.\alpha$

Tota longitudo $= -3,08755.\alpha$

Deinde etiam diaphragmata ita definiuntur:

Prius post lentem tertiam ad distantiam

$\gamma = -0,13666.\alpha$ ponitur,

Eius semidiameter foraminis $= 0,0569.\alpha$

Poste-

Pofterius ponitur poft quartam lentem ad diftantiam
$\delta = -0,36443.\alpha$

Eius femidiameter foraminis $= 0,1138.\alpha$

Porro vero femidiameter campi apparentis erit $30\frac{2}{3}$ min.

IV. Nunc fingulas lentes examinari conueniet, quarum non folum conftructio, fed etiam momentum confufionis, quod quaelibet ad valorem λ confert; eft definiendum, vbi quidem prima lens vltimo loco, poftquam fcilicet valor λ fuerit inuentus, tractari debebit. Quoniam igitur fequentes lentes omnes ex vitro coronario fieri fumuntur, valores eo pertinentes erunt:

$\nu = 0,2196$; Log. $\nu = 9.3416323$
$\sigma = 1,6601$
$\varrho = 0,2267$

$\sigma - \varrho = 1,4334$; Log. $\sigma - \varrho = 0,1563674$
$\tau = 0,9252$;

Nunc igitur fingulas lentes poft primam ordine percurramus:

Pro lente fecunda

$$1^{\circ}.\ \text{radius} \begin{cases} \text{anter.} & \dfrac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) + \tau\sqrt{(\lambda'-1)}} \\ \text{pofter.} & \dfrac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma-\varrho) - \tau\sqrt{(\lambda'-1)}} \end{cases}$$

quae formulae ex fuperioribus facile eliciuntur. Hic vero eft $\lambda' = 1$ et calculus ita inftituatur

$l.\ \sigma - \varrho = 0,1563674$	$\sigma = 1,6601$
$L.\ \mathfrak{B} = 9,8538719$	subtr. $1,0239$
$0,0102393$	$0,6362$ den. rad. ant.
	$\varrho = 0,2267$
$\mathfrak{B}(\sigma - \varrho) = 1,02386$	add. $1,0239$
	$1,2506$ den. rad. post.

log. $q = 9,8624713\ (-)$	$9,8624713\ (-)$
log. den. $= 9,8035937$	$0,0971184$
$0,0588776\ (-)$	$9,7653529\ (-)$
rad. anter. $= -1,14519.\alpha$	rad. post. $= -0,58257.\alpha$

2°. Semidiameter aperturae requiritur

$= \frac{51}{50}x = \frac{51}{50}.\frac{m}{50}$ dig.

3°. Calculus pro momento confusionis:

$l.\frac{1}{p} = 0,0086002$	$l.\lambda' = 0,0000000$	$l.\nu = 9,3416323$
	$l.\mathfrak{B}^3 = 9,5616157$	$l.B\mathfrak{B} = 0,2518118$
	$0,4383843$	$9,0898205$
adde log. coëffic. =	$0,0086002$	$0,0086002$
	$0,4469845$	$9,0984207$

Ergo pars prior $= 2,79888$

posterior $= 0,12543$

Momentum confusionis $= 2,92431$

Pro lente tertia

1°. radius ant. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda'' - 1)}}$

. . . poster. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda'' - 1)}}$

vbi

vbi notetur, esse $\lambda'' = 1$.

$l.\ \sigma - \varrho = 0,1563674$	$\sigma = 1,6601$	$\varrho = 0,2267$
$l. - \mathfrak{C} = 0,0177287$	$+ 1,4931$	$- 1,4931$
$0,1740961$	$3,1532$	$- 1,2664$
$\mathfrak{C}(\sigma - \varrho) = - 1,49313$	denom. anter.	denom. poster.

Log. $r = 9,4456318\ (-)$	$9,4456318\ (-)$
log. den. $= 0,4987515\ (+)$	$0,1025709\ (-)$
$8,9468803\ (-)$	$9,3430609\ (+)$

Ergo

radius anter. $= - 0,08848.\ \alpha$;

radius poster. $= + 0,22032.\ \alpha$.

2°. Semidiameter aperturae requisita $= \frac{2}{7}.\ \frac{r}{4} + \frac{3}{28}.\ x$. siue $= 0,02\ \alpha + \frac{3}{28}.\ x$. quam aperturam haec lens vtique sustinere potest.

3°. Calculus pro momento confusionis:

$l.\ \frac{1}{PQ} = 9,0299632$	$l.\ \lambda'' = 0,0000000$	$l.\ \nu = 9,3416323$
$3\ l.\ \mathfrak{B} = 1,1938197$	$3\ l.\ \mathfrak{C} = 0,0531861\ (-)$	$l.\ \mathfrak{C}\mathfrak{C} = 9,7254725$
$7,8361435$	$9,9468139$	$9,6161598$
	$7,8361435$	$7,8361435$
	$7,7829574\ (-)$	$7,4523033$

Ergo pars prior $+ 0,00606$

poster. $- 0,00283$

Momentum confus. $= 0,00323$

Pro lente quarta

1°. radius anter. $= \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda''' - 1)}}$

poſter. $= \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda''' - 1)}}$

vbi iterum ſumatur $\lambda''' = 1$.

$l.\sigma - \varrho = 0,1563674$	$\sigma = 1,6601$	$\varrho = 0,2267$
$l.\mathfrak{D} = 9,8239086$	$0,9556$	$0,9556$
$l.\mathfrak{D}(\sigma - \varrho) = 9,9802760$	$0,7045$	$1,1823$
$\mathfrak{D}(\sigma - \varrho) = 0,95560$	denom. anter.	denom. poſter.

log. $s = 9,0844942\ (-)$;	$9,0844942\ (-)$
log. den. $= 9,8478810$	$0,0727277$
$9,2366132\ (-)$	$9,0117665\ (-)$

radius anter. $= -0,17243\,\alpha$;

radius poſter. $= -0,10273.\,\alpha$;

2°. Semidiameter aperturae requiſitus $= \frac{1}{7}.\,x$. quam aperturam lens commode ſuſtinebit, ſi enim minor radius lentis ſecundae, qui eſt $0,58257.\,\alpha$, ſuſtinet aperturam x; hic radius minor, qui eſt $0,10273.\alpha$, commode ſuſtinebit aperturam $\frac{1}{7}\,x$.

3°. Calculus pro momento confuſionis:

$l.\frac{1}{PQk} = 9,1549019$	$l.\lambda''' = 0,0000000$	$l.\,\nu = 9,3416323$
$3l.BC = 0,3170511(-)$	$3l.\mathfrak{D} = 9,4717258$	$l.\mathfrak{D}D = 0,1249386$
$8,8378508$	$0,5282742$	$9,2166937$
	$8,8378508$	$8,8378508$
	$9,3661250$	$8,0545445$

Ergo

Ergo pars prior 0, 23234
posser. 0, 01133

Mom. confuſ. $=$ 0, 24367

Pro lente quinta

1°. Quia haec lens vtrinque debet eſſe aeque convexa, ob eius diſtantiam focalem $t = -0,09762.\alpha$ erit radius vtriusque faciei $= 1,06.t = -0,10348.\alpha$ nunc vero erit $\lambda'''' = 1 + 0,60006(2\mathfrak{E}-1)^2$ at eſt $2\mathfrak{E}-1 = 6,5$; ergo

$$\log.(2\mathfrak{E}-1) = 0,8129134; \text{ et}$$
$$\log.(2\mathfrak{E}-1)^2 = 1,6258268$$
$$\log.\ 0,60006 = 9,7781947$$
$$1,4040215$$

adeoque $\lambda'''' = 26,352$.

2°. Semidiameter aperturae hic per hypotheſin eſt $\frac{1}{4}t. = -0,02440.\alpha$; altera enim pars $\frac{1}{98}x$, quam haec lens facillime patitur.

3°. Calculus pro momento confuſionis:

$l.\frac{1}{PQkk'} = 8,0087738$	$l.\lambda'''' = 1,4208136$	$l.\nu = 9,3416323$
$3l.BCD = 1,2201411$	$3l.\mathfrak{E} = 1,7220939$	$l.E\mathfrak{E} = 0,7087297$
6,7886327	9,6987197	8,6329026
	− 6,7886327	6,7886327
	6,4873524	5,4215353

Ergo pars prior 0,00031
poſter. − 0,00002

Momentum confuſ. = 0,00029

Pro lente ſexta

1°. Quia per hypotheſin haec lens vtrinque debet eſſe aeque conuexa, ob eius diſtantiam focalem

$u = -0,07099.\alpha$, erit

radius vtriusque faciei $= 1,06.u = -0,07525.\alpha$

tum vero erit $\lambda'''''' = 1,60006$.

2°. Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}u = -0,01775.\alpha$

3°. Calculus pro momento confuſionis:

$l.\frac{1}{PQkk'T}$ =	8,3098038	$l.\lambda''''''$	0,2041363
3.l.BCDE =	1,6242363		6,6855675
	6,6855675		6,8897038

Ergo momentum confuſ. = 0,00077.

His inuentis, colligantur omnia momenta confuſionis in vnam ſummam, quae erit 3,17227. Nunc autem duo caſus ſunt conſiderandi, prout primam lentem concauam vel ex vitro coronario vel ex chryſtallino parare voluerimus, quos ſeorſim euolui oportet.

I. Pro prima lente concaua ex vitro coronario paranda.

Pro hac ergo lente erit

$\lambda = 3,17227$ vnde $\lambda - 1 = 2,17227$;

hinc-

hincque fiat sequens calculus.

$\text{Log.}\ (\lambda-1) = 0,3369138$	
$\text{Log.}\ \sqrt{(\lambda-1)} = 0,1684569$	ergo
$\text{Log}\ \tau = 9,9662356$	$\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,3636$
$0,1346925$	

Nunc cum sit pro hac lente

rad. anter. $= \frac{\alpha}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda-1}}$; rad. poster. $= \frac{\alpha}{\varrho + \tau\sqrt{\lambda-1}}$

calculus ita se habebit:

$\sigma = 1,6601$;	$\varrho = 0,2267$
$\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,3636$	$1,3636$
$0,2965$	$1,5903$
$\text{l.}\ 0,2965 = 9,4720247$	$\text{l.}\ 1,5903 = 0,2014791$
$\text{compl.} = 0,5279753$	$\text{compl.} = 9,7985208$

sicque prodit

radius anter. $= 3,37268.\alpha$; poster. $= 0,62881.\alpha$

semidiametro aperturae existente $x = \frac{m}{50}$ dig. $= 1$ dig.

II. Pro prima lente concaua ex vitro chryſtallino paranda.

Pro hac igitur lente erit $\lambda = \frac{9875}{8724} \cdot 3,17227$ seu $\lambda = 3,59080$; et quia pro vitro chryſtallino est

$\varrho = 0,1414$; $\sigma = 1,5827$; $\tau = 0,8775$;

calculus ita se habebit.

Log.

Log. $(\lambda-1) = 0,4134339$	
Log. $\sqrt{(\lambda-1)} = 0,2067169$	ergo
Log. $\tau = 9,9432471$	$\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,41242$
$0,1499640$	

$\sigma = 1,5827;$	$\varrho = 0,1414$
subtr. $1,4124$	add. $1,4124$
$0,1703$	$1,5538$
log. $9,2312146$	log. $0,1913951$
compl. $0,7687853$	compl. $9,8086048$

ſicque prodit

rad. anter. $= 5,87199.\alpha$; rad. poſt. $= 0,64358.\alpha$ ſemidiametro aperturae exiſtente $x = \frac{m}{50} = 1$ dig.

VI. Quia binae priores lentes coniunctim lentem obiectiuam conſtituunt, cuius ſemidiameter aperturae $= 1$ dig.; ſtatuatur earum minimus radius, qui eſt $-0,58257.\alpha > 4$ dig. hincque concludetur, ſumi debere $-\alpha > \frac{4}{0,58257}$ dig. hoc eſt $-\alpha > 7$ dig. vel ſaltim non minus, ita, vt, ſi optimus ſucceſſus ſperari poſſet, accipere liceret $-\alpha = 7$ dig. Sin autem aberratio quaedam ſit pertimeſcenda, tantum opus erit menſuram vnius digiti augere. Commoditatis autem gratia ſumamus $\alpha = -10$ dig.; vnde ſequens prodit.

Con-

Constructio huius telescopii determinata, pro multiplicatione $m = 49$.

I. Pro lente obiectiua,

quatenus ex vitro coronario paratur.

rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -33,73 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -6,29 \text{ dig.} \end{array} \right\}$ Crown Glass.

(I) Pro lente obiectiua,

quatenus ex vitro chrystallino paratur.

rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -58,72 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -6,43 \text{ dig.} \end{array} \right\}$ Flint Glass.

cuius distantia focalis pro vtroque casu $= -10$ dig.
semidiameter aperturae $= 1$ dig.
Interuallum ad secundam $= 0,2 = \frac{1}{5}$ dig.

II. Pro lente secunda

rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 11,45 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 5,82 \text{ dig.} \end{array} \right\}$ Crown Glass.

cuius distantia focalis $= 7,28$ dig.
semidiameter aperturae $= 1$ dig.
Interuallum ad tertiam $= 22,82$ dig.

III. Pro lente tertia

rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0,884 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -2,20 \text{ dig.} \end{array} \right\}$ Crown Glass.

cuius distantia focalis $= 2,79$. dig.
semidiameter aperturae $= 0,3$ dig.
Interuallum ad quartam $= 3,19$. dig.

IV. Pro lente quarta

rad. fac. { anter. = 1, 72 dig. / poſter. = 1, 03 dig. } Crown Glaſſ.

cuius diſtantia focalis 1, 21 dig.
ſemidiameter aperturae = $\frac{1}{7}$ dig.
Interuallum ad quintam = 3, 90 dig.

V. Pro lente quinta

radius vtriusque faciei = 1, 03 dig. Crown Glaſſ.
cuius diſtantia focalis eſt 0, 97 dig.
ſemidiameter aperturae = $\frac{1}{4}$ dig.
Interuallum ad ſextam = 0, 35 dig.

VI. Pro lente ſexta

radius faciei vtriusque = 0, 75 dig. Crown Glaſſ.
cuius diſtantia focalis = 0, 70 dig.
ſemidiameter aperturae = 0, 18 = $\frac{1}{6}$ dig.
Diſtantia ad oculum vsque = 0, 40 dig.

Huius igitur teleſcopii longitudo tota fiet = 30, 87 dig. = 2 $\frac{1}{2}$ ped.
et ſemidiameter campi apparentis = 30 $\frac{2}{3}$ min.

APPEN-

APPENDIX
DE
CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM CATOPTRICO-DIOPTRICORVM.



APPENDIX
DE
TELESCOPIIS CATOPTRICO DIOPTRICIS.

CAPVT I.
DE
IMAGINIBVS PER SPECVLA SPHAERICA FORMATIS EARVMQVE DIFFVSIONE.

Problema I.

§. 1.

Si a puncto lucido in axe speculi constituto radii axi proximi in speculum incidant, inuenire locum imaginis.

Solutio.

Tab. I. Fig. 1. Sit P A P speculum sphaericum probe politum centro O radio O A $= f$ descriptum, cuius axis sit recta A O E, in cuius puncto E constitutum sit punctum lucidum et ponatur eius distantia E A $= a$, vnde radii in totam speculi superficiem incidant, e quibus autem eos tantum hic consideramus, qui axi sint proximi seu qui in puncta a medio puncto speculi A proxima incidant, talis igitur radius incidens sit E A et ad punctum a ex centro O ducatur radius O $a = f$ qui cum in speculum sit normalis, erit E a O angulus incidentiae, cui ab altera parte rectae O a capiatur angulus aequalis O a F, eritque recta a F radius reflexus cum axe occurrens in puncto F, in quo puncto adeo omnes radii axi proximi e puncto E emissi concurrent, siquidem etiam radius E A secundum ipsum axem emissus in punctum F reflectitur, ita, vt punctum F sit imago puncti lucidi E per reflexionem formata, et cum a radiis axi proximis formetur, in hoc puncto erit imago principalis, vti eam in tractatu de lentibus vocauimus. Ad locum igitur istius puncti F inueniendum consideretur triangulum E a F, cuius angulus E a F bisectus est recta O a, vnde notum theorema Geometricum praebet hanc proportionem E a : E O $=$ F a : F O deinde quia in triangulo E a O anguli ad E et ad a sunt infinite parui in triangulo autem O a F anguli ad O et a; erit E $a =$ E O $+ f$; et F $a = f -$ O F vnde

vnde illa proportio abit in hanc

$$EO+f : EO = f - OF : OF$$

et componendo

$$2EO+f : EO = f : OF$$

Cum iam sit $EO = EA - AO = a - f$ fiet

$$2a - f : a - f = f : OF$$

hincque $OF = \frac{(a-f)f}{2a-f}$

sicque locus puncti F innotescit, cuius distantia a puncto A erit $AF = f - FO = \frac{af}{2a-f}$. *q. e. i.*

Coroll. 1.

§. 2. Ex data ergo distantia puncti lucidi E a speculo $EA = a$, inuenimus distantiam imaginis principalis super axe AF, quam cum in lentibus littera α designauerimus, etiam hic eadem littera vtamur, ita, vt sit $\alpha = \frac{af}{2a-f}$.

Coroll. 2.

§. 3. Speculum hic tanquam concauum spectauimus, cuius radius esset $AO = f$. vnde valores positiui huius litterae f specula concaua; valores vero negatiui specula conuexa denotabunt. Tum vero etiam distantia α, quatenus valorem habet positiuum, distantiam imaginis ante speculum indicabit; sin autem prodeat negatiua, id indicio erit imaginem post

specu-

ſpeculum cadere eamque fore fictam, cum praeſens ſit realis. Hinc autem intelligitur, imaginem fore realem, ſi fuerit $a > \frac{1}{2}f$, ſiquidem ſit $f > 0$; ſin autem ſit $f < 0$ ſeu ſpeculum conuexum; tum imago ſemper poſt ſpeculum cadet, eritque ficta, non realis.

Coroll. 3.

§. 4. Si puncti lucidi diſtantia $AE = a$ fuerit infinita; tum diſtantia imaginis principalis a ſpeculo erit $AF = \frac{1}{2}f$ ita, vt haec diſtantia $AF = \frac{1}{2}f$ pro diſtantia focali ſpeculi ſit habenda hinc ſi ſpeculi diſtantiam focalem ponamus $= p$, erit radius ſpeculi $f = 2p$. Tum vero in genere diſtantiae a et α ita a ſe inuicem pendebunt, vt ſit $\alpha = \frac{ap}{a - p}$ hincque $p = \frac{a\alpha}{\alpha + a}$ et $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$ prorſus vti in lentibus vſu venire ſupra vidimus.

Scholion.

§. 5. Hic notatu inprimis dignum occurrit, quod tres iſtae diſtantiae a, α et p eodem prorſus modo a ſe inuicem pendent, vti in lentibus; ex quo euidens eſt ratione calculi ſpecula perinde tractari poſſe ac lentes, quae calculi conuenientia adhuc in ſequentibus magis illuſtrabitur. Hic tantum notaſſe iuuabit, lentibus conuexis reſpondere ſpecula concaua; vti enim lentibus conuexis diſtantias focales poſitiuas tribuimus, quippe quarum foci ſunt reales, ita etiam ſpecula concaua realem habent focum ibique aeque vi vrendi pollent

pollent atque lentes conuexae in fuis focis; difcrimen tamen in eo fitum eft, quod in fpeculis concauis focus ante ea cadat, cum in lentibus conuexis poft eas formetur atque fimili modo fpecula conuexa ad lentes concauas referentur dum in vtrisque focus tantum fictus datur, in quo fcilicet radii non reuera congregentur. Quando ergo de fpeculis fermo erit, diftantia focalis pofitiua femper fpeculum concauum; diftantia vero focalis negatiua fpeculum conuexum indicabit, ac fi diftantia focalis euadat infinita, fpeculum erit planum, fimili modo, quo lens diftantiam focalem habens infinitam eft plano plana. Praeterea vero etiam obferuaffe iuuabit, fi vti in Dioptrica fecimus, ftatuamus $\alpha = \mathrm{A}\,a$ et $\mathfrak{A} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}+1}$, tum etiam fore $p = \mathfrak{A}\,a$.

Problema 2.

§. 6. Si non amplius lucidum punctum E, fed obiectum E ε axi fpeculi perpendiculariter infiftat, eius imaginem, quae in puncto F fitu inuerfo repraefentabitur, definire.

Solutio.

Ponatur iterum diftantia huius obiecti a fpeculo E A $= a$, fitque eius magnitudo E ε $= \zeta$, quippe qua denominatione fupra de lentibus fumus vfi, ita, vt ζ femper fit quantitas valde parua refpectu diftantiae E A $= a$, feu angulus E A ε quafi infinite paruus. Deinde fit vt ante radius fpeculi O A $= f$, eius di- Tab. I. Fig 2.

ſtantia focalis $=p$, ita, vt ſit $f=2p$, et diſtantia imaginis principalis a ſpeculo $AF=\alpha$ ita, vt ſit $\alpha=\frac{ap}{a-p}$. His poſitis facile intelligitur, imaginem quaeſitam in punctum F incidere atque ad contrariam partem axis fore directam; ducta enim recta εA referet radium incidentem, cui conuenit radius reflexus $A\zeta$, qui ergo per imaginis extremitatem tranſire debebit; vnde ſi in puncto F normaliter ad axem ducatur recta $F\zeta$, ad radium reflexum $A\zeta$ terminata, haec recta $F\zeta$ imaginem principalem obiecti exhibebit, cuius ergo magnitudo ex ſimilitudine triangulorum $AE\varepsilon$ et $AF\zeta$ ita definietur, vt ſit

$$F\zeta=\frac{AF.E\varepsilon}{AE}=\frac{\alpha.\zeta}{a}$$

quod idem etiam hoc modo oſtendi poteſt. Ex puncto ε per centrum ſpeculi O ducatur etiam radius incidens $\varepsilon O\alpha$, qui, cum ſit normalis, eius reflexus in ipſum cadet tranſibitque etiam per punctum ζ vnde ſimilitudo Δlorum $OE\varepsilon$ et $OF\zeta$ dabit $F\zeta=\frac{OF.E\varepsilon}{OE}$. Eſt vero $OF=f-\alpha$, et $OE=a-f$ ex quo fit $F\zeta=\frac{(f-\alpha)\zeta}{a-f}$. Cum ex ſuperiori problemate ſit

$$\alpha=\frac{af}{2a-f} \text{ hincque } f=\frac{2a\alpha}{a+\alpha} \text{ erit}$$

$$f-\alpha=\frac{(a-\alpha)\alpha}{a+\alpha} \text{ et } a-f=\frac{(a-\alpha)a}{a+\alpha};$$

hincque ſubſtitutis his valoribus, fiet $F\zeta=\frac{\alpha\zeta}{a}$, prorſus, vt ante quo ipſo confirmatur rectam $F\zeta$ axi recte normalem eſſe ductam.

Coroll.

Coroll. 1.

§. 7. Hic ergo etiam magnitudo imaginis principalis eodem plane modo ex obiecti magnitudine determinatur, quo in Dioptrica id fieri supra ostendimus, vnde si vt ibi fecimus statuamus $\alpha = A\,a$, habebimus etiam hic $F\,\zeta = A\,\zeta$.

Coroll. 2.

§. 8. Quia nostra figura telescopium concauum refert, eius analogia cum lentibus conuexis etiam hic manifesto cernitur, quemadmodum enim lentes conuexae imagines inuersas post se repraesentant, ita specula concaua imagines itidem inuersas ante se referunt; iam enim obseruauimus, quae post lentes contingunt, cum iis comparari debere, quae ante specula contingunt.

Problema 3.

§. 9. Si a puncto lucido E in axe speculi sito radii incidant in extremitatem speculi P, eorum cum axe concursum in puncto ζ inuestigare, indeque spatium diffusionis determinare. Tab. I. Fig. 3.

Solutio.

Sit iterum distantia $E\,A = a$, radius speculi $O\,A = O\,P = f = 2\,p$, denotante p distantiam speculi focalem. Iam tantum sit speculum, vt sit angulus $A\,O\,P = \omega$ et cum perpendiculum $P\,X$ denotet se-

midiametrum aperturae ſpeculi, ſit haec linea $PX = x$ eritque $x = f$. ſin. ω. Demiſſo iam ex puncto lucido E in radium PO productum perpendiculo ER ob $EO = a - f$ et angulum $EOR = \omega$ erit

$$ER = (a - f)\,\text{ſin.}\,\omega \text{ et } OR = (a - f)\,\text{coſ.}\,\omega.$$
$$\text{hincque } PR = f + (a - f)\,\text{coſ.}\,\omega;$$

vnde inuenitur

$$EP = \sqrt{(PR^2 + ER^2)}$$
$$= \sqrt{(a^2 - 2af + 2f^2 + 2f(a-f)\,\text{coſ.}\,\omega)}$$

quae breuitatis gratia ſit $= v$. atque hinc erit anguli incidentiae EPO, ideoque etiam anguli reflexionis

$$OPf \text{ ſinus } = \frac{ER}{EP} = \frac{(a-f)\,\text{ſin.}\,\omega}{v}$$
$$\text{et coſinus } = \frac{f + (a-f)\,\text{coſ.}\,\omega}{v}.$$

Cum iam in △lo OPf detur angulus OPf vna cum angulo $POf = \omega$ et latere $OP = f$; ſi vocetur angulus $AfP = \psi$ ob $\psi = \omega + OPf$ erit

$$\text{ſin.}\,\psi = \frac{f\,\text{ſin.}\,\omega + 2(a-f)\,\text{ſin.}\,\omega.\text{coſ.}\,\omega}{v}$$

atque hinc ex natura trianguli erit

$$\text{ſin.}\,\psi : OP = \text{ſin.}\,OPf : Of.$$

ex qua analogia colligitur

$$Of = \frac{f(a-f)}{f + 2(a-f)\,\text{coſ.}\,\omega}$$

hinc

hincque interuallum

$$Af = \frac{f^2 + f(a-f)(2\,\text{cof.}\,\omega - 1)}{f + 2(a-f)\,\text{cof.}\,\omega}$$

haecque eſt ſolutio generalis noſtri problematis.

Cum autem in praxi angulus A O P nunquam tantus aſſumatur, vt non liceat poteſtates anguli ω quadratica altiores negligere, expreſſio inuenta commode ad formam ſimpliciorem ſequenti modo reducetur. Cum ſit

$$\text{cof.}\,\omega = \sqrt{(1 - \text{ſin.}\,\omega^2)} = 1 - \tfrac{1}{2}\,\text{ſin.}\,\omega^2.$$

ob ſin. $\omega = \frac{x}{f}$ erit cof. $\omega = 1 - \frac{x^2}{2f^2}$.

hincque ille denominator

$f + 2(a-f)\,\text{cof.}\,\omega$ fiet $= 2a - f - \frac{(a-f)x^2}{f^2}$,

ex quo pariter proxime erit

$$\frac{1}{f + 2(a-f)\,\text{cof.}\,\omega} = \frac{1}{2a - f - \frac{(a-f)x^2}{f^2}}$$

$$= \frac{1}{2a-f} + \frac{(a-f)x^2}{f^2(2a-f)^2}.$$

Vnde interuallum modo inuentum fit

$$Of = \frac{f(a-f)}{2a-f} + \frac{(a-f)^2x^2}{f(2a-f)^2}$$

atque hinc interuallum quod potiſſimum quaerimus,

$$Af = \frac{af}{2a-f} - \frac{(a-f)^2x^2}{f(2a-f)^2}.$$

Quare cum ante locum imaginis principalis F ita inveniſſemus, vt eſſet

$$AF = \frac{af}{2a-f}$$

 nunc

nunc innotescit, spatium diffusionis

$$Ff = \frac{(a-f)^2 . x^2}{f(2a-f)^2}.$$

Praeterea cum etiam plurimum intersit angulum ψ nosse, quo radii reflexi Pf ad axem inclinantur, ex formula supra inuenta colligemus itidem proxime $\psi = \frac{(2a-f)x}{af}$. Quoniam enim potestates ipsius x quadrato maiores negligimus, numerator ibi inuentus fit $\frac{(2a-f)x}{f}$ et in denominatore, vbi iam ipsum quadratum x^2 negligere licet, fit simpliciter $= a$.

Coroll. I.

§. 10. Quo haec ad formulas pro lentibus datas accommodemus, vbi tantum binas distantias a et α in computum induximus, ob

$$\alpha = \frac{af}{2a-f} \text{ habebimus } f = \frac{2a\alpha}{a+\alpha};$$

vnde fit

$$a-f = \frac{(a-\alpha)a}{a+\alpha} \text{ et } 2a-f = \frac{2a^2}{a+\alpha}$$

atque hinc spatium diffusionis erit

$$Ff = \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8a^3 . \alpha.}$$

quod ergo perinde ac in lentibus vsu venit quadrato semidiametri aperturae x^2 est proportionale; quin etiam ipsum hoc spatium Ff in eundem sensum cadit, ac in lentibus.

Coroll.

Coroll. 2.

§. 11. Simili modo poterimus etiam angulum obliquitatis ψ per ſolas diſtantias a et α itemque x exprimere, prodibit enim $\psi = \frac{x}{\alpha}$. Hunc autem angulum ſupra in calculo circa lentes inſtituto ſollicite definiuimus.

Scholion.

§. 12. Cum quaeſtio eſſet de lentibus earumque apertura maxima, quam capere poſſent, ſumſimus x aequale parti quartae radii curuaturae; quodſi ergo hic idem inſtitutum ſequamur, et ſumamus $x = \frac{1}{4}f$ hinc reperietur angulus $\omega = 14^\circ\ 30'$. ita, vt totus arcus P A P infra 30° capi debeat. Quando autem hoc ſpeculum locum lentis obiectiuae ſuſtinet, eius apertura longe aliam determinationem poſtulat, quam ſcilicet ex menſura confuſionis definiri oportet, vnde huius ſpeculi apertura ad multo pauciores gradus reducetur, vti in ſequentibus docebitur. Nunc autem etiam opus eſt, vt oſtendamus, quemadmodum radii a noſtro ſpeculo reflexi et imaginem diffuſam formantes porro ab alio ſpeculo denuo reflectantur et qualem imaginis diffuſionem tum ſint producturi. Hunc in finem bina ſequentia lemmata perpendi conveniet.

Lemma I.

§. 13. Si diſtantia obiecti a ſpeculo E A $= a$. particula minima $d\,a$ vlterius a ſpeculo remoueatur; tum

tum imago principalis, cuius diſtantia a ſpeculo erat A F $= \alpha$ ad ſpeculum propius accedet particula $d\alpha$, ita, vt ſit $d\alpha = \frac{-\alpha^2 . da}{a^2}$.

Demonſtratio.

Cum enim ſit $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} = \frac{2}{f}$ atque radius f idem maneat, vtcunque diſtantiae a et α inter ſe varientur; differentiatio dabit

$$\frac{da}{a^2} + \frac{d\alpha}{\alpha^2} = 0 \text{ vnde } d\alpha = -\frac{\alpha^2 da}{a^2}.$$

Lemma 2.

§. 14. Si radii in ſpeculum incidentes ad axem ſint inclinati angulo $= \Phi$, inuenire angulum ψ, ſub quo radii reflexi ad axem ſpeculi erunt inclinati.

Solutio.

Tab. I. Fig. 3. Sit igitur angulus A E P $= \Phi$, quo radii incidentes E P ad axem ſpeculi inclinantur eritque proxime $\Phi = \frac{x}{a}$; ideoque $x = a\Phi$. Tum vero vidimus, angulum, quo radii reflexi ad eundem axem inclinantur, fore $\psi = \frac{x}{\alpha}$; quocirca erit $\psi = \frac{a\Phi}{\alpha}$ ſeu erit $\Phi : \psi = \alpha : a$. ſeu reciproce vt diſtantiae a ſpeculo.

Problema 3.

§. 15. Si radii poſtquam a primo ſpeculo reflexi imaginem diffuſam formauerunt in aliud ſpeculum ſuper eodem axe conſtitutum incidant, determinare

nare tam imaginem principalem, quam eius diffusionem, quam radii a fecundo fpeculo reflexi exhibebunt.

Solutio.

Cum $F\zeta$ fit imago principalis a primo fpeculo formata, quam inuenimus $F\zeta = \frac{\alpha\zeta}{a}$, fit eius diftantia a fecundo fpeculo $FB = b$ atque ipfum hoc fpeculum ita fit comparatum, vt ab eius reflexione imago principalis formetur $G\eta$ fitque diftantia $BG = \beta$ atque vti iam vidimus reperietur $G\eta = \frac{\beta}{b} . F\zeta = \frac{\alpha\beta}{ab} \zeta$ quae imago iterum erit erecta atque a radiis axi proximis formata. Nunc etiam confideremus in fpatio diffufionis dato extremitatem f, vnde radii emiffi cum axe faciant angulum $= \psi = \frac{x}{\alpha}$; verum antequam huius obliquitatis rationem habeamus, fingamus punctum f etiam radios axi proximos emittere et cum id a fpeculo B longius fit remotum, quam F, eius radii concurrent in puncto huic fpeculo propiore γ, ad quod inueniendum referet hic $db = Ff$ et $d\beta = -G\gamma$; vnde colligitur $G\gamma = \frac{\beta^2}{b^2} . Ff$. Quare fi in f obiectum verum effet conftitutum, eius imago principalis caderet in γ, quatenus autem ex f nulli alii radii emittuntur, nifi qui cum axe faciant angulum $= \psi$, ii denuo reflexi incident in axem in puncto g ipfi fpeculo B adhuc propiore, quam γ, ita, vt hic cafus fimilis fit praecedenti problemati, quo punctum f refpondet puncto E; punctum γ puncto

Tab. II. Fig. 4.

F et punctum g puncto f, hoc solo discrimine, vt quod ibi erat a et α hic sit b et β licebit enim vtique hic pro distantia Bf sumere BF $= b$. et pro distantia Bγ sumere β; hinc ergo per formulam supra inuentam si loco x hic scribatur y, fiet

$$\gamma g = \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 . y^2}{8 b^3 \beta}.$$

Quid autem nunc sit y, ex angulo ψ facillime definitur. Ducto enim radio fQ sub angulo BfQ $= \psi = \frac{x}{\alpha}$ erit y semidiameter aperturae huius speculi QBQ ideoque $y =$ Bf. $\psi = \frac{bx}{\alpha}$; quo valore substituto prodit:

$$\gamma g = \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 . x^2}{8 \alpha^2 b \beta}.$$

Quocirca totum spatium diffusionis iam erit:

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} . Ff + \gamma g; \text{ seu}$$

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} . \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8 . a^3 . \alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 x^2}{8 \alpha^2 b \beta}$$

Nunc autem post secundam reflexionem angulus, sub quo radii extremi ad axem erunt inclinati, colligitur ex Lemmate 2 $= \frac{b \psi}{\beta} = \frac{b}{\alpha \beta} : x$.

Scholion I.

§. 16. Cum igitur speculum, ad quod referuntur binae distantiae a et α et cuius semidiameter aperturae est $= x$, gignat spatium diffusionis

$$Ff = \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8 a^3 . \alpha}.$$

com-

comparemus hoc ſpatium cum eo, quod lens ſub ſimilibus circumſtantiis producit, atque in primo libro vidimus, pro tali lente eſſe ſpatium diffuſionis §. 49.

$$Ff = \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{4(n-1)^2}{(4n-1)a\alpha}\right)$$

quod quidem iam eſt minimum, quod a lente ad has diſtantias a et α relata cum apertura, cuius ſemidiameter eſt x, generari poteſt. Quo autem facilius hanc comparationem inſtituere valeamus, ponamus vtrinque diſtantiam obiecti a eſſe infinitam atque e ſpeculo naſcetur ſpatium diffuſionis $Ff = \frac{x^2}{8\alpha}$ quod autem a lente naſcitur, erit

$$Ff = \frac{n.(4n-1)x^2}{8(n-1)^2(n+2)\alpha} \text{ vbi } n:1$$

denotat rationem refractionis et ſumto $n = 1,55$, hoc ſpatium inuentum eſt $Ff = 0,938191.\frac{x^2}{\alpha}$.

Vnde patet, a ſpeculo multo minorem diffuſionem oriri, quam a lente, quandoquidem illa erit ad hanc, vt $\frac{1}{8}$: 0,938191; hoc eſt propemodum vt 1:7,505528 ſeu vt 1:$7\frac{1}{2}$ quae ergo proportio cum proprie in ſpeculis vel lentibus obiectiuis locum habeat, hinc praecipua cauſſa innoteſcit, cur ſpecula loco lentium obiectiuarum ſubſtituta multo breuiora teleſcopia ſuppeditauerint, quandoquidem ob minorem confuſionem diſtantiam focalem minorem accipere licet, ad quod accedit, quod in his teleſcopiis catoptricis radii in ſpeculum obiectiuum incidentes primo ad alterum ſpeculum reflectantur, vnde denuo per eandem viam re-

vertuntur antequam per lentes oculares transeunt, ita, vt distantia amborum speculorum bis sit computanda, sicque longitudo instrumenti denuo fere ad semissem reducatur. Hoc ergo commodum specula praestarent, etiam sine vllo respectu ad eorum qualitatem habito, qua radii diuersorum colorum a reflexione non disperguntur, vti fit in refractione. Verum tamen hic etiam insigne speculorum incommodum non est reticendum, in eo consistens, quod speculum etiam maxime politum semper multo pauciores radios reflectat, quam per lentem eiusdem magnitudinis transmittuntur. Atque haec caussa est, quod telescopia catoptrica plerumque multo minorem claritatis gradum largiantur.

Scholion 2.

§. 17. Quemadmodum hoc postremum problema resoluimus, atque etiam diffusionem imaginis a secundo speculo natam definiuimus, ita eadem inuestigatio ad plura specula accommodari posset, nisi ipsa rei natura speculorum vsum ad binarium restringeret. Quamobrem coacti sumus radios a secundo speculo reflexos ad lentes vitreas dirigere, per quas demum ad oculum propagentur atque ob hanc ipsam rationem ipsum speculum obiectiuum circa medium perforatum esse debet, vt radiis a secundo speculo reflexis transitus per hoc foramen concedatur, vbi simul a lentibus excipiantur. Quare cum hactenus speculum

lum obiectiuum tanquam integrum ſimus contemplati, nunc ſupereſt, vt etiam foraminis, quo illud eſt pertuſum, in calculo rationem habeamus, vbi ſimul erit disquirendum, quomodo ſpeculum ſecundum reſpectu huius foraminis comparatum eſſe debeat, ne ſcilicet nimiam radiorum copiam intercipiat ac tamen ſufficiat omnibus radiis a primo ſpeculo reflexis excipiendis; haecque ergo momenta in ſequenti problemate accuratius perpendemus.

Problema 4.

§. 18. Si in teleſcopio loco lentis obiectiuae adhibeatur ſpeculum concauum $P\pi A\pi P$ in medio pertuſum foramine $\pi A\pi$, cuius centrum ſit in axe AB in quo ad diſtantiam quaſi infinitam obiectum ſeu punctum lucidum concipiatur, ex quo radii axi paralleli in iſtud ſpeculum $P\pi\pi P$ incidant indeque reflexi ad ſpeculum minus ſuper eodem axe normaliter poſitum QBQ dirigantur, vnde porro ad lentem vitream prope foramen $\pi\pi$ itidem ſuper eodem axe normaliter ſitam reflectantur; determinare imagines, per duplicem reflexionem formatas earumque diffuſionem. Tab. III. Fig. 5.

Solutio.

Sit ſemidiameter totius ſpeculi obiectiui $AP = x$ et ſemidiameter foraminis $A\pi = y$, radius vero curvaturae ſpeculi $= f$; ideoque diſtantia focalis $p = \frac{1}{2}f$ tum vero ſpeculi minoris QBQ ſit diſtantia focalis

 $= q$

$= q$ et diſtantia horum ſpeculorum $AB = k$. His poſitis cum obiectum in axe AB ad diſtantiam infinitam remotum concipiatur radii inde axi paralleli ad ſpeculum obiectiuum PP peruenient, qui ergo vt totam eius ſuperficiem reflectentem $P\pi$ quaquauerſus adimpleant, ſpeculum QBQ maius eſſe non debet, quam foramen $\pi\pi$ neque etiam id minus eſſe conueniet, quia alioquin radii ab obiecto directe in foramen lentemque ibi ſitam ingrederentur et repraeſentationem inquinarent, ex quo intelligitur, ſemidiametrum aperturae huius ſpeculi minoris eſſe debere $BQ = y$ vel ſaltem eo non multo maiorem. Quoniam igitur hic diſtantia obiecti, quae ſupra poſita eſt $= a$, noſtro caſu eſt infinita, ſi radii axi proximi in ſpeculum incidere poſſent, iis formaretur imago principalis in F ita, vt eſſet diſtantia $AF = \alpha = p$. Quia autem radii axi proximi excluduntur, nulla imago principalis formabitur. Prima ergo imago a radiis circa oram foraminis reflexis formabitur in Φ, ita, vt ſit interuallum $F\Phi = \frac{y^2}{8\alpha}$, quia hic eſt y, quod ſupra erat x et diſtantia obiecti $a = \infty$. Imago autem extrema a radiis circa oram ſpeculi Pp reflexis formetur in puncto f eritque interuallum $Ff = \frac{x^2}{8\alpha}$; quare cum ipſa imago principalis hic deſit, totum ſpatium diffuſionis hic tantum erit $\Phi f = \frac{x^2 - y^2}{8\alpha}$. Interim tamen haec puncta F, Φ, f inter ſe tam erunt propinqua, vt in calculo pro eodem haberi

queant.

queant. Cum ergo omnes radii a ſpeculo maiore reflexi per punctum F tranſire ſint cenſendi, vt in ſpeculum Q B Q incidant eius ſemidiameter B Q tantus eſſe debet, vt ſit:

$$AF : AP = BF : BQ \text{ vnde fit } BQ = \frac{k-\alpha}{\alpha} . x:$$

qui cum ipſi y debeat eſſe aequalis, habebimus

$$y = \frac{k-\alpha}{\alpha} . x. \text{ hincque } k = \frac{\alpha(y+x)}{x}.$$

Sin autem minus ſpeculum intra A et F eſſet conſtitutum; reperiretur:

$$BQ = \frac{\alpha-k}{\alpha} x = y; \text{ hincque } k = \frac{\alpha(x-y)}{x},$$

quae vero expreſſio in ſuperiori contenta eſt cenſenda, propterea quod radium foraminis y tam poſitiue, quam negatiue capere licet. Cum igitur nunc primae imaginis F diſtantia a ſpeculo ſecundo ſit $k - \alpha = \frac{\alpha y}{x}$ quam ſupra vocauimus $= b$. ita, vt ſit $b = \frac{\alpha y}{x}$, ſecunda imago a ſpeculo Q B Q reflexa cadet in punctum G, ita, vt ſit B G $= \beta = \frac{bq}{b-q}$; ita, vt radii a ſpeculo Q B Q reflexi omnes per punctum hoc G tranſire ſint cenſendi, ſiquidem hic animum a diffuſione imaginis abſtrahimus. Nunc igitur inſuper efficiendum eſt, vt iſti radii omnes in ipſum foramen π A π ingrediantur, id quod cum ſit B Q $=$ A π eueniet, ſi modo punctum G propius verſus A cadat, quam verſus B. ſeu debebit eſſe $\beta > \frac{1}{2} k$. Inuenimus vero

β =

$$\beta = \frac{bq}{b-q} = \frac{\alpha yq}{\alpha y - qx} \text{ et } k = \frac{\alpha(y+x)}{x},$$

ita vt nunc eſſe debeat

$$\frac{\alpha yq}{\alpha y - qx} > \frac{\alpha(y+x)}{2x} \text{ vnde oritur } q > \frac{\alpha y(x+y)}{x(3y+x)}$$

ex qua ergo formula diſtantia focalis ſpeculi minoris definiri poterit, quae ergo determinabitur per ſemidiametros foraminis et ipſius ſpeculi maioris vna cum focali diſtantia ſpeculi maioris $p = \alpha$ ſin autem ſpeculum minus conſtituatur intra F et A, iam vidimus fore $AB = k = \frac{\alpha(x-y)}{x}$ et cum nunc ſit diſtantia $b = -\frac{\alpha y}{x}$ diſtantia $BG = \beta = \frac{\alpha yq}{\alpha y + xq}$ quae vt maior ſit, quam $\frac{1}{2}k$, neceſſe eſt fiat $q > \frac{\alpha y(x-y)}{x(3y-x)}$ vnde ſi x ſit $> 3y$, debebit eſſe q negatiuum, ita, vt ſit

$$q > -\frac{\alpha y(x-y)}{x(x-3y)}$$

at ſi eſſet $x = 3y$, capi poſſet $q = \infty$, ſicque ſpeculum minus fieret planum. Quod denique ad diffuſionem imaginis ſecundae in G repraeſentatae attinet, ea iterum erit quaſi truncata ſua imagine principali, quod ſi litteris $G\Phi g$ repraeſentetur ad ſimilitudinem litterarum $F\Phi f$ totum ſpatium diffuſionis tantum erit cenſendum $= \Phi g$, cuius quantitas ex formula praecedentis problematis reperietur, ſi loco x^2 ſcribatur $x^2 - y^2$, vnde ob $a = \infty$ erit hic

$$\Phi g = \frac{\beta^2}{b^2} \frac{(x^2-y^2)}{8.\alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2(x^2-y^2)}{8\alpha^2.b.\beta}$$

atque nunc radiorum in Φ concurrentium obliquitas ad axem erit $= \frac{b}{\alpha\beta}.y.$; obliquitas vero radiorum in $g = \frac{b}{\alpha\beta}.x.$

Coroll.

Coroll. 1.

§. 19. Si ergo minus ſpeculum vltra locum imaginis F collocetur, eius diſtantia a primo ſpeculo debet eſſe

$$A B = \frac{\alpha(x+y)}{x} = \alpha + \frac{y}{x}. \alpha$$

ita, vt ſit $F B = \frac{\alpha y}{x}$ hocque ergo caſu diſtantia A B maior erit, quam diſtantia focalis ſpeculi principalis, tum vero huius ſecundi ſpeculi diſtantia focalis eſſe debet $q > \frac{\alpha y (x+y)}{x(x+3y)}$.

Coroll. 2.

§. 20. Hic autem manifeſto ſupponitur, punctum G a puncto B verſus A cadere, ita, vt diſtantia β euadat poſitiua; ſi enim eſſet $q > b$, punctum G ad alteram partem ſpeculi Q B Q caderet radiique G Q producti manifeſto extra foramen praetergrederentur. Quare hic pro Q alterum limitem probe obſeruari oportet, vt ſit $q < b$. ſiue $q < \frac{\alpha y}{x}$, tum vero etiam $q > \frac{\alpha y (x+y)}{x(x+3y)}$.

Coroll. 3.

§. 21. Sin autem ſpeculum Q B Q intra focum F collocetur, oportebit eſſe diſtantiam Tab. II. Fig. 6.

$A B = \frac{\alpha(x-y)}{x} = \alpha - \frac{y}{x}\alpha$. ita, vt ſit $F B = \frac{\alpha y}{x}$

tantoque interuallo prima imago poſt ſecundum ſpeculum cadat, fiatque $b = -\frac{\alpha y}{x}$; vnde deducitur di-

ſtantia $BG = \beta = \frac{\alpha y}{\alpha y + q x}$, quae diſtantia ſemper eſt poſitiua ſeu verſus A dirigitur, niſi forte q ſit quantitas negatiua; quae cum ſuperare debeat $\frac{1}{2} k$, debet eſſe $2 x y q > \alpha y (x - y) + x (x - y) q$ deberet ergo eſſe $2 x y > x (x - y)$ ſeu $y > \frac{1}{3} x$. Quare ſi vt ſemper in praxi euenit ſit $y < \frac{1}{3} x$, huic conditioni ſatisfieri nequit; ſi ſcilicet alterum ſpeculum ſit concauum.

Coroll. 4.

§. 22. Hoc ergo caſu neceſſe eſt, vt minus ſpeculum ſit conuexum eiusque diſtantia focalis negatiua. Statuatur ergo $q = -\mathfrak{q}$, vt fiat $\beta = \frac{-b\mathfrak{q}}{b + \mathfrak{q}}$, qui valor ob $b = -\frac{\alpha y}{x}$ abit in hunc $\beta = \frac{\alpha y \mathfrak{q}}{\mathfrak{q} x - \alpha y}$, qui valor vt primo ſit poſitiuus, debet eſſe $\mathfrak{q} > \frac{\alpha y}{x}$ deinde vt fiat $2 \beta > k$ debet eſſe

$$2 x y \mathfrak{q} > x (x - y) \mathfrak{q} - \alpha y (x - y)$$

ex qua fit

$$\alpha y (x - y) > x (x - 3 y) \mathfrak{q}$$

vnde pro $\mathfrak{q}$ elicitur alter limes

$$\mathfrak{q} < \frac{\alpha y (x - y)}{x (x - 3 y)}, \text{ altero exiſtente } \mathfrak{q} > \frac{\alpha y}{x}.$$

Coroll. 5.

§. 23. Sin vero praeter conſuetudinem foramen tantum fiat, vt ſit $3 y > x$, tum ſpeculo minori concauo vti licebit dummodo eius diſtantia focalis ſit $q > \frac{\alpha y (x - y)}{x (3 y - x)}$, quemadmodum ex Coroll. 3 eſt manifeſtum,

festum, atque hoc casu quoniam littera q nulla alia conditione restringitur hoc speculum adeo planum fieri poterit.

Scholion.

§. 22. Haec duo specula ita hic sumus contemplati, quemadmodum in telescopiis Gregorianis vsurpari solent atque hic tantum ad obiecti punctum medium in axe tubi situm spectauimus vnde radii axi paralleli in speculum principale incidant; alterum vero speculum ita instruximus, vt omnes radios a priori reflexos recipiat eosque porro in foramen proiiciat. Cum autem etiam partes obiecti extra axem sitae visui offerri debeant, quoniam inde radii sub aliqua exigua obliquitate in speculum incidunt, tubum, in quo haec duo specula inseruntur, aliquantillum diuergentem confici oporteret vel quod eodem redit tubum aliquanto ampliorem effici conueniet quam est diameter speculi; deinde ob eandem rationem etiam speculum minus vltra limites ipsi assignatos extendi deberet, vt etiam istos radios obliquos post reflexionem recipere posset, sed quoniam parum interest, siue extremitates obiecti pari lumine conspiciantur atque eius medium, siue minore, hac amplificatione facile eo magis carere poterimus, quod tota haec obliquitas non vltra aliquot minuta in magnis praesertim multiplicationibus excrescat. Longe aliter autem se habitura esset huius rei tractatio, si etiam specula ad

 axem

axem inſtrumenti oblique poſita in vſum vocarentur, quemadmodum in ipſo huius inuentionis principio a Newtono eſt tactum, ſed quia reflexio radiorum oblique incidentium haud exiguam gignit confuſionem, hoc argumentum hic neutiquam attingimus.

CAPVT

CAPVT II.

DE COMPVTO CONFVSIONIS, DVM PRAETER LENTES ETIAM SPECVLA AD INSTRVMENTA DIOPTRICA CONFICIENDA ADHIBENTVR.

Problema I.

§. 23.

Si loco primae et secundae lentis specula vsurpentur, inuenire formulas, quae ob haec duo specula in expressionem supra in Libro I. inuentam, qua scilicet semidiameter confusionis est inuenta, introduci in calculum debent.

Solutio.

In primo libro §. 91. ostendimus a duabus lentibus oriri spatium diffusionis

$$Gg = \mu \beta^2 x^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha^2}{b^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{\nu}{a\alpha}\right) \\ +\frac{b^2}{\alpha^2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{\beta}\right)^2+\frac{\nu}{b\beta}\right) \end{array} \right.$$

quae expreſſio ponendo $\alpha = A\,a$, $\beta = B\,b$, tum vero etiam $\frac{A}{1+A} = \mathfrak{A}$ et $\frac{B}{1+B} = \mathfrak{B}$, abit in hanc:

$$Gg = \frac{\mu A^2 B^2 . x^2}{a}\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}} + \frac{b}{A^4 . a}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)\right)$$

atque ſi hic porro, vti deinceps in tractatu de Teleſcopiis fecimus, ponamus $\frac{\alpha}{b} = \frac{A\,a}{b} = -P$, iſta expreſſio induet hanc formam

$$Gg = \frac{A^2 B^2 . x^2}{a}\left(\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right) - \frac{\mu}{A^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)\right)$$

Si nunc loco duarum harum lentium duo ſubſtituantur ſpecula, ad quae litterae a, α; b, β cum x ſimiliter ſint relatae, in Probl. 3. Cap. praeced. §. 15. inuenimus fore ſpatium diffuſionis

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} \cdot \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8 a^3 \alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 . x^2}{8 \alpha^2 b \beta}$$

quae forma poſito $\alpha = A\,a$; $\beta = B\,b$ et $\frac{\alpha}{b} = -P$ induet hanc formam

$$Gg = \frac{A^2 B^2 . x^2}{a}\left(\frac{(1+A)(1-A)^2}{8A^3} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8A^3 . B^3 . P}\right)$$

ex qua cum ſuperiori collata cognoſcimus, ſi loco primae lentis ſpeculum ſubſtituatur, tum in computo confuſionis loco formulae

$\mu\left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{A\mathfrak{A}}\right)$ ſcribi debere hanc $\frac{(1+A)(1-A)^2}{8A^3}$,

ac ſi etiam loco lentis ſecundae ſpeculum ſubſtituatur, tum ſimili modo loco formulae

$\mu\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right)$ ſcribi debere hanc $\frac{(1+B)(1-B)^2}{8B^3}$;

ac

ac ſi circumſtantiae permitterent, vt etiam loco tertiae lentis ſpeculum ſimile ſubſtitueretur, tum in computo confuſionis loco formulae

$\mu\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}'}\right)$ ſcribi deberet haec formula $\frac{(1+C)(1-C)^2}{8C^3}$

vnde ſatis ſuperque intelligitur, quomodo quantitas confuſionis aeſtimari debeat, quando loco lentium ſpecula adhibentur.

Coroll. 1.

§. 24. Quatenus autem ſpeculum obiectiuum foramine eſt pertuſum, cuius radius $= y$, eatenus in factore communi loco x^2 ſcribi oportet $x^2 - y^2$ ita, vt iam expreſſio pro ſpatio diffuſionis inuenta futura ſit

$$Gg = \frac{A^2 . B^2 (x^2 - y^2)}{a}\left(\frac{(1+A)(1-A)^2}{8A^3} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8A^3B^3P}\right)$$

vbi notandum eſt, formulam $x^2 - y^2$ proportionalem eſſe ſuperficiei reflectenti in primo ſpeculo, prorſus vti x^2 proportionale erat ſuperficiei refringenti lentis obiectiuae.

Coroll. 2.

§. 25. Atque haec formula $x^2 - y^2$ etiam extenditur ad omnes lentes ſequentes, quotquot binis ſpeculis inſuper adiunguntur; ita, ex gr. ſi duae lentes praeter ſpecula adhibeantur, totum ſpatium diffuſionis Ii ita exprimitur:

$Ii =$

$$Ii = \frac{A^2 B^2 C^2 D^2 (x^2 - y^2)}{a} \left(\frac{(1+A)(1-A)^2}{8A^3} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8A^3B^3P} \right.$$
$$+ \frac{\mu}{A^3B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$
$$\left. - \frac{\mu}{A^3B^3C^3PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right)\right)$$

vnde patet, quid propter ſpecula in noſtris formulis generalibus immutari debeat.

Coroll. 3.

§. 26. Cum autem noſtra ſpecula tantum ad teleſcopia accommodari queant, vbi eſt $a = \infty$ $A = 0$. et $Aa = \alpha = p$, ex formulis vinculo incluſis denominator A^3 in factorem communem transfertur ſicque pro ſpatio diffuſionis a binis ſpeculis et duabus lentibus orto habebitur haec expreſſio:

$$Ii = \frac{B^2 C^2 D^2 (x^2 - y^2)}{p} \left(\frac{1}{8} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8B^3P} \right.$$
$$+ \frac{\mu}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$
$$\left. - \frac{\mu}{B^3C^3PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right)\right)$$

Scholion 1.

§. 27. Quoniam autem pro ſecundo ſpeculo tam littera $B = \frac{\beta}{b}$, quam $P = -\frac{\alpha}{b}$ non amplius ab arbitrio noſtro pendet, ſed earum valores iam ante ſunt definiti, videamus, quomodo iſti valores in computum ſint introducendi, atque hic duos caſus euolui conueniet, prouti minus ſpeculum ſiue vltra focum ſpeculi principalis conſtituitur, ſiue citra. Quod quo ad noſtras formas ſuccinctius exprimi poſſit, ponamus in

in genere $y = \varepsilon x$ ita, vt ſit $x^2 - y^2 = (1 - \varepsilon^2) x^2$, vbi ſcilicet ε denotat fractionem foraminis magnitudinem definientem.

I. Primo igitur quando diſtantia minoris ſpeculi AB maior eſt, quam diſtantia focalis p; tum vidimus (§. 19.) eſſe hanc diſtantiam AB ſeu primum interuallum $= (1 + \varepsilon) a = (1 + \varepsilon) p$, quod cum per formulas noſtras generales ſit $= \mathrm{A} a (1 - \frac{\mathfrak{f}}{p}) = p (1 - \frac{\mathfrak{f}}{p})$ erit $\frac{\mathfrak{f}}{p} = -\varepsilon$. Deinde vero etiam vidimus eſſe, $b = \varepsilon p$ et porro ſi diſtantia focalis minoris ſpeculi ponatur $= q$, erit $\mathfrak{B} = \frac{bq}{b-q}$ hincque $\frac{\beta}{b} = \mathrm{B} = \frac{q}{b-q} = \frac{q}{\varepsilon p - q}$. At vero pro q hos dedimus limites: $q < \varepsilon p$ et $q > \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+3\varepsilon}$ quibus valoribus ſubſtitutis ſpatium illud diffuſionis Ii ita exprimetur: Tab. II. Fig. 5.

$$\mathrm{I}i = \frac{(1-\varepsilon^2) \cdot C^2 D^2 q^2 x^2}{(\varepsilon p - q)^2 \cdot p} \Big(\frac{1}{8} + \frac{\varepsilon^2 (\varepsilon p - 2q)^2 \cdot p}{8 q^3}$$
$$- \frac{\mu \cdot \varepsilon (\varepsilon p - q)^3}{q^3 \cdot Q} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{\mathfrak{C} C} \right)$$
$$+ \frac{\mu \cdot \varepsilon (\varepsilon p - q)^3}{C^3 \cdot q^3 QR} \left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D \mathfrak{D}} \right) \Big)$$

II. Sin autem diſtantia ſecundi ſpeculi AB minor fuerit, quam p, tum primo erit haec ipſa diſtantia $= (1 - \varepsilon) p$, quae cum ſit $p (1 - \frac{\mathfrak{f}}{p})$ erit $\frac{\mathfrak{f}}{p} = \varepsilon$. Deinde erit diſtantia $b = -\varepsilon p$ et quia ſecundum ſpeculum debet eſſe conuexum, poſito $q = -\mathfrak{q}$ fiet $\frac{\beta}{b} = \mathrm{B} = \frac{-\mathfrak{q}}{\mathfrak{q} - \varepsilon p}$ verum pro $\mathfrak{q}$ hos dedimus limites $\mathfrak{q} > \varepsilon p$ et $\mathfrak{q} < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-3\varepsilon}$ quibus valoribus ſubſtitutis ſpatium illud diffuſionis ita exprimetur: Tab. II. Fig. 6.

$$\mathrm{I}\, i = \frac{(1-\varepsilon^2) C^2 D^2 . q^2 x^2}{(q-\varepsilon p)^2 . p} \left(\frac{1}{8} - \frac{\varepsilon^2 (2q - \varepsilon p)^2 . p}{8 q^3} \right.$$
$$- \frac{\mu . \varepsilon (q-\varepsilon p)^3}{q^3 . Q} \left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C \mathfrak{C}} \right)$$
$$\left. + \frac{\mu . \varepsilon . (q-\varepsilon p)^3}{q^3 . C^3 . QR} \left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D \mathfrak{D}} \right) \right)$$

Quodſi lens in ipſo foramine ſpeculi obiectivi conſtituatur, tum inſuper datur interuallum ſecundum, primo quippe aequale, ac primo quidem caſu erit $= (1 + \varepsilon) p$. Quod cum per formulas generales ſit

$$= - \frac{ABa}{P} \left(1 - \frac{1}{Q} \right) = \frac{\varepsilon p q}{\varepsilon p - q} \left(1 - \frac{1}{Q} \right);$$

hinc reperitur

$$\frac{1}{Q} = 1 - \frac{(\varepsilon p - q)(1 + \varepsilon)}{\varepsilon q} \text{ ſeu } \frac{1}{Q} = \frac{(2\varepsilon + 1) q - \varepsilon (1 + \varepsilon) p}{\varepsilon q}$$

hincque $\frac{1}{pQ} = \frac{\varepsilon (1 + \varepsilon) p - (2\varepsilon + 1) q}{q}$

vbi notandum eſt, Q fieri non poſſe negatiuum; niſi q contineatur intra hos limites

$$q < \frac{\varepsilon (1 + \varepsilon) p}{1 + 2\varepsilon} \text{ et } q > \frac{\varepsilon (1 + \varepsilon) p}{1 + 3\varepsilon}.$$

Haec ſcilicet valent pro caſu priore; pro caſu vero poſteriore reperitur

$$\frac{1}{Q} = \frac{\varepsilon (1 - \varepsilon) p - (1 - 2\varepsilon) q}{\varepsilon q} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{(2\varepsilon - 1) q + \varepsilon (1 - \varepsilon) p}{q}$$

vbi pariter notetur, Q fieri negatiuum, ſi q capiatur intra hos limites

$$q > \frac{\varepsilon (1 - \varepsilon) p}{1 - 2\varepsilon} \text{ et } q < \frac{\varepsilon (1 - \varepsilon) p}{1 - 3\varepsilon}.$$

at vero Q fieri poſitiuum, ſi capiatur intra hos limites: $q < \frac{\varepsilon (1 - \varepsilon) p}{1 - 2\varepsilon}$ et $q > \varepsilon p$.

Scho-

Scholion. 2.

§. 27. Quae hic attulimus, ad ſpatia diffuſionis, ex ſpeculis et lentibus quotcunque ortae pertinent. Concluſio vero, quae in ſuperiore libro hinc ad ſemidiametrum confuſionis ipſam determinandam eſt deducta, etiam hic quandam mutationem patitur. Quoniam enim ſemidiametrum confuſionis ex vltimae imaginis diffuſione concluſimus, notandum eſt, etiam hoc vltimum ſpatium diffuſionis ſua imagine principali fore truncatum. Quoniam enim a primo ſpeculo nulla gignitur imago principalis ob defectum radiorum axi proximorum, etiam ſequentia ſpatia diffuſionis, quotcunque fuerint lentes imagine principali deſtituentur; vnde cum horum ſpatiorum vltimum minus ſit, propter ipſam hanc mutilationem, inde etiam minor confuſio in oculo orietur, quam ob cauſſam etiam ſemidiameter confuſionis prouti eum in primo libro definiuimus minorem valorem adipiſcetur, quam inueſtigationem ſequenti problemate ſuſcipiemus.

Problema 2.

§. 28. Data vltima imagine diffuſa, quae tam per bina ſpecula, quam omnes lentes ſequentes formatur, inuenire confuſionem in ipſo oculo inde oriundam, qua ſcilicet viſio immediate afficitur.

Solutio.

Repraeſentet $L\lambda l$ vltimum ſpatium diffuſionis tam per ſpecula, quam omnes ſequentes lentes forma- Tab. III. Fig. 7.

 tum,

tum, quippe quod eſt obiectum immediatum viſionis; vnde radii immediate in oculum ingrediuntur, in quo ſpatio punctum L denotet locum imaginis principalis, vbi radii axi proximi concurrerent, ſi ſpeculum obiectiuum eſſet integrum ob foramen autem huius ſpeculi, iſta imago principalis plane deerit et imago diffuſa demum in puncto λ incipiet, vbi radii circa oram foraminis reflexi et per omnes lentes transmiſſi concurrunt, alter vero terminus ſit in l, vbi radii ab extremitate ſpeculi obiectiui reflexi ac per lentes transmiſſi vniuntur. Quod nunc primo ad magnitudinem huius ſpatii λl attinet, ſupra vidimus, id eſſe proportionale formulae $xx - yy$, ſiue poſito $y = \varepsilon x$, huic $(1 - \varepsilon\varepsilon) xx$ vnde ſtatuamus hoc ſpatium $\lambda l = V(1-\varepsilon\varepsilon)xx$. Deinde radiorum in termino λ cum axe concurrentium obliquitas, quam ſupra ipſi y proportionalem eſſe vidimus, ponatur $= \mathfrak{V} y = \varepsilon \mathfrak{V} x$; obliquitas vero radiorum extremorum in puncto l concurrentium erit $= \mathfrak{V} x$, vbi litterae V et $\mathfrak{V}$ eosdem valores habent, quos in primo libro §. 163. aſſignauimus.

His praemiſſis quaeramus eum oculi locum, vnde haec imago diffuſa minima cum confuſione conſpiciatur. Hunc in finem concipiamus punctum quoddam medium in imagine ζ, a quo oculus ad diſtantiam ſuam iuſtam $= l$ ſit remotus, ita, vt ſit $\zeta l = O$ radiique ex hoc puncto ζ emiſſi praeciſe in puncto retinae V congregentur. Hinc ergo puncta cis et

vltra

vltra hoc punctum ζ vel λ vel l verſus ſita non in ipſa retina V, ſed vel poſt eam in $\mathfrak{v}$ vel ante eam in v repraeſentabuntur radiique in his punctis ſe decuſſantes in ipſa retina circellos ſiue maiores ſiue minores referent atque nunc totum negotium huc reducitur, vt hi circelli quam minimi euadant, quia hoc modo in oculo minima confuſio producetur. Primum igitur videndum eſt, quanti huiusmodi circuli a punctis intra ζ et λ ſitis in retina oriantur et quinam eorum futurus ſit maximus, quoniam enim hi circelli partim a diſtantia a puncto ζ, partim a radiorum obliquitate pendent, quae a λ verſus ζ progrediendo continuo creſcit; facile intelligitur, ex puncto quodam medio, puta ω, maximum circellum oriri, quandoquidem tam ex ipſo puncto L, vbi obliquitas eſt nulla, quam ex puncto ζ nullus talis circellus orietur. Deinde a ζ ad l regrediendo continuo maiores huiusmodi circelli orirentur, ita, vt radii ex ipſo puncto l emiſſi ab hac parte maximum circellum gignant; ex quo manifeſtum eſt, ſi punctum ζ ita fuerit aſſumtum, vt maximi modo dicti circelli ex punctis ω et l orti fiant inter ſe aequales; tum confuſionem in ipſa viſione natam omnium fore minimam. Si enim punctum ζ propius ad ω moveretur; tum circellus quidem ab hac parte ortus fieret minor, alter vero ex puncto l ortus tanto maior euaderet; atque contrarium eueniret, ſi punctum ζ propius verſus l caperetur. Vt igitur nunc tam locum

puncti ζ, quam ei respondentis puncti ω inuestigemus; totum spatium $L\,l$, etsi id nostro casu parte $L\,\lambda$ est truncatum, in computum ducamus ponamusque breuitatis gratia $L\,l = f$, eritque ex principiis supra expositis $f = V\,x^2$ et $L\,\lambda = V\,y^2 = \varepsilon^2\,V\,x^2$.; vnde fit, vti initio commemorauimus, $\lambda\,l = (1-\varepsilon^2)\,V\,x^2$. Praeterea vero vocemus spatia $L\,\zeta = \zeta$, et $L\,\omega = \omega$, et quia radii ex hoc puncto ω egressi supra retina maximum circellum producere ponuntur, ad hunc inueniendum obliquitatem radiorum in puncto hoc ω nosse oportet. Quia autem obliquitas in L est nulla, in l vero $= \mathfrak{B}\,x$ et in $\lambda = \varepsilon.\,\mathfrak{B}\,x$ euidens est, obliquitatem crescere in ratione subduplicata distantiae a puncto L; vnde obliquitas radiorum in ω erit $= \mathfrak{B}x.\sqrt{\frac{\omega}{f}}$.

Radii igitur ex ω egressi concurrent post oculum in puncto $\aleph$, ita, vt sit per principia supra satis stabilita $V\,\aleph = \frac{uu}{ll}\,\zeta\,\omega$, denotante u profunditatem oculi O V. Radiorum autem in hoc puncto $\aleph$ concurrentium obliquitas ex iisdem principiis erit

$$= \frac{l}{u}.\,\mathfrak{B}\,x\,\sqrt{\frac{\omega}{f}};$$

ex quibus duobus momentis concluditur circelli in retina depicti radius $= \frac{u}{l}.\,\zeta\,\omega.\,\mathfrak{B}\,x\,\sqrt{\frac{\omega}{f}}$ et quia est $\zeta\,\omega = \zeta - \omega$, erit radius istius circelli

$$= \frac{u}{l}\,\mathfrak{B}\,x.\,(\zeta-\omega)\sqrt{\frac{\omega}{f}},$$

qui ergo vt maximus euadat, spatium ω ita assumi opor-

oportet, vt fiat $(\zeta - \omega)\sqrt{\omega} =$ maximo, quod euenit sumendo $\omega = \frac{1}{3}\zeta$; quocirca maximi huius circelli erit radius $= \frac{u}{l}\,\mathfrak{B}x.\frac{2}{3}\zeta.\sqrt{\frac{\zeta}{3f}}$. Nunc vero ex altera parte radii ex altero puncto l in oculum incidentes considerentur, qui ante retinam in puncto v colligentur, existente spatio $Vv = \frac{uu}{ll}.\zeta l = \frac{uu}{ll}(f-\zeta)$ ibique radiorum obliquitas erit $= \frac{l}{u}\,\mathfrak{B}x$; vnde circelli super retina depicti radius erit $= \frac{u}{l}(f-\zeta)\,\mathfrak{B}x$ qui consequenter radio prioris circelli inuenti aequalis statui debet; ex quo obtinebitur haec aequatio $f-\zeta = \frac{2}{3}\zeta\sqrt{\frac{\zeta}{3f}}$ ex qua interuallum ζ definiri oportet. Sumtis autem quadratis habebimus

$$f^2 - 2f\zeta + \zeta^2 = \frac{4}{27}.\frac{\zeta^3}{f} \text{ siue}$$

$$f^3 - 2f^2\zeta + f\zeta^2 - \frac{4}{27}\zeta^3 = 0.$$

quam perpendenti mox patebit diuisibilem esse per $f - \frac{1}{3}\zeta$ diuisione autem facta prodit

$$f^2 - \frac{5}{3}f\zeta + \frac{4}{9}\zeta^2 = 0.$$

quae denuo per $f - \frac{1}{3}\zeta$ diuisa praebet $f - \frac{4}{3}\zeta = 0$, quia vero bini priores factores hic locum habere nequeunt, quia absurdum foret esse $\zeta = 3f$, vltimus factor nobis verum praebet interuallum $L\zeta = \zeta = \frac{3}{4}f$, ita, vt sit $l\zeta = \frac{1}{4}f$ et $L\omega = \omega = \frac{1}{4}f$ his valoribus inuentis circelli minimi in oculo descripti radius erit $= \frac{u}{4l}f.\mathfrak{B}x$ et cum sit $f = \sqrt{x^2}$, erit iste radius $= \frac{u}{4l}\sqrt{\mathfrak{B}}.x^3$ Iam vero si in coelo circulum conspiceremus, cuius radius

radius apparens $= \Phi'$, eius imago ſuper retina etiam eſſet circulus, cuius radius $= u\Phi$ hoc ergo circulo illi aequali poſito fit $\Phi = \frac{V\mathfrak{B}x^3}{4l}$ et ſingula imaginis noſtrae puncta ab oculo cernentur tanquam maculae circulares, quarum ſemidiameter apparens ſit $= \frac{V\mathfrak{B}x^3}{4l}$, quam expreſſionem ſupra nominauimus ſemidiametrum confuſionis.

Coroll. 1.

§. 29. In hac ſolutione aſſumſimus, punctum ω intra λ et l cadere; ſi enim termino L propius eſſet, quam punctum λ, quoniam imago tantum per ſpatium Ll eſt diffuſa, iſtud punctum ω prorſus non in computum venire poſſet, ſed maximus circellus in oculo ex hac parte ab ipſo puncto λ oriretur, atque pro hoc caſu peculiaris ſolutio requiretur, quam mox ſumus daturi.

Coroll. 2.

§. 30. Cum autem ſit $L\omega = \frac{1}{3}Lf = \frac{1}{4}Ll$, pro termino autem λ ſit $L\lambda = \varepsilon\varepsilon.\, Ll$, punctum ω intra terminos l et λ cadet, quoties fuerit $L\omega > L\lambda$ ideoque quoties fuerit $\varepsilon < \frac{1}{2}$, quamobrem, quia in praxi ε ſemper aſſumitur $< \frac{1}{2}$, ſolutio problematis ad praxin vtique eſt accommodata.

Coroll. 3.

§. 31. Quoties igitur fuerit $\varepsilon < \frac{1}{2}$, tum certo affirmare licet ob foramen, quo ſpeculum eſt pertuſum,

fum, confufionem nullo modo imminui, fed femper tantam effe, ac fi fpeculum effet integrum, totaque fua fuperficie radios reflecteret, ideoque aequatio generalis fupra inuenta pro femidiametro confufionis etiam pro fpeculis valebit, fi modo, vt fupra iam inuenimus, loco formularum ad fpecula pertinentium formulae ibi affignatae §. 23. fubftituantur.

Coroll. 4.

§. 32. Atque hinc etiam cognofcimus, fi telefcopium ex meris lentibus conftet, confufionem neutiquam diminui, etiamfi lens obiectiua circa medium obtegatur, quemadmodum nonnulli auctores fuaferunt, fed optimum remedium confufionem diminuendi certo in hoc conftat, vt lens ocularis circa marginem obtegatur, quippe quo pacto ipfe femidiameter confufionis x diminuitur, et confufio adeo in ratione triplicata minor redditur, cum e contrario, fi lens circa medium obtegeretur, ne minima quidem confufionis diminutio fit exfpectanda, nifi forte pars obtecta femiffem totius lentis fuperet, quo pacto autem claritas niminum diminueretur.

Scholion.

§. 33. Sin autem femidiameter foraminis $y = \epsilon . x$ femiffem totius aperturae x fuperet, ita, vt punctum ω inter L et λ cadat, problema noftrum aliam folutionem poftulat. Cum enim nunc ex parte $\zeta\lambda$ maximus

ximus circellus in oculo ab ipso puncto λ oriatur sitque $L\lambda = \varepsilon\varepsilon . f$ ob $Ll = f$ hincque spatium $\zeta\lambda = \zeta - \varepsilon\varepsilon . f$; spatiolum post oculum fiet $V\upsilon = \frac{uu}{ll}(\zeta - \varepsilon\varepsilon . f)$ ibique radiorum obliquitas $= \frac{l}{u}\varepsilon . \mathfrak{B}x$, circelli hinc super retina formati erit radius $= \frac{u}{l} . \varepsilon(\zeta - \varepsilon\varepsilon . f)\mathfrak{B}x$. At ex altera parte a termino l nascitur in retina circellus, cuius radius $= \frac{u}{l}(f - \zeta)\mathfrak{B}x$ qui duo radii ob rationes ante allegatas inter se aequales sunt statuendi, ex quo consequimur $f - \zeta = \varepsilon\zeta - \varepsilon^3 f$ hincque $\zeta = \frac{f(1+\varepsilon^3)}{1+\varepsilon} = f(1 - \varepsilon + \varepsilon^2)$ hinc ergo erit $f - \zeta = \varepsilon(1-\varepsilon)f$ sicque semidiameter circellorum in retina erit $= \frac{u}{l} . \varepsilon(1-\varepsilon)f . \mathfrak{B}x = \frac{u}{l} . \varepsilon(1-\varepsilon)V\mathfrak{B}x^3$ consequenter hoc casu, quo $\varepsilon > \frac{1}{2}$, semidiameter confusionis erit $= \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{l}V\mathfrak{B}x^3$ qui casu praecedente, quo $\varepsilon < \frac{1}{2}$, erat $= \frac{V\mathfrak{B}}{4l} . x^3$; quamdiu ergo est $\varepsilon < \frac{1}{2}$ semper valet formula $\frac{V\mathfrak{B}}{4l}x^3$; quae etiamnum locum habet, si $\varepsilon = \frac{1}{2}$; verum statim ac fit $\varepsilon > \frac{1}{2}$, tum demum confusio diminui incipit, atque tandem prorsus euanescit, si fiat $\varepsilon = 1$. Quia autem claritas quoque diminuitur et tandem euanescit, hinc nullum plane lucrum in praxin redundare potest, siquis enim adhuc dubitet, vtrum loco lentis solidae, cuius radius sit p, non adhiberi posset limbus vitreus paris superficiei, cuius radius exterior sit $= q$ et interior $= \varepsilon q$, ita, vt sit $p^2 = q^2(1 - \varepsilon\varepsilon)$ atque confusio istius limbi minor euadat, hoc dubium nunc facile erit resoluere; a lente enim solida nascetur confusio vt $\frac{1}{4}p^3$;

ex

ex limbo autem vt $\varepsilon(1-\varepsilon)q^3$; vnde ob $p=q\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)}$, erit confusio ex lente solida nata ad confusionem ex limbo oriundam, vti $(1+\varepsilon)\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)} : 4\varepsilon$ quare cum sit per hypothesin $\varepsilon > \frac{1}{2}$ (quia altero casu $\varepsilon < \frac{1}{2}$ ne dubium quidem exsistere potest) posterius membrum 4ε manifesto erit maius, quam 2, at quia simul $\varepsilon < 1$, erit $1+\varepsilon < 2$ ideoque multo magis $(1+\varepsilon)\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)} < 2$, ex quo perspicuum est, prius membrum semper esse multo minus posteriore, siue confusionem limbi multum excedere confusionem lentis solidae.

Scholion 2.

§. 34. Cum autem pro vsu practico tuto sumere queamus $\varepsilon < \frac{1}{2}$, quo casu speculum obiectiuum perforatum aeque magnam gignit confusionem, ac si esset integrum, si in formula generali supra pro telescopiis exhibita, qua semidiameter confusionis exprimitur, loco duarum priorum lentium nostra specula introducamus, aequatio hinc nata sequenti modo se habebit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{mx^3}{p^3} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{8} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8B^3P} + \frac{\mu}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \\ - \frac{\mu}{B^3C^3PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right) + \text{etc.} \end{array} \right.$$

vbi notari conuenit, si forte lentes post specula adhibitae ex vario vitro conficiantur; tum pro qualibet lente litteras μ et ν ex eo vitri genere sumi debere, ex quo lens fuerit facta.

Reliqua autem praecepta generalia pro constructione telescopiorum nullam mutationem ob specula requirent, exceptis iis tantum formulis, quibus tam margo coloratus tollitur, quam omnis confusio a diversa radiorum refrangibilitate oriunda ad nihilum redigitur. Cum enim in has formulas induxerimus pro singulis lentibus litteras N, N', N'', N''' etc. quae litterae proportionales sunt sumtae formulis differentialibus $\frac{dn}{n-1}$; $\frac{dn'}{n'-1}$ etc. si loco duarum priorum lentium specula substituantur, ob defectum refractionis istae binae litterae priores N et N' nihilo aequales sunt censendae; quo obseruato omnibus illis formulis generalibus pro speculis perinde vti poterimus, atque in secundo libro est factum, dummodo quae circa distantias focales speculorum et circa duo interualla priora in capite praecedente sunt allata, probe obseruentur.

Scholion 3.

§. 35. Telescopia autem Catadioptrica huius generis sponte ad duo genera principalia reuocantur, siquidem supra vidimus, secundum speculum vel vltra focum primi constitui posse, vel intra eum, atque priori casu secundum speculum fore concauum, altero vero conuexum. Deinde cum pro priori casu hos limites pro secundi speculi distantia focali q inuenerimus

$$q < \varepsilon p \text{ et } q > \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+3\varepsilon}$$

exi-

existente primo interuallo $= (1 + \varepsilon) p$ cui secundum debet esse aequale tum vero

$$b = \varepsilon p \text{ et } \frac{\beta}{b} = \frac{q}{b - q} = \mathrm{B}$$

quo hoc prius genus debite euoluamus, tres casus constitui conueniet; primo scilicet sumamus $q = \varepsilon p$;

secundo $q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+2\varepsilon}$ et tertio $q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+3\varepsilon} \cdot p$.

Pro altero vero genere secundum speculum intra focum prioris collocabatur, ita, vt esset

$$b = -\varepsilon p \text{ et } \frac{\beta}{b} = \frac{q}{b-q} = \frac{-q}{\varepsilon p + q} = \mathrm{B}$$

ibique cum distantia focalis q hoc casu euadat negatiua posito $q = -\mathfrak{q}$; hos ibidem dedimus limites

$$\mathfrak{q} > \varepsilon p \text{ et } \mathfrak{q} < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{1-3\varepsilon} \cdot p$$

vnde iterum tres casus euoluamus

Primo scilicet sumamus $q = -\varepsilon p$,

Secundo $q = \frac{-\varepsilon(1-\varepsilon)}{1-2\varepsilon} \cdot p$,

Tertio $q = \frac{-\varepsilon(1-\varepsilon)}{1-3\varepsilon} \cdot p$.

hoc autem casu erit interuallum primum $= (1 - \varepsilon) p$, cui etiam secundum aequale esse debet. Ceterum in priori genere erat $\frac{l}{p} = -\varepsilon$ ita, vt in primo statim interuallo reperiatur imago realis; in altero vero genere erat $\frac{l}{p} = \varepsilon$, ita, vt in primo interuallo nulla occurrat imago realis praeterea vero, vti iam monuimus, sumimus hic semper $\varepsilon < \frac{1}{3}$, vnde postremus adhuc casus considerari merebitur, quo scilicet sit $\varepsilon = \frac{1}{3}$,

 quo-

quoniam tum ſecundum ſpeculum planum accipere licebit; quocirca ſecundum hos ſeptem caſus haec teleſcopia Catadioptrica ſumus pertractaturi.

CAPVT III.



CAPVT III.

DE TELESCOPIIS CATADIOPTRICIS MINORE SPECVLO CONCAVO INSTRVCTIS.

Problema I.

§. 36.

Si ante speculum principale P P foramine $\pi\pi$ pertusum ad distantiam $AB = (1 + \varepsilon)p$ constituatur minus speculum concauum QBQ, cuius distantia focalis $q = \varepsilon p$, definire binas lentes C et D, ita, vt quaeuis obiecta distincte repraesententur. Tab. III. Fig. 8.

Solutio.

Hic denotat p distantiam focalem maioris speculi, cuius semidiameter $AP = x$ eiusque foraminis $A\pi = y = \varepsilon x$, ita, vt radius curuaturae, huius speculi $= 2p$. Obiectorum igitur imago principalis ab hoc speculo repraesentabitur in F, vt sit $AF = \alpha = p$, cuius ergo distantia a minore speculo debet esse, vti ante est ostensum, $FB = \varepsilon p$ et semidiameter huius speculi $BQ = y = \varepsilon x$. Cum igitur distantia focalis huius speculi sit $= q = \varepsilon p = FB$ radii hinc reflexi inter se fient paralleli, donec in lentem C incidant; pro

pro formulis ergo noſtris generalibus erit $\frac{1}{P} = -\varepsilon$ et $FB = b = \varepsilon p$ vnde vtique ob $P = -\frac{a}{b}$ fit $P = -\frac{1}{\varepsilon}$. Deinde cum fiat $\beta = \frac{bq}{b-q} = \infty$, hincque $B = \frac{\beta}{b} = \infty$ iam quia interuallum ſecundum in genere eſt

$$= -\frac{AB.a}{P}\left(1-\frac{1}{Q}\right) = -\frac{Bp}{P}\left(1-\frac{1}{Q}\right)$$

hocque primo interuallo aequale eſt ponendum, fiet $Q = 1$. ſed ita tamen, vt ſit $B\left(1-\frac{1}{Q}\right) = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}$; per formulas autem generales hoc ſecundum interuallum

$= \beta + c = (1+\varepsilon)p$; vnde ob $\beta = \infty$ fit

$$c = (1+\varepsilon)p - \beta = -\infty \text{ ideoque}$$

$$C = \frac{\gamma}{c} = 0. \text{ et } \mathfrak{C} = 0.$$

Quare poſita lentis in foramine conſtitutae diſtantia focali $= r$, erit $r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ}p = -\varepsilon B\mathfrak{C}.p$; vnde cum ſit $B = \infty$ et $\mathfrak{C} = 0$, viciſſim colligitur $B\mathfrak{C} = BC = \frac{-r}{\varepsilon p}$, atque hinc pro quarta lente SDS habebimus diſtantiam focalem $s = -\frac{r}{R}$, et interuallum $CD = r\left(1-\frac{1}{R}\right)$. Vt ergo poſtrema lens fiat conuexa, littera R debet eſſe negatiua ſiue in interuallum CD incidit imago realis in puncto H atque ex data multiplicatione m formulae generales praebent $PQR = m$; quoniam ob binas imagines reales repraeſentatio erit erecta. Hinc ergo fiet $R = \frac{m}{PQ} = -\varepsilon m$, ita, vt nunc ſit $s = \frac{r}{\varepsilon m}$ et interuallum $CD = r\left(1+\frac{1}{\varepsilon m}\right) = r + s$, quandoquidem hic ſit ex natura rei $CH = r$ et $HD = s$. Contemplemur nunc campum apparentem et ſecundum

dum formulas noſtras generales ſecundo ſpeculo tribuamus litteram q, lenti C litteram r et lenti D litteram ſ et ſemidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = \frac{q+r+s}{m-1}\xi, \text{ ſumto } \xi \text{ pro fractione } \tfrac{1}{4},$$

litterae autem q, r et ſ ad ſummum vnitati aequales fieri poſſunt. Poſuimus vero breuitatis gratia $\frac{q+r+s}{m-1} = M$, vt ſit $\Phi = M\xi$ atque formulae noſtrae generales has ſuppeditant aequationes:

$$\mathfrak{B}q = (P-1)M$$

$$\mathfrak{C}r = (PQ-1)M - q$$

quae ob valores iam inuentos $\mathfrak{B} = 1$. et $\mathfrak{C} = 0$. praebent ambae $q = (P-1)M = -(1+\frac{1}{\varepsilon})M$. Hinc autem inuenimus diſtantiam oculi poſt lentem D, ſcilicet $DO = O = \frac{\delta s}{Mm}$ quae diſtantia cum ſit poſitiua, quandoquidem nihil impedit quominus ipſi ſ valor poſitiuus detur isque vnitati aequalis; marginem coloratum tollemus, ſi ob $N' = 0$ et $N'' = N'''$ (quandoquidem noſtrae duae lentes ex eodem vitro parantur) huic aequationi ſatisfaciamus:

$$0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR}$$

quae ergo reducitur ad hanc:

$$0 = r - \frac{s}{\varepsilon m} \text{ vnde colligitur } r = \frac{s}{\varepsilon m}$$

quare cum ſit $q = -(1+\frac{1}{\varepsilon})M$ erit

$$q + r + s = -(1+\tfrac{1}{\varepsilon})M + \frac{s}{\varepsilon m} + s = M(m-1);$$

vnde ſequitur $M = \frac{\theta}{m}$; ita, vt iam ſit ſemidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{\theta}{m} : \xi$. Num autem hic pro θ vnitas ſcribi queat, intelligemus ex lente C, cuius apertura nobis eſt praeſcripta et cuius ſemidiameter $= y = \varepsilon x$. Iam per formulas noſtras hic ſemidiameter eſſe debet $\mathfrak{r}\, r\, \xi + \frac{x}{PQ} = \frac{\theta r.}{\varepsilon m} \xi + \varepsilon x$, vbi ſufficit, maiori membro vti, ex quo ſequitur, eſſe debere $\frac{\theta r.}{\varepsilon m} \xi < \varepsilon x$, vnde ſi ſtatuamus $\theta = 1$ et $\xi = \frac{1}{4}$, neceſſe eſt, vt ſit $r < 4\, \varepsilon^2 . m . x$; ſi igitur velimus ſumere $r > 4\, \varepsilon^2\, m\, x$; tum θ vnitate minus accipi debet, ex quo campus apparens in eadem ratione diminuetur. Hic autem inprimis quoque ad vltimam lentem attendi oportet, pro qua eſt $s = \frac{r}{\varepsilon m}$, ita, vt eſſe debeat $s < 4\, \varepsilon\, x$ ſiue $s < 4 y$. vnde patet, foramen non nimis exiguum ſtatui poſſe. Totam autem confuſionem ex diuerſa radiorum refrangibilitate oriundam tolleremus ope huius aequationis:

$$0 = \frac{N''}{P^2 Q^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{N'''}{P^2 Q^2 R^2} \cdot \frac{1}{s}$$

quae abit in hanc

$$0 = N'' + \frac{N'''}{\varepsilon m},$$

quod cum nullo modo fieri poſſit, etiamſi diuerſo vitro vti vellemus, hanc confuſionem, quae ſemper eſt valde exigua, tolerari oportet. His obſeruatis cardo rei verſabitur in ſemidiametro confuſionis, quem inſenſibilem reddi conuenit ope huius aequationis:

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\varepsilon}{\theta} + \mu . \frac{\varepsilon^4 . p^3}{r^3} \lambda'' + \frac{\mu . \varepsilon^3 p^3}{r^3 m} \lambda''' \right)$$

quae

quae aequatio abit in hanc formam:

$$p\sqrt[3]{\left(\frac{1}{k^3 m x^3} - \frac{\mu.\varepsilon^4\lambda''}{r^3} - \frac{\mu\varepsilon^3.\lambda'''}{mr^3}\right)} = \tfrac{1}{8}\sqrt[3]{(1+\varepsilon)}$$

ex qua aequatione reperitur p: verum quantitatem x tantam aſſumi conuenit, vt inde ſufficiens claritatis gradus obtineatur. In doctrina de teleſcopiis autem pro ſufficiente claritatis gradu ſumſimus $x = \frac{m}{50}$ dig. quod autem ibi erat x ſeu $\sqrt{x^2}$, hic nobis eſt $\sqrt{(1-\varepsilon^2)x^2}$, ita, vt hic habeamus

$$x\sqrt{(1-\varepsilon^2)} = \frac{m}{50}\text{ dig.}$$

ſiquidem eodem claritatis gradu frui velimus, vnde foret $x = \frac{m}{50.\sqrt{(1-\varepsilon^2)}}$. dig. ideoque $x > \frac{m}{50}$ dig. Quia vero ſpecula non tantum radiorum reflectunt, quantum lentes transmittunt, ne hoc quidem modo tantum claritatis gradum adipiſcemur, quam in teleſcopiis vulgaribus. Sin autem minori claritatis gradu contenti eſſe velimus atque ſtatuamus $x = \frac{m}{50}$ dig. ſumamusque vt ibi $k = 50$. aequatio noſtra erit

$$p.\sqrt[3]{\left(\frac{1}{m^4} - \frac{\mu.\varepsilon^4\lambda''}{r^3} - \frac{\mu.\varepsilon^3\lambda'''}{mr^3}\right)} = \tfrac{1}{8}\sqrt[3]{(1+\varepsilon)}$$

vbi manifeſto debet eſſe $\frac{\varepsilon^4}{r^3}$ multo minus, quam prius membrum $\frac{1}{m^4}$ ſiue $r^3 > \varepsilon^4 m^4$ ideoque r multo maius quam $\varepsilon m\sqrt[3]{\varepsilon m}$ ſupra vero vidimus, eſſe debere $r < 4\varepsilon^2 m x$; quod vt fieri poſſit debet eſſe $4\varepsilon^2 m x$ multo maius, quam

$$\varepsilon m\sqrt[3]{\varepsilon m},\ \text{ſiue}\ 4\varepsilon m > 50.\sqrt[3]{\varepsilon m}$$

 ideo-

ideoque $\varepsilon > \frac{4s}{m}$, quod in magnis multiplicationibus effici posset.

At si haec conditio non obseruetur effectus in eo consistet, vt non amplius sit $\mathfrak{s} = 1$. hincque campus apparens multo minor existat, quam

$$\Phi = \frac{\xi}{m} \text{ siue } \Phi = \frac{859}{m} \text{ min.}$$

Coroll. 1.

§. 37. Cum in telescopiis id semper inprimis sit efficiendum, vt eorum longitudo hincque praecipue distantia focalis p quam minima reddatur, in aequatione vltima confusio a lentibus oriunda tantopere diminui debet, vt prae confusione speculorum quasi euanescat, quare cum in ista formula ex primo speculo nascatur portio $\frac{1}{8}$; ex secundo vero $\frac{\varepsilon}{8}$ necesse est, vt portiones sequentes ex lentibus oriundae multo fiant minores, ex quo littera r multo maior esse debet quam $2\varepsilon p$, ideoque r vix minus capi poterit, quam p.

Coroll. 2.

§. 38. Quodsi igitur statuamus $r = p$, cum ε, vti vidimus, minus esse soleat, quam $\frac{1}{5}$, pro confusione definienda tuto vti licebit hac aequatione

$$\frac{1}{k^3} = \frac{mx^3(1+\varepsilon)}{8p^3}; \text{ vnde colligimus}$$

$$p = \frac{kx}{2}\sqrt[3]{m(1+\varepsilon)};$$

vnde

vnde ſi pro dato claritatis et diſtinctionis gradu capiatur

$$k\,x = m \text{ dig. erit } p = \tfrac{1}{2}\,m.\sqrt[3]{m}.(1+\varepsilon)$$

quae quantitas circiter duplo minor eſt, quam in teleſcopiis dioptricis communibus, ita, vt hoc modo tota longitudo fere ad partem quartam reducatur.

Coroll. 3.

§. 39. Sumto autem $r = p$ pro campo definiendo littera ϑ maior accipi nequit, quam vt fiat

$$\frac{\vartheta p}{4\varepsilon m} = \varepsilon\,x;$$

hinc ergo pro exemplo ſpeciali, quo

$$\varepsilon = \tfrac{1}{4} \text{ et } m = 100, \text{ colligetur}$$

$$\vartheta = \frac{\sqrt[3]{10000}}{100} = \tfrac{1}{5} \text{ circiter},$$

ex quo patet, hoc caſu fore campum quinquies minorem, quam ſi capere liceret $\vartheta = 1$ ſicque in genere patet, hoc modo nimis exiguum campum obtineri.

Coroll. 4.

§. 40. Sumto autem $r = p$ pro conſtructione huiusmodi teleſcopii diſtantiae focales ſequenti modo ſe habebunt

$$p = \tfrac{1}{2}\,m\sqrt[3]{m}\,(1+\varepsilon);\quad q = \varepsilon p;\quad r = p \text{ et } s = \frac{p}{\varepsilon m};$$

 tum

tum vero interualla lentium ſeu ſpeculorum

$$AB = (1+\varepsilon)p. = BC.$$

$$CD = r + s. = p\left[1 + \frac{1}{\varepsilon m}\right]$$

et diſtantia oculi $O = s = \frac{p}{\varepsilon m}$

vnde patet tubum arcae, in qua ſpecula continentur, adiungendum admodum fore longum.

Scholion.

§. 41. Praeter incommoda vero, quae hic iam commemorauimus, huiusmodi teleſcopia maximo vitio laborarent propterea quod radii in lentem C incidentes inter ſe ſunt paralleli; tum enim radii peregrini qui ab obiectis vicinis directe in eandem lentem incidunt, quia etiam ſunt paralleli inter ſe, in tranſitu per lentes ſimili modo refringentur ac radii proprii, ideoque cum iis ſimul ad oculum deferentur et quoniam hi radii peregrini multo ſunt fortiores, quam proprii, ſiquidem hi duplicem refractionem iam ſunt paſſi, in oculo impreſſionem iſtorum penitus extinguent. Interim tamen quia radii peregrini ad axem magis ſunt obliqui, atque etiam in refractione maiorem obliquitatem conſeruant, ab egreſſu in oculum excludi poſſent ope exigui foraminuli, cui oculus adplicatur; hoc autem modo non ſolum claritas nimium detrimentum pateretur, ſed etiam campus inſuper reſtringeretur, quam ob cauſſam in huiusmodi teleſcopiis

piis inprimis cauendum eſt, ne radii peregrini, qui circa minus ſpeculum praeterlabentes ab introitu in C arceri nullo modo poſſunt, cum radiis propriis ſimilem refractionem patiantur. Quod praeſtari poterit, ſi modo radii proprii in lentem C incidentes fuerint vel diuergentes vel conuergentes, vt poſt refractionem in alio foco congregentur, ac peregrini, tum enim diaphragma debito foramine in iſto foco conſtitutum facile radios peregrinos ab vlteriori progreſſu ad oculum excludet. Perſpicuum autem eſt, quo hoc remedium certius ſuccedat, illam ſiue convergentiam ſiue divergentiam ſatis notabilem eſſe debere, ſiue efficiendum eſt, vt per refractionem huius lentis C imago a radiis peregrinis formata multum diſtet ab imagine a radiis propriis formata, id quod in ſequentibus caſibus vſu veniet.

Problema 2.

§. 42. Si ante ſpeculum principale P P, foramine $\pi\,\pi$ pertuſum, ad diſtantiam $AB = [1 + \varepsilon]p$ conſtituatur minus ſpeculum concauum Q B Q, cuius diſtantia focalis $q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon}.p$, definire binas lentes C et D, ita, vt quaeuis obiecta diſtincte repraeſententur. Tab. III. Fig. 8.

Solutio.

Hic ergo, vt ante, eſt diſtantia $AF = \alpha = p$ et $FB = b = \varepsilon p$, hincque $\frac{b}{p} = -\varepsilon$ ob $AB = [1 + \varepsilon]p$.

Quia

Quia vero hic eſt

$$q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} \cdot p, \text{ fiet } \frac{\beta}{b} = \frac{q}{b-q} = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} = B;$$

ita, vt iam ſit $\beta = [1+\varepsilon]p$, quae diſtantia ipſi ſecundo interuallo BC eſt aequalis ſicque ſecunda imago in ipſam lentem C incidet, vnde fiet $c = 0$; vnde cum poſuerimus

$$\frac{\beta}{c} = -Q, \text{ fiet hic } Q = -\infty$$

tum vero pro tertia imagine erit

$$\gamma = \frac{cr}{c-r} = 0, \text{ ita, vt ſit } C = -1 \text{ et } \mathfrak{C} = \infty.$$

Quare cum ſit

$$r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ} \cdot p = -\frac{(1+\varepsilon)\mathfrak{C}}{Q} \cdot p$$

viciſſim adparet, fore $\frac{\mathfrak{C}}{Q} = -\frac{r}{(1+\varepsilon)p}$.

His inuentis diſtantiae focales erunt

$$P = p; \; q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} \cdot p; \; r = r; \text{ et}$$

$$s = \frac{B}{PQR} \cdot p = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} \cdot p \text{ ob } PQR = m.$$

Interualla vero ita erunt expreſſa

$$AB = [1+\varepsilon]p = BC.$$

$$CD = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} \cdot p = s,$$

vti rei natura poſtulat, quandoquidem vltima imago in ipſa lente C manet conſtituta. Ceterum patet, hic duas occurrere imagines reales; alteram in F, alteram in C, ideoque imagines ſitu erecto repraeſentari et recte nos aſſumſiſſe $PQR = m$. Pro

Pro campo diiudicando erit

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}}{m-1} \text{ vnde fit } \Phi = \mathfrak{M}\xi;$$

tum vero esse debet

$$\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (\mathfrak{P}-1)\mathfrak{M}. \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{q} = -\frac{(1+2\varepsilon)}{\varepsilon}\mathfrak{M} \text{ et}$$

$$\mathfrak{C}\mathfrak{r} = (\mathfrak{P}\mathfrak{Q}-1)\mathfrak{M}-\mathfrak{q} \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{r} = (\tfrac{\mathfrak{P}\mathfrak{Q}}{\mathfrak{C}}-\tfrac{1}{\mathfrak{C}})\mathfrak{M}-\tfrac{\mathfrak{q}}{\mathfrak{C}}.$$

Quia vero

$$\mathfrak{C} = \infty \text{ et } \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{Q}} = \frac{-r}{(1+\varepsilon)p} \text{ erit}$$

$$\mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{P}\mathfrak{Q}\mathfrak{M}}{\mathfrak{C}} = \frac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r}.\mathfrak{M}$$

hinc ergo fit

$$\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s} = (\tfrac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r}-\tfrac{(1+2\varepsilon)}{\varepsilon})\mathfrak{M}+\mathfrak{s} = (m-1)\mathfrak{M};$$

vnde reperitur

$$\mathfrak{M} = \frac{\varepsilon r.\mathfrak{s}}{m\varepsilon r-(1+\varepsilon)(p-r)}$$

circa $\mathfrak{s}$ autem nihil adhuc definitur, sed cum lentis C semidiameter aperturae reuera sit $= \varepsilon x$, per formulas autem nostras esse debeat

$$= \tfrac{1}{4}\mathfrak{r}r = \frac{(1+\varepsilon)p.\mathfrak{M}}{4\varepsilon}$$

siue ipso campo introducto hic semidiameter erit $= \frac{(1+\varepsilon)p\Phi}{\varepsilon}$, qui cum excedere nequeat εx, hoc non est verendum, nisi esset $\Phi = \frac{\varepsilon^2 x}{(1+\varepsilon)p}$ vel maius. Iam

vt margo coloratus euanefcat, debet effe

$$o = \frac{\mathfrak{r}}{PQ} + \frac{\mathfrak{s}}{PQR}; \text{ ideoque effe deberet } \frac{\mathfrak{s}}{m} = o,$$

vnde patet hoc modo marginem coloratum euitari non poffe; fed tamen eum fore minimum et vix fenfibilem ob denominatores P Q et P Q R maximos.

Sumta porro littera $\mathfrak{s}$, vti circumftantiae permittunt, pro loco oculi habebimus $O = \frac{\mathfrak{s}s}{M \cdot m}$. Denique conditio confufionis tollendae praebet hanc aequationem

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3}\left(\frac{1}{8} + \frac{(1+2\varepsilon)\varepsilon}{8(1+\varepsilon)^3}\right)$$

fequentibus partibus fponte euanefcentibus, ita, vt ftatui poffit

$$p = \frac{1}{2} m. \sqrt[3]{m\left(\frac{1+\varepsilon(1+2\varepsilon)}{(1+\varepsilon)^3}\right)} \text{ dig.}$$

Coroll. 1.

§. 43. Cum lentis in C pofitae femidiameter aperturae effe debeat $= \frac{1}{4} \mathfrak{r} r$, is vero reuera fit $= \varepsilon x$; hinc colligitur $\mathfrak{r} = \frac{4\varepsilon x}{r}$. Verum ante inuenimus $\mathfrak{r} = \frac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r}$. M his ergo duobus valoribus aequatis prodit $4\varepsilon^2 x = (1+\varepsilon)p$. M; vnde fi effet $\mathfrak{r} = 1$ foret $r = 4\varepsilon x$; tum vero $r = \frac{M(1+\varepsilon)p}{\varepsilon}$; quia vero eft

$$M = \frac{\varepsilon r . \mathfrak{s}}{m\varepsilon r - (1+\varepsilon)(p-r)}$$

habebimus nunc fubftituto pro r illo valore

$$M = \frac{4\varepsilon^2 \mathfrak{s} x}{4m\varepsilon^2 x - (1+\varepsilon)(p - 4\varepsilon x)}$$

qui

qui valor in illa aequatione ſubſtitutus dabit

$$\vartheta = \frac{4 m \varepsilon^2 x - (1 + \varepsilon)(p - 4 \varepsilon x)}{(1 + \varepsilon) p}.$$

Coroll. 2.

§. 44. Quia autem ϑ vnitate maius eſſe nequit, hoc valore vnitati aequali poſito prodibit

$$4 m \varepsilon^2 x = 2 (1 + \varepsilon) p - 4 \varepsilon (1 + \varepsilon) x$$

hincque

$$m = \frac{(1 + \varepsilon) p - 2 \varepsilon (1 + \varepsilon) x}{2 \varepsilon^2 x}$$

quae aequatio ſubſiſtere nequit, niſi multiplicatio m aliquot millia excedat, quod in praxi nunquam locum habere poteſt.

Scholion.

§. 45. Huiusmodi vero teleſcopia duplici laborant defectu; primo enim quia lens C in ipſo imaginis loco conſtituitur, niſi lens ex puriſſimo vitro ſit confecta repraeſentatio vehementer erit inquinata, vti iam ſaepius obſeruauimus; deinde etiam haud exiguum vitium in eo conſiſtit, quod marginem coloratum non licuit ad nihilum reducere, quam ob cauſſam haec teleſcopia ſuperfluum foret vberius proſequi, ſed potius eiusmodi caſum euoluamus, in quo ſecunda imago poſt lentem C cadat ſimulque margo coloratus feliciter tolli queat, quare cum pro hoc praeſtando habeatur aequatio $0 = \frac{\mathfrak{r}}{PQ} + \frac{\mathfrak{s}}{PQR}$, neceſſe

 eſt,

est, vt fieri queat $\mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{s}}{R} = 0$, quod commodissime fieri poterit, si fuerit $R = -1$, quia enim tum erit $\mathfrak{r} = \mathfrak{s}$, maximum campum adipisci poterimus, si sumere liceat $\mathfrak{r} = \mathfrak{s} = 1$ tum enim fiet $M = \frac{q+2}{m-1}$ et quamuis q sit fractio negatiua, tamen campus hinc orietur satis magnus; vt vero fiat R numerus negatiuus, secunda imago in interuallum C D adere debet, ita; vt Q maneat quantitas positiua et quia multiplicatio dat $m = PQR$ ob $P = -\frac{1}{\varepsilon}$, si sumamus $R = -1$ necesse est fiat $Q = \varepsilon m$, vnde cum sit

$$Q = -\frac{\beta}{c}, \text{ erit } c = -\frac{\beta}{\varepsilon m}$$

at vero secundum interuallum $BC = \beta + c$ quod cum primo $(1+\varepsilon)p$ aequale esse debeat, elicimus

$$\beta = (1+\varepsilon)p - c = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)mp}{\varepsilon m - 1}.$$

Cum vero sit

$$\beta = \frac{bq}{b-q} \text{ et } b = \varepsilon p \text{ siue etiam } \frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$$

hinc erit

$$\frac{1}{q} = \frac{1+2\varepsilon}{\varepsilon(1+\varepsilon)p} - \frac{1}{\varepsilon(1+\varepsilon)mp} \text{ tum vero erit}$$

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{(1+\varepsilon)m}{\varepsilon m - 1} \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m-1} \text{ vnde fit } q = \mathfrak{B}\, b.$$

Porro vero cum sit $r = \mathfrak{C}\, c$, erit

$$\mathfrak{C} = \frac{r}{c} = \frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1+\varepsilon)p} \text{ hincque}$$

$$C = \frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1+\varepsilon)p + (\varepsilon m - 1)r}.$$

Pro

Pro interuallo autem C D, quod eſt $\gamma + d = \gamma + s$, quia eſt

$$\gamma = \frac{cr}{c-r} = \frac{-(1+\varepsilon)pr}{(1+\varepsilon)p + (\varepsilon m - 1)r},$$

quia vero etiam eſſe debet $R = -\frac{\gamma}{d} = -1$ hinc erit $s = \gamma$ ſicque interuallum $CD = 2\gamma = 2.s$. Quia autem porro eſt

$$M = \frac{\mathfrak{q}+2}{m-1}, \text{ ſumto ſcilicet } \mathfrak{r} = \mathfrak{s} = 1, \text{ erit}$$

$$\mathfrak{q} = \frac{-((1+2\varepsilon)m-1)}{\varepsilon m}.M \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{q} + 2 = \frac{-((1+2\varepsilon)m-1)M + 2\varepsilon m}{\varepsilon m} = M(m-1);$$

vnde ſequitur

$$M = \frac{2\varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};$$

ex quo viciſſim concludimus

$$\mathfrak{q} = \frac{-2((1+2\varepsilon)m-1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}.$$

Praeterea vero adhuc habetur haec aequatio

$$\mathfrak{E} = (PQ-1)M - \mathfrak{q}$$

quae abit in hanc

$$\mathfrak{E} = -(m+1)M - \mathfrak{q}$$

ſeu ſubſtitutis valoribus

$$\frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1+\varepsilon)p} = \frac{-2\varepsilon m(m+1) + 2(1+2\varepsilon)m - 2}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}$$

$$= \frac{-2\varepsilon m^2 + 2(1+\varepsilon)m - 2}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}$$

vnde concludimus fore

$$r = \frac{2(\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1)(1+\varepsilon).p}{(\varepsilon m - 1)(\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1)}$$

$$r = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \cdot p$$

hinc cum ſit $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{c}$, reperitur

$$\gamma = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1} p = s.$$

vnde porro concluditur diſtantia oculi

$$O = \frac{\mathfrak{G}s}{Mm} = \frac{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}{2\varepsilon m^2} \cdot s$$

$$= \tfrac{1}{2} s \left(1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} - \frac{1}{\varepsilon m^2}\right) = \tfrac{1}{2} s \text{ proxime.}$$

quod autem ad campum apparentem attinet, quoniam ſumſimus $\mathfrak{r} = \mathfrak{G} = 1$, diſpiciendum eſt, num etiam ponere liceat $\xi = \frac{1}{4}$. Hoc autem patebit ex lente C, cuius ſemidiameter aperturae $= \xi r$ excedere nequit εx, poſito igitur $\xi r = \varepsilon x$ colligitur

$$\xi = \frac{\varepsilon x(\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1)}{2(m-1)(1+\varepsilon)p}$$

qui valor ſi fuerit minor quam $\frac{1}{4}$, eo erit vtendum, ita, vt tum ſit $\Phi = M\xi$; ſin autem ille valor prodeat maior, quam $\frac{1}{4}$ nihilominus ſumi debet $\xi = \frac{1}{4}$. Si tanquam exemplum ſumatur

$$\varepsilon = \tfrac{1}{4},\ m = 100,\ x = \tfrac{5}{2}\text{ dig. et } p = 25 \text{ dig.};$$

reuera prodit $\xi = \frac{1}{4}$, ita, vt haec poſitio $\xi = \frac{1}{4}$ parum a praxi diſcrepare videatur; vnde operae pretium erit has determinationes coniunctim ob oculos ponere.

Exemplum Teleſcopii Catadioptrici.

§ 46. Ex modo allatis prima elementa huius Teleſcopii ita ſe habebunt:

$a =$

$$a = \infty;\ b = \varepsilon p;\ c = \frac{-(1+\varepsilon)}{\varepsilon m - 1} p;\ d = \gamma$$

$$\alpha = p;\ \beta = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)mp}{\varepsilon m - 1};\ \gamma = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1} \cdot p;\ \delta = \infty.$$

Ex quibus deducuntur ſequentes valores

$$\mathrm{B} = \frac{(1+\varepsilon)m}{\varepsilon m - 1};\ \mathrm{C} = \frac{-2(m-1)(\varepsilon m - 1)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1};$$

$$\mathfrak{B} = \frac{(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m - 1};\ \mathfrak{C} = \frac{-2(m-1)(\varepsilon m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};$$

$$\mathrm{P} = -\frac{\alpha}{b} = -\frac{1}{\varepsilon};\ \mathrm{Q} = -\frac{\beta}{c} = \varepsilon m;\ \mathrm{R} = -\frac{\gamma}{\delta} = -1.$$

Ex his vero colliguntur diſtantiae focales

$$p = p;\ q = \mathfrak{B} b = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m - 1} \cdot p;$$

$$r = \mathfrak{C} c. = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \cdot p \text{ et } s = d = \gamma.$$

et pro earum aperturis

$$\mathfrak{q} = \frac{-2((1+2\varepsilon)m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};\ \mathfrak{r} = 1;\ \mathfrak{s} = 1.$$

hincque

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} = \frac{2\varepsilon m(m-1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \text{ ideoque}$$

$$\mathrm{M} = \frac{2\varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}$$

ex quo elicitur ſemidiameter campi apparentis

$\Phi = \mathrm{M}\xi$; ac ſi liceat ſumere $\xi = \frac{1}{4}$; fiet

$$\Phi = \frac{1718.\varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}. \text{ minut.}$$

at pro loco oculi inuenimus

$$\mathrm{O} = \tfrac{1}{2} s\left(1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} - \frac{1}{\varepsilon m^2}\right)$$

Super-

Supereſt igitur, vt ex conditione confuſionis definiatur diſtantia focalis p, quae reperitur

$$p = k\,x.\sqrt[3]{m.\left(\frac{1}{8} + \frac{\varepsilon.(m+1)^2((1+2\varepsilon)m-1)}{8.(1+\varepsilon)^3 m^3} + \frac{\mu.(\varepsilon m^2+(1+\varepsilon)m-1)^3}{8m^4(m-1)^3(1+\varepsilon)^3}.(\lambda''+\nu\mathfrak{C}.(1-\mathfrak{C})) + \frac{\mu.(3\varepsilon m^2-(1+\varepsilon)m+1)^3.\lambda'''}{8m^4(m-1)^3(1+\varepsilon)^3}\right)}$$

vbi ſi tantam claritatem deſideremus, qualem ſupra teleſcopiis tribuimus ſumi debet $x = \frac{m}{50}$ dig. et pro gradu diſtinctionis $k = 50$, vt ſit $k\,x = m$.

Sin autem minori claritatis gradu contenti eſſe velimus, fortaſſe ſufficiet ponere $x = \frac{m}{100}$ dig. vel adeo $x = \frac{m}{200}$ dig.

Conſtructio huiusmodi Teleſcopii pro multiplicatione $m = 100$. ſumto $\varepsilon = \frac{1}{4}$.

§. 47. Pro maiori ergo ſpeculo, cuius ſemidiameter ſit $= x$, foraminis ſemidiameter erit $= \frac{1}{4}x$. eius vero diſtantia focalis in genere ponatur $= p$; ex qua ſequentes diſtantiae focales ita definientur

$q = \frac{125}{596}p = 0,2097.p$;

$r = \frac{5.99}{5248}p = 0,0943.p$.

$s = \frac{5.99}{14752}.p = 0,03355.p$.

Interualla autem ſequenti modo definientur

1°. $AB = \frac{5}{4}p = 1,25\,p$;

2°. $BC = \frac{5}{4}p = 1,25.p$;

3°. C

3°. $CD = 2. s = 0,0671. p$;

4°. $O = 0,5248. s$.

Praeterea vti ſpeculi maioris ſemidiameter aperturae eſt $= x$, ita minoris erit $= \frac{1}{4} x$. cui etiam aequatur apertura lentis C; lentis vero ocularis D ſemidiameter aperturae poterit ſumi $= \frac{1}{4}. s$. vnde campi apparentis ſemidiameter erit circiter $\Phi = 16, 368$. minut. qui campus locum habet, niſi ſit $\frac{1}{4} x < \frac{1}{4} r$ ſeu $x < r$. hoc enim ſi euenerit, vt ſit $x < r$, tum campus in eadem ratione diminuetur, atque in eadem ratione aperturam lentis D diminui conueniet. At vero pro definienda diſtantia focali p habetur iſta aequatio

$$p = \frac{1}{2} k x \sqrt[3]{\left\{ \begin{array}{l} 100 + 19,45 + 0,0095 \mu. (\lambda'' - 5 \nu) \\ + 0,211. \mu. \lambda''') \end{array} \right.}$$

vbi partes ex binis lentibus oriundae vix ad dimidium accedant, tota haec quantitas radicalis certe non ad 5 exſurget, ita, vt tuto ſumi poſſit $p = \frac{5}{2}. k x$; ſupra autem notauimus eſſe circiter $k = 50$.

Scholion.

§. 48. Quodſi hic ſtatuamus $k = 50$ et $x = 2$ dig. diſtantia focalis ſpeculi obiectiui ex hac formula prodit $p = 250$. dig. ideoque maius viginti pedibus, quod merito maxime mirum videbitur, cum talia teleſcopia circumferantur, in quibus p non ſuperat 24. dig. atque x adeo duobus digitis maior reperitur, et quae

nihilominus centies multiplicant; cuius ergo phaenomeni cauſſam ſcrutari oportet; primo autem manifeſtum eſt, eam non in hoc eſſe ſitam, quod numerum k nimis magnum aſſumſimus; etſi enim pro microſcopiis contenti eſſe ſoleamus valore $k = 20$, tamen fateri debemus, confuſionem tum ſatis eſſe ſenſibilem, qualem tamen in his teleſcopiis non deprehendimus, et quamuis praeterea ſumeremus $k = 20$, tamen adhuc prodiret $p = 100$. dig. Euidens ergo eſt, cauſſam neceſſario in eo ſitam eſſe debere, quod poſt ſignum radicale cubicum binae priores partes ad ſpecula relatae non ſolum multo ſint minores, quam hic aſſumſimus ſed adeo nihilo aequales poni debeant. Interim tamen certum eſt, ſi haec ſpecula haberent figuram ſphaericam, vti in calculo noſtro aſſumſimus, partes inde in confuſionem influentes minores non fore, quam hic ſunt definitae; ex quo tuto concludere poſſumus, in his inſtrumentis ſpecula non ad figuram ſphaericam eſſe elaborata ſed iis ab artifice figuram parabolicam eſſe inductam, in quo Cel. Schort gloriatur, ſe modum inueniſſe ſpecula ad figuram parabolicam elaborandi, cui inuento ſine dubio exiguus valor litterae p tribui debet; quodſi enim poſt ſignum radicale binas priores partes omittamus; totus valor huius formulae radicalis ſumto $\lambda''' = 1$. ob $\mu = \frac{9}{10}$ circiter reducetur infra $\frac{7}{5}$; ſumto autem hoc valore ſequitur fore $p = 30$. dig. prorſus fere, vti experientia teſtatur; facile enim licet k aſſumere minus, quam

50;

50; tum vero etiam aliae conſtructiones proferri poſſunt, in quibus haec duo membra poſteriora adhuc minores ſortirentur coefficientes. Quodſi ergo ambo noſtra ſpecula figuram habuerint parabolicam ſumereque liceat $p = 30$ dig., exiſtente $x = 2$ dig. erit $r = 2,829$ dig. eiusque aperturae ſemidiameter, quem ſcilicet foramen ſuppeditat $= \varepsilon x = \frac{1}{2}$ dig. vnde vtique ſumi non licebit $\xi = \frac{1}{4}$, ſed tantum $\xi = \frac{3}{17}$ et campus ſupra inuentus diminui debet in ratione $\frac{1}{4} : \frac{3}{17}$ ſiue $17 : 12$ ſiue ſuo triente propemodum, ita, vt adhuc ſit eius ſemidiameter $\Phi = 11$. minut. Quodſi autem diſtantia focalis p maior aſſumi debeat, tum pro ξ adhuc minor valor reperietur.

Scholion 2.

§. 49. Teleſcopia autem vulgaria huius generis non mediocriter diſcrepant a menſuris ſupra deſcriptis; vnde operae pretium erit, menſuras talis teleſcopii, quod pro excellenti habetur, accuratius examinare. Erat autem ſpeculi maioris diſtantia focalis duorum pedum ſeu $p = 24$. dig. ſemidiameter eius $x = 2\frac{1}{2}$ dig. foraminis vero ſemidiameter $y = \frac{1}{2}$ dig. vnde ſequitur fractio $\varepsilon = \frac{1}{5}$. Verum minus ſpeculum a maiore diſtabat interuallo $AB = 27\frac{1}{3}$ dig. vnde Tab. II.
cum ſit $AF = p = 24$ dig. ſequitur diſtantia $FB = $ Fig. 8.
$b = 3\frac{1}{3}$ dig. Quare cum poſuerimus $b = \varepsilon p$; hinc non amplius fiet $\varepsilon = \frac{1}{5}$, ſed tantum $\varepsilon = \frac{5}{36}$; ita, vt in praxi recepta minus ſpeculum propius collocetur,

 quam

quam ratio foraminis poſtulat. Verum rationes non deſunt, a regula ſupra ſtabilita recedendi. Supra enim hoc ſpeculum minus, quod etiam in praxi foramini aequabatur, ita conſtituimus, vt omnes radios axi parallelos, qui a maiore ſpeculo reflectuntur, non ſolum reciperet, ſed etiam ab iis quaſi impleretur. Cum autem ob campum apparentem etiam radii ad axem obliqui a maiori ſpeculo reflectantur, quorum plures in noſtra conſtructione minus ſpeculum praetergrederentur, vtique conſultum erit, iſtud ſpeculum aliquanto propius admouere, vt etiam hos radios recipere queat. Quamobrem conueniet litterae ε duplicem valorem tribui, alterum ex ratione foraminis petitum, alterum vero ex loco minoris ſpeculi, quos ne inter ſe confundamus, in poſterum ſtatuamus $y = \delta x$ at vero $b = \varepsilon . p$; ita, vt hoc caſu futurum ſit $\delta = \frac{1}{5}$ et $\varepsilon = \frac{5}{36}$. Neque vero hinc in noſtras formulas alia mutatio inferetur, niſi vt in locis, vbi formula εx ſeu y occurrit, eius loco ſcribamus δx, quod quidem tantum, vbi de quantitate foraminis et minoris ſpeculi ſermo eſt, occurrit; in reliquis vero omnibus formulis, vbi ε cum littera p coniungitur, nulla fit mutatio, ita, vt noſtrae formulae generales etiam hic valeant. Verum vt ad iſtud teleſcopium reuertamur, diſtantia focalis ſpeculi minoris erat $q = 3$ dig. vnde concluditur diſtantia $BG = \beta = \frac{bq}{b-q} = 30$. hincque $CG = 2\frac{2}{3}$. Hic autem probe notandum eſt, ſi vel leuiſſima mutatio in loco minoris ſpeculi fiat, tum

tum in hoc interuallo CG insignem mutationem oriri; si enim loco $3\frac{1}{3}$ sumatur FB $= b = 3\frac{3}{8}$, vt sit BC $= 27\frac{3}{8}$, reperietur BG $= \beta = 27$ hincque CG $= -\frac{3}{8}$. Quam ob caussam etiam minus speculum ita constitui solet, vt eius locus ope cochleae tantillum immutari possit. In isto autem exemplo speculum minus ita est constituendum, vt inde prodeat CG $= 1\frac{1}{3}$ dig. Vnde vicissim verus valor ipsius b definiri poterit; quia enim fit BG $= \frac{3b}{b-3}$, ob CB $= 24 + b$ erit CG $= \frac{3b}{b-3} - b - 24$; quae distantia vt fiat $= \frac{4}{3}$ dig. elicietur

$$b = \frac{\sqrt{1525} - 20}{2} = 3,35041.$$

qui valor assumtum $3\frac{1}{3}$ tantum superat particula $\frac{1}{60}$ ita, vt in reliquo calculo sumi possit $b = 3\frac{1}{3}$. Pergamus nunc in nostro examine et quia lentis in C distantia focalis erat $= 4$ dig. $= r$, ob $c = -\frac{4}{3}$ dig. fiet CH $= \gamma = 1$ dig. Deinde vero erat interuallum CD $= 3$ dig. et lentis ocularis D distantia focalis $s = 2$ dig. sicque prodibit distantia HD $= d = 2$ dig. ideoque $d = s$, vti natura telescopii postulat. Quocirca singula huius telescopii elementa ita se habebunt

$$a = 24;\ b = 3,35041;\ c = -1,33333;\ d = 2;$$
$$\beta = 28,68374;\ \gamma = 1.$$

et distantiae focales

$$p = 24;\ q = 3;\ r = 4, \text{ et } s = 2. \text{ dig.}$$

interualla vero

$$AB = BC = 27,35041.; \quad CD = 3. \text{ dig.}$$

Hinc vero reliquae noſtrae litterae inuenientur

$$B = \frac{\beta}{b} = 8,5613; \quad \mathfrak{B} = 0,89541.$$

$$C = \frac{\gamma}{c} = -0,75.; \quad \mathfrak{C} = -3. \text{ et}$$

$$\varepsilon = \frac{b}{p} = 0,13960. = \frac{1}{7,1633}$$

ac denique

$$P = -\frac{\alpha}{b} = -7,1633.$$

$$Q = -\frac{\beta}{c} = 21,51281.$$

$$R = -\frac{\gamma}{d} = -\frac{1}{2}.$$

His inuentis valoribus proprietates huius Teleſcopii ſequenti modo definiri poterunt: quod

1°. ad multiplicationem attinet, quia eſt $m = PQR$, erit $m = 77,05$.

2°. vt nunc etiam campum apparentem definiamus, primo ex apertura lentis C, cuius ſemidiameter eſt $y = \frac{1}{2}$ dig. ſumto $\xi = \frac{1}{4}$, erit $\frac{1}{4}\mathfrak{r}\,r = \frac{1}{2}$ dig. ideoque $\mathfrak{r} = \frac{1}{2}$ dig. tum vero eſt

$$\mathfrak{q} = \frac{(P-1)M}{\mathfrak{B}} = -9,1168.\,M.$$

ſimilique modo

$$\mathfrak{C}\mathfrak{r} = (PQ-1)M - \mathfrak{q} = -145,98.\,M$$

hincque $\mathfrak{r} = 48,66.\,M.$

Cum

Cum igitur ante esset $\mathfrak{r} = \frac{1}{2}$ dig. hinc concluditur

$$M = \frac{1}{97,32} = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}}{76,05}$$

vnde elicitur

$$\mathfrak{s} = \frac{8517}{9732} - 0,5 = 0,3751,$$

qui valor cum vnitate sit minor veritati erit consentaneus; si enim vnitate maior prodiisset, tum litterae $\mathfrak{r}$ valorem semisse minorem tribuere debuissemus. Quocirca semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = M\xi = \frac{1}{4}M = 859. M. \text{ min.} = 8' 50''.$$

siue diameter campi erit $= 17' 40''$.

3°. Videamus, an per hoc telescopium etiam margo coloratus destruatur, quae conditio cum postulet

$$0 = \frac{\mathfrak{r}}{PQ} + \frac{\mathfrak{s}}{PQR} \text{ siue } \mathfrak{r} = 2\mathfrak{s},$$

quod cum non multum a veritate discrepet, margo vtique debebit esse insensibilis; interim tamen perfectius margo coloratus tolleretur, si prodiisset exacte $\mathfrak{r} = 2\mathfrak{s}$; id quod quidem leuissima mutatione fieri posset. Tandem autem restabit, vt etiam inuestigemus, quam exacte aequatio semidiametrum confusionis complectens hic impleatur, siue cum hic iam cognoscamus litteras m; x; p; B; C; vna cum μ, ν et λ ex indole vitri et figura lentium, definiemus inde litteram k, quam nouimus vix infra 50 admitti

posse

posse. Sumamus autem primo ambo specula ad figuram sphaericam esse elaborata, quoniam facile erit facto calculo duos terminos priores rejicere, quando nouerimus haec specula esse parabolica. Ex forma autem generali supra §. 34. data patet fore

$$\frac{1}{k} = 0,222. \sqrt[3]{\left(1 + \frac{\varepsilon(1+B)(1-B)^2}{B^3} - \frac{4\mu}{m.B^3\mathfrak{C}^3}(\lambda'' + \nu.\mathfrak{C}.(1-\mathfrak{C})) - \frac{8\mu}{m.B^3C^3}.\lambda'''\right)}$$

ob $x = \frac{5}{2}$; $p = 24$, et $m = 77,05$.

Deinde cum sit $\varepsilon = 0,1396$,

$B = 8,5613$, $\mathfrak{B} = 0,89541$.

$\mathfrak{C} = -3$, et $C = -\frac{3}{4}$,

singuli hi termini ita in numeris euoluentur.

$$\frac{1}{k} = 0,222. \sqrt[3]{\left(1 + 0,1216 + 0,000003.\mu.(\lambda'' - 12.\nu) + 0,00039.\mu.\lambda'''\right)}$$

hinc ergo colligimus, si primum speculum esset sphaericum, certe proditurum esse

$\frac{1}{k} > 0,222$; hoc est $\frac{1}{k} > \frac{2}{9}$ ideoque $k < \frac{9}{2}$,

vnde certe confusio enormis nasceretur; quod cum neutiquam fieri debet, necesse est, vt primum speculum sit parabolicum vel proxime saltem, vt primus terminus euanescat. Si porro speculum minus esset sphaericum, prodiret adhuc $\frac{1}{k} > 0,111$ seu $k < 9$. vnde confu-

confuſio adhuc intolerabilis naſceretur, ex quo concludimus etiam a ſecundo ſpeculo nullam confuſionem naſci. Reiectis ergo binis prioribus terminis habebitur

$$\frac{1}{k} = 0,222. \sqrt[3]{(0,000003.\mu.(\lambda'' - 12.\nu) + 0,00039.\mu.\lambda''')}$$

vbi ſtatim patet ſolum poſtremum membrum in computum venire, vnde ergo cum ſumi poſſit $\mu\lambda''' = 1$. prodit

$$\frac{1}{k} = 0,222.\ 0,073. = \frac{2}{9}.\frac{1}{13} \text{ ſiue } k = 59.$$

qui valor iam tantus eſt, vt nulla confuſio ſit metuenda atque hinc iam multo magis intelligimus, ſummam ſollertiam ad huiusmodi teleſcopia conficienda requiri, quae ſi ab artifice exſpectari poteſt, nullum eſt dubium, quin ſpecies teleſcopiorum a nobis ante expoſita his, quae paſſim reperiuntur, longe ſit anteferenda. In §pho igitur ſuperiori 46. vt eum ad modo examinatum teleſcopium accommodemus, ſumi poterit ε quatenus ad p refertur $= \frac{1}{7}$, quatenus autem ad x refertur $= \frac{1}{5}$ vt fiat $y = \frac{1}{5}x$; vnde pro quauis multiplicatione huiusmodi teleſcopia formari poterunt, quae certe multo maiorem campum patefacient, ſimulque marginem coloratum perfectius tollent. Verum ſi ſpeculum minus fiat conuexum, multo maiora commoda inde ſperare licebit, vti in ſequente Capite oſtendemus. Caſum enim, qui hic

adhuc desiderari posset, quo imago realis in interuallum B C caderet, ne quidem attingemus, quoniam tam campum nimis paruum produceret, quam vitio marginis colorati vehementer laboraret. Cum enim tum esset $R > o$, aequatio pro margine tollendo $o = r + \frac{s}{R}$ subsistere non posset, nisi r foret negatiuum et quia q etiam est negatiuum, campus fere ad nihilum redigeretur.

CAPVT

CAPVT IV.

DE TELESCOPIIS CATADIOPTRICIS MINORE SPECVLO CONVEXO INSTRVCTIS.

Problema I.

§. 50.

Constructionem huiusmodi telescopiorum describere, quibus obiecta situ inuerso repraesententur, seu vbi vnica imago realis occurrat.

Solutio.

Cum in hoc genere distantia amborum speculorum sit $AB = (1 - \varepsilon)p$, ideoque $b = -\varepsilon . p$ ob $\alpha = p$ erit $P = -\frac{\alpha}{b} = +\frac{1}{\varepsilon}$, vbi ε designat fractionem aliquanto minorem, quam ratio foraminis ad speculum maius $\frac{y}{x}$ designat, ita, vt posito $y = \delta x$ sit $\varepsilon < \delta$, ob rationem ante allegatam §. 49. qua scilicet obtinetur, vt etiam radii obliqui a minore speculo excipiantur. Interim tamen semidiameter aperturae minoris speculi maneat $= \delta x = y$, ita, vt hoc speculum foramini aequetur, vti initio assumsimus. Nunc statim consideremus aequationem, qua margo

 colo-

coloratus destruitur, quae si praeter specula duae lentes adhibeantur, reducitur ad hanc formam: $0 = \mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{s}}{R}$, vnde vt ambae litterae $\mathfrak{r}$ et $\mathfrak{s}$ valores positiuos habere queant, vti ratio campi postulat, conueniet litterae R valorem tribui negatiuum et quidem vnitate non minorem, vt sumto $\mathfrak{s} = 1$ prior lens C, cuius apertura iam per foramen determinatur, campum non restringat. Ponamus igitur $R = -i$ et cum ex data multiplicatione m ob repraesentationem inuersam sit $PQR = -m$ fiet hinc $PQ = \frac{m}{i}$ et $Q = \frac{\varepsilon m}{i}$. Est vero $Q = -\frac{\beta}{c}$ et quia est

$$\beta + c = BC = AB = (1 - \varepsilon)p;$$

hinc colligimus

$$c = -\frac{i(1-\varepsilon)p}{\varepsilon m - i} \text{ et } \beta = \frac{m.\varepsilon(1-\varepsilon)p}{\varepsilon m - i}$$

quare cum in genere sit $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$ erit

$$\frac{1}{q} = -\frac{(1-2\varepsilon)m - i}{m\varepsilon(1-\varepsilon)p} \text{ hincque } q = -\frac{m\varepsilon(1-\varepsilon)p}{(1-2\varepsilon)m + i}.$$

Porro ex valoribus b et β colligimus

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{-m(1-\varepsilon)}{\varepsilon m - i} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{+m(1-\varepsilon)}{(1-2\varepsilon)m + i}.$$

Deinde cum sit $C = \frac{\gamma}{c}$ et $\mathfrak{C} c = r$ hinc inuenimus

$$\mathfrak{C} = \frac{r}{c} = -\frac{(\varepsilon m - i)r}{i(1-\varepsilon)p} \text{ ideoque}$$

$$C = \frac{-(\varepsilon m - i)r}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r} = \frac{\gamma}{c}$$

ex quo porro colligitur

$$\gamma = \frac{i(1-\varepsilon)pr}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r}.$$

Deni-

Denique cum ſit $R = -\frac{\gamma}{d} = -\frac{\gamma}{s}$ ob $s = d$, erit

$$s = -\frac{\gamma}{R} = \frac{\gamma}{i} = \frac{(1-\varepsilon)pr}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r}$$

hincque tertium interuallum

$$CD = \gamma + s = \frac{(1+i)(1-\varepsilon)pr}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r}.$$

Nunc autem aperturae praebent has aequationes

1°. $\mathfrak{B}\,\mathfrak{q} = (P - 1)M$, vnde fit

$$\mathfrak{q} = \frac{((1-2\varepsilon)m + i)M}{\varepsilon m};$$

2°. $\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = (PQ - 1)M - \mathfrak{q} = \frac{\varepsilon m^2 - (1-\varepsilon)im - i^2}{\varepsilon i m} M$

ſeu $\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = \frac{(m+i)(\varepsilon m - i)}{\varepsilon i m}.M$

vnde elicitur $\mathfrak{r} = -\frac{(m+i)(1-\varepsilon).p}{\varepsilon m r}.M$

vnde cum ſit $\mathfrak{s} = i\,\mathfrak{r}$ ideoque $\mathfrak{r} + \mathfrak{s} = (1+i)\,\mathfrak{r}$, erit

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} = \frac{(1-2\varepsilon)mr + ir - (1+i)(m+i)(1-\varepsilon)p}{\varepsilon m r}.M$$

$= M(m-1)$, ſicque facta diuiſione per M inueniemus

$$r = \frac{-(m+i)(1+i)(1-\varepsilon)p}{\varepsilon m^2 - (1-\varepsilon)m - i}$$

qui valor cum ſit negatiuus, ex eo etiam prodibit interuallum CD negatiuum, vnde patet hunc valorem in praxi locum habere non poſſe.

Verum cum ſaepenumero problemata duas pluresue ſolutiones admittant, idem etiam hic vſu venit, hocque problema praeter ſolutionem hic inuentam inſuper

ſuper aliam complectitur, quam per diuiſionem ex calculo expulimus. Quod quod facilius appareat, calculum ita inſtituamus; cum primo ſit

$$\mathfrak{q} = \frac{(1-2\varepsilon)m+i}{\varepsilon m}.\, M \text{ deinde } \mathfrak{s} = i\,\mathfrak{r}, \text{ erit}$$

$$\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s} = \frac{(1-2\varepsilon)m+i}{\varepsilon m} M + (i+1)\mathfrak{r} = M(m-1)$$

vnde colligitur

$$M = \frac{\varepsilon m(1+i)\mathfrak{r}}{\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i} \text{ ideoque}$$

$$\mathfrak{q} = \frac{(1+i)((1-2\varepsilon)m+i)\mathfrak{r}}{\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i}$$

altera vero aequatio dabit

$$\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = \frac{(m-i)\varepsilon m(1+i)\mathfrak{r}-i(1+i)((1-2\varepsilon)m+i)\mathfrak{r}}{\varepsilon i m^2-(1-\varepsilon)im-i^2}$$

vnde fit

$$\mathfrak{C} = \frac{(1+i)(m+i)(\varepsilon m-i)}{i(\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i)}$$

ſupra vero iam inuenimus

$$\mathfrak{C} = \frac{-(\varepsilon m-i)r}{i(1-\varepsilon)p}$$

vnde patet aequalitatem horum duorum valorum duplici modo obtineri poſſe 1°. ſcilicet, ſi fuerit $i=\varepsilon m$, quo quippe vterque valor euaneſcit; 2°. autem, quo facta diuiſione per

$$\varepsilon m - i \text{ fit } \frac{(1+i)(m+i)}{\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i} = \frac{-r}{(1-\varepsilon)p}$$

haecque eſt ſolutio incongrua ante inuenta. Statuamus igitur nunc $i=\varepsilon m$ fietque $\mathfrak{C}=0$, littera vero r hinc

r hinc plane non determinatur, et noſtra ſolutio ſequenti modo ſe habebit:

$$\alpha = p;\ b = -\varepsilon p.;\ c = -\infty;\ d = \frac{r}{\varepsilon m};$$
$$\beta = \infty;\quad \gamma = r;$$

vbi notetur, fore $\beta + c = (1 - \varepsilon) p$.

Hinc porro erit

$$\mathrm{B} = \infty;\ \mathfrak{B} = 1.\ \mathrm{C} = 0;\ \mathfrak{C} = 0.$$

tum vero

$$\mathrm{P} = \frac{1}{\varepsilon};\ \mathrm{Q} = 1;\ \mathrm{R} = -\varepsilon m;$$

ita, vt ſit $\mathrm{PQR} = -m$.

Quia vero $\mathrm{B} = \infty$ et $\mathrm{C} = \mathfrak{C} = 0$, productum in ſe manet indefinitum; verum cum ſit

$$r = \frac{\mathrm{B}\mathfrak{C}}{\mathrm{PQ}}.p = \varepsilon \mathrm{B}\mathfrak{C}\,p,$$ hinc viciſſim erit $\mathrm{B}\mathfrak{C} = \frac{r}{\varepsilon p}$.

Praeterea vero erunt diſtantiae focales

$$q = -\varepsilon p;\ \text{et}\ s = d = \frac{r}{\varepsilon m}$$

atque interualla

$$\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = (1 - \varepsilon) p\ \text{et}\ \mathrm{CD} = r\left(1 + \frac{1}{\varepsilon m}\right)$$

Denique cum ſit

$$\mathfrak{q} = \frac{(1 + \varepsilon m)(1 - \varepsilon)\mathfrak{r}}{\varepsilon m - 1}\ \text{et}\ \mathfrak{s} = \varepsilon m\,\mathfrak{r}\ \text{erit}$$

$$\mathrm{M} = \frac{\varepsilon(\varepsilon m + 1)\mathfrak{r}}{\varepsilon m - 1} = \frac{(\varepsilon m + 1)\mathfrak{s}}{m(\varepsilon m - 1)}$$

ideoque ſemidiameter campi apparentis

$$\Phi = \frac{1}{4}.\frac{(\varepsilon m + 1)\mathfrak{s}}{m(\varepsilon m - 1)} = 859.\frac{(\varepsilon m + 1)\mathfrak{s}}{m(\varepsilon m - 1)}\ \text{minut.}$$

vbi

vbi ſumere licebit $\beta = 1$, ſi modo lens ocularis vtrinque fiat aeque conuexa. Oculi vero poſt hanc lentem diſtantia reperitur

$$O = \frac{\beta s}{Mm} = \frac{\varepsilon m - 1}{\varepsilon m + 1} \cdot s.$$

Quia autem lentis C ſemidiameter aperturae maior eſſe nequit, quam $y = \delta x$, ponamus $\frac{1}{4} \mathfrak{r} r = \delta x$ ſiue $\frac{\beta r}{4 \varepsilon m} = \delta x$; vnde, ſumto $\beta = 1$, definitur $r = 4 \delta \varepsilon m x$ hincque $s = 4 \delta x$. Verum etiam ad aperturam minoris ſpeculi eſt attendendum, cuius ſemidiameter revera eſt $= \delta x$ et qui ob campum eſſe deberet $= \frac{1}{4} \mathfrak{q} q$; quam ob cauſſam neceſſe eſt ſit

$$\frac{(1-\varepsilon)(\varepsilon m + 1)\beta . p}{4m(\varepsilon m - 1)} < \delta x \text{ ideoque } \beta < \frac{4m.(\varepsilon m - 1)\delta x}{(1-\varepsilon)(\varepsilon m + 1)p}.$$

Tuto igitur ſumere licebit $\beta = 1$, ſi modo fuerit

$$4m(\varepsilon m - 1)\delta x > (1-\varepsilon)(\varepsilon m + 1)p.$$

Contra vero β vnitate minus accipi deberet. Tantum igitur ſupereſt, vt ex formula ſemidiametri confuſionis definiamus diſtantiam focalem ſpeculi principalis p, quae ita reperitur expreſſa

$$p = kx \sqrt[3]{m\left(\frac{1-\varepsilon}{8} + \mu . \frac{\varepsilon^4 p^3}{r^3} . \lambda'' + \mu . \frac{\varepsilon^3 p^3}{m r^3} \lambda'''\right)}$$

ſiquidem ambobus ſpeculis figura ſphaerica inducatur, at ſi ambo habeant figuram parabolicam, debebit eſſe

$$r = k \varepsilon x \sqrt[3]{\mu m \left(\varepsilon \lambda'' + \frac{\lambda'''}{m}\right)}$$

ita, vt iam aliter non definiatur, niſi ex quantitate ſpeculi, cum ſine dubio ſemper eſſe debeat p multo

maius

maius, quam x. Quia vero iam ante definiuimus, $r = 4\delta\varepsilon m x$, habebitur nunc

$$4\delta m = k\sqrt[3]{\mu m \left(\varepsilon \lambda'' + \frac{\lambda'''}{m}\right)}$$

Cum nunc sit proxime $\mu = 1$. sumique possit $\lambda'' = 1$. et λ''' binario sit minus, k vero infra 50 capi non debeat, valorem ipsius ε aestimare poterimus; tantus enim esse debet, vt numerus $\frac{4\delta m}{\sqrt[3]{(\varepsilon m + 2)}}$ non minor prodeat, quam 50; vnde patet pro ε sumi debere fractionem valde paruam, si enim esset $\delta = \frac{1}{5}$ et $m = 100$, colligitur circiter $\varepsilon = \frac{1}{50}$.

Exemplum.

§. 51. Ponamus $m = 100$, $x = 2$ dig. $y = \frac{1}{2}$ dig. ideoque $\delta = \frac{1}{4}$ et vt $\frac{4\delta m}{\sqrt[3]{(\varepsilon m + 2)}}$ satis magnum obtineat valorem, sumamus $\varepsilon = \frac{1}{20}$ sic enim prodit $k = \frac{100}{\sqrt[3]{7}}$ seu $k > 50$ hinc ergo erit $r = 10$. dig. et $s = 2$ dig. Deinde cum pro speculo minore debeat esse

$$8000 > 57 \cdot p. \text{ erit } p < \frac{8000}{57}.$$

Vnde tuto sumi poterit $p = 25$. dig. sicque erit $q = -\frac{5}{4}$ dig. et interuallum $AB = BC = 23\frac{3}{4}$ dig. et $CD = 12$. dig. Oculi vero distantia $O = \frac{4}{5}$ dig. at campi apparentis semidiameter $\Phi = 12' 53''$, vbi probe notandum, hic ambo specula assumi perfecte parabolica.

Scholion.

§. 52. Quamuis autem haec conſtructio perfecte ſuccedat, tamen tale teleſcopium tam inſigni vitio erit praeditum, vt omni vſu deſtituatur; cum enim radii a minore ſpeculo reflexi iterum fiant inter ſe paralleli, radii peregrini circa hoc ſpeculum tranſeuntes et in lentem C incidentes cum illis refractionem communem patientur, ſimulque cum iis in oculum deferentur, ita, vt verum obiectum cum vicinis prorſus permixtum viſioni repraeſentetur neque vllo modo ſeparari poterunt. Cum igitur huius vitii cauſſa in eo ſit ſita, quod radii a minore ſpeculo reflexi fiant paralleli ſeu interuallum $\beta = \infty$, ne hoc fiat, diligenter erit cauendum, quod fiet, ſi diſtantia β minor fuerit interuallo BC, ita, vt in hoc interuallum imago realis incidat litteraque Q negatiuum obtineat valorem. Praeterea vero quia etiam R negatiuum valorem habere debet ob marginem coloratum, duae iam habebuntur imagines reales et obiecta ſitu erecto cernentur. Neque vero duabus tantum lentibus adhibendis ſcopo noſtro ſatisfacere poterimus, ſed tertiam inſuper lentem in ſubſidium vocari oportebit, quae commodiſſime ita inſtrui poterit, vt aperturam quam minimam requirat, ſiquidem hoc modo ſegregatio radiorum peregrinorum feliciſſime ſuccedet, quemadmodum in ſequente problemate oſtendemus.

Pro-

Problema 2.

§. 52. Huiusmodi telescopium cum speculo minore conuexo et tribus lentibus vitreis construere, quod obiecta situ erecto distincte repraesentet.

Solutio.

Maneat, vt ante, $y = \delta x$ et interuallum speculorum $AB = (1 - \varepsilon)p = BC$. vt sit $b = -\varepsilon p$. Iam cum debeat esse $\beta < (1 - \varepsilon)p$ et tamen superare debeat eius semissem $\frac{1}{2}(1 - \varepsilon)p$, statuamus $\beta = \zeta(1-\varepsilon)p$, ita, vt ζ inter limites 1 et $\frac{1}{2}$ contineatur, hinc ergo fiet Tab. III. Fig. 9.

$$q = \frac{\zeta\varepsilon(1-\varepsilon)}{\varepsilon - \zeta(1-\varepsilon)} \cdot p = \frac{-\zeta\varepsilon(1-\varepsilon)}{\zeta - \varepsilon(\zeta+1)} \cdot p$$

Tum vero erit

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{-\zeta(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{\zeta(1-\varepsilon)}{\zeta - \varepsilon(\zeta+1)}.$$

Porro vero erit $c = (1 - \varepsilon)(1 - \zeta)p$ sicque habebimus

$$P = \frac{1}{\varepsilon};\ Q = \frac{-\beta}{c} = \frac{-\zeta}{1-\zeta}.$$

Statuatur igitur praeterea $R = -k$ fiatque

$$PQRS = m = \frac{\zeta k}{\varepsilon(1-\zeta)} \cdot S,$$

vnde reliquae distantiae focales erunt

$$r = (1 - \varepsilon)(1 - \zeta)\mathfrak{C}.p;$$

$$s = \frac{(1-\varepsilon)(1-\zeta)C\mathfrak{D}}{k} \cdot p \text{ et}$$

$$t = \frac{-\zeta(1-\varepsilon).CD}{\varepsilon m} \cdot p.$$

reliquaque interualla

$$CD = (1-\varepsilon)(1-\zeta)(1+\tfrac{1}{k})C.p$$
$$DE = (1-\varepsilon)(1-\zeta)(1-\tfrac{1}{S})CD.p.$$

vnde intelligimus esse debere $C > 0$ ideoque $\mathfrak{C} < 1$; et $(1-\frac{1}{S})D > 0$. Vt vero fiat $t > 0$, debet esse $D < 0$ ideoque $S < 1$. Consideretur nunc aequatio pro margine colorato tollendo, quae est

$$0 = \mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{s}}{R} + \frac{t}{RS} \text{ siue } \mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{s}}{k} + \frac{t}{kS};$$

vt iam secunda lens nulla apertura indigeat, statuatur

$$\mathfrak{s} = 0. \text{ eritque } \mathfrak{r} = \frac{t}{kS}$$

aequationes autem pro litteris $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{t}$ posito

$$M = \frac{q+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}+t}{m-1} = \frac{q+(1+kS)\mathfrak{r}}{m-1}, \text{ sunt}$$

1°. $\mathfrak{B}q = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}.M$

2°. $\mathfrak{C}\mathfrak{r} = \frac{-((1-\varepsilon)\zeta+\varepsilon)}{\varepsilon(1-\zeta)}M - q$

3°. $0 = \frac{\zeta(\varepsilon+k)-\varepsilon}{\varepsilon(1-\zeta)}.M - q - \mathfrak{r}.$

Ex prima autem habetur

$$q = \frac{\zeta-\varepsilon(\zeta+1)}{\varepsilon\zeta}.M$$

Ex tertia autem fit

$$q = \frac{\zeta(\varepsilon+k)-\varepsilon}{\varepsilon(1-\zeta)}M - \mathfrak{r}$$

qui duo valores inter se aequati dant

$$M = \frac{\varepsilon\zeta(1-\zeta)\mathfrak{r}}{\zeta^2(1+k)-\zeta(1+\varepsilon)+\varepsilon} \text{ hincque}$$
$$q = \frac{(1-\zeta)(\zeta-\varepsilon(1+\zeta))\mathfrak{r}}{\zeta^2(1+k)-\zeta(1+\varepsilon)+\varepsilon}.$$

Tum

Tum vero ob $M = \frac{q + r(1 + kS)}{m - 1}$ reperietur etiam

$$M = \frac{kSr}{m - 1 - \frac{\zeta(\varepsilon + k) + \varepsilon}{\varepsilon(1 - \zeta)}}$$

ex quorum valorum aequalitate ob $m = \frac{\zeta k}{\varepsilon(1 - \zeta)} \cdot S$ reperitur tandem

$$\zeta(\zeta k S - \varepsilon(1 - \zeta) - \zeta(\varepsilon + k) + \varepsilon) =$$
$$kS(\zeta^2(1 + k) - \zeta(1 + \varepsilon) + \varepsilon) \text{ seu}$$
$$\zeta^2 = S(\zeta(1 + \varepsilon) - k\zeta^2 - \varepsilon)$$

vnde concludimus esse debere

$$\zeta(1 + \varepsilon) > k\zeta^2 + \varepsilon \text{ siue } k < \frac{\zeta(1 + \varepsilon) - \varepsilon}{\zeta^2}.$$

Praeterea vero vt ex secunda aequatione pro $\mathfrak{C}$ prodeat valor positiuus, necesse est, vt sit $q < 0$. ideoque etiam $\mathfrak{B} < 0$. vnde speculum minus foret concauum; verum vt fiat $\mathfrak{B} < 0$, debet esse $\zeta < \varepsilon(\zeta + 1)$ seu $\varepsilon > \frac{\zeta}{\zeta + 1}$. Hoc vero non sufficit, sed insuper necesse est, vt sit

$$-q > \frac{(1 - \varepsilon)\zeta + \varepsilon}{\varepsilon(1 - \zeta)} \cdot M \text{ seu } \frac{-\zeta + \varepsilon(\zeta + 1)}{\zeta} > \frac{(1 - \varepsilon)\zeta + \varepsilon}{(1 - \zeta)}$$

vnde sequitur $\varepsilon > \frac{\zeta}{1 - \zeta}$, quod cum nullo modo fieri queat, quia ζ intra limites 1 et $\frac{1}{2}$ continetur et ε vnitate minus esse debet, nunc demum intelligimus, hunc casum locum habere non posse.

Alia Solutio.

§. 53. Quoniam igitur hoc incommodum inde nascitur, quod sumsimus R negatiuum, consideremus

alterum casum, quo S sit negatiuum, manente R positiuo, et quoniam Q positum est negatiuum, ponamus $Q = -i$ et $S = -k$, vt sit

$$PQRS = \frac{iRk}{\varepsilon} = m;$$

calculus autem commodior euadet, si littera i retineatur, et cum sit $i = \frac{\beta}{c}$ et $\beta + c = (1 - \varepsilon)p$, euidens est, capi debere $i > 1$, eritque

$$\beta = \frac{i(1-\varepsilon)}{1+i}p \text{ et } c = \frac{1-\varepsilon}{1+i}p. \text{ vnde fit}$$

$$B = + \frac{\beta}{b} = - \frac{i(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1+i)} \text{ et}$$

$$\mathfrak{B} = + \frac{i(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)-\varepsilon}; \text{ hincque } q = - \frac{i\varepsilon(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)-\varepsilon} \cdot p.$$

Reliquae vero distantiae focales erunt

$$r = + \frac{(1-\varepsilon).\mathfrak{C}}{(1+i)} \cdot p; \quad s = - \frac{(1-\varepsilon).C\mathfrak{D}}{(1+i)R} \cdot p \text{ et}$$

$$t = - \frac{(1-\varepsilon)CD}{(1+i)Rk} \cdot p,$$

et duo reliqua interualla erunt

$$CD = + \frac{(1-\varepsilon)C}{1+i}\left(1 - \frac{1}{R}\right)p;$$

$$DE = - \frac{(1-\varepsilon)C.D}{(1+i)R}\left(1 + \frac{1}{k}\right)p.$$

Vt igitur fiat $t > 0$, debet esse CD negatiuum, quo ipso etiam vltimum interuallum fit positiuum. Vt vero et penultimum fiat positiuum, debet esse $C(1 - \frac{1}{R})$ positiuum. Conditio porro marginis colorati sumto $\mathfrak{s} = 0$. praebet $\mathfrak{r} = \frac{t}{Rk}$ siue $t = Rk.\mathfrak{r}$. et cum sit

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{t}}{m-1} = \frac{\mathfrak{q}+(1+Rk)\mathfrak{r}}{m-1}$$

satis-

ſatisfieri oportet his tribus aequationibus

$$1^{\circ}.\ \mathfrak{B}\mathfrak{q} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}.M$$

$$2^{\circ}.\ \mathfrak{C}\mathfrak{r} = -\frac{(i+\varepsilon)}{\varepsilon}M - \mathfrak{q}$$

$$3^{\circ}.\ 0 = +\frac{(iR+\varepsilon)}{\varepsilon}M + \mathfrak{q} + \mathfrak{r}.$$

Ex tertia ergo fit

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} = -\frac{(iR+\varepsilon)}{\varepsilon}M;\ \text{hincque}$$

$$\mathfrak{q}+\mathfrak{r}(1+Rk) = -\frac{(iR+\varepsilon)}{\varepsilon}M + Rk\mathfrak{r} = M(m-1)$$

vnde colligitur

$$M = \frac{Rk.\mathfrak{r}}{m+\frac{iR}{\varepsilon}},\ \text{ſimulque}$$

$$\mathfrak{q} = -\frac{Rk(iR+\varepsilon)}{m\varepsilon+iR}\mathfrak{r} - \mathfrak{r} = -\frac{(kiR^2+R(i+k\varepsilon)+m\varepsilon)}{m\varepsilon+iR}.\mathfrak{r}.$$

ex quo valor ipſius $\mathfrak{q}$ prodit negatiuus, qui cum ex prima forma prodeat poſitiuus, ſiquidem eſt $\mathfrak{B} > 0$, patet, etiam hanc ſolutionem locum habere non poſſe, ſiquidem ſecundum ſpeculum eſt conuexum, vti aſſumſimus.

Tertia Solutio.

§. 54. Pro repraeſentatione igitur erecta vnicus tantum caſus ſupereſt, quo ſumto Q poſitiuo ambae litterae R et S negatiuos obtinent valores. Statuamus igitur $Q = +i$; $R = -k$ et $S = -k'$, vt ſit

$$PQRS = m = \frac{ikk'}{\varepsilon}\ \text{hincque}\ k' = \frac{\varepsilon m}{ik}.$$

Porro

Porro erit

$$\mathfrak{b} = \frac{i(1-\varepsilon)}{i-1}.p;\quad c = -\frac{(1-\varepsilon)}{i-1}.p; \text{ vnde fit}$$

$$B = \frac{-i(1-\varepsilon)}{\varepsilon(i-1)} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{i(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)-\varepsilon}$$

quare diſtantiae focales ſequenti modo ſe habebunt:

$$q = \frac{-\varepsilon i(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)+\varepsilon}.p;\quad r = \frac{-(1-\varepsilon)\mathfrak{C}}{i-1}.p;$$

$$s = \frac{-(1-\varepsilon)C\mathfrak{D}}{(i-1)k}.p. \text{ et } t = \frac{-(1-\varepsilon)CD}{(i-1)kk'}.p.$$

$$= \frac{-i(1-\varepsilon).CD}{\varepsilon(i-1)m}.p.$$

Interualla vero lentium erunt

$$CD = \frac{-(1-\varepsilon)C}{i-1}\left(1+\frac{1}{k}\right)p.$$

$$DE = \frac{-(1-\varepsilon)CD}{(i-1)k}\left(1+\frac{1}{k'}\right)p.$$

vnde intelligimus, eſſe debere $C < 0$ et $D > 0$. ideoque $\mathfrak{D} < 1$. et $\mathfrak{D} > 0$. Nunc autem conditio marginis colorati dabit $0 = \mathfrak{r} + \frac{t}{kk'}$, vnde patet, eſſe debere $\mathfrak{r} < 0$. ſeu ob lentem C campum diminui. Ponamus ergo hic $\mathfrak{r} = -\omega$, vt fiat $t = \omega.kk' = \frac{\varepsilon m}{i}\omega$. quandoquidem etiam hic aſſumſimus $\mathfrak{s} = 0$; pro campo ergo apparente erit

$$M = \frac{i\mathfrak{q} + \omega(\varepsilon m - i)}{i(m-1)}$$

cui ſequentes tres aequationes ſunt adiungendae:

1°. $\mathfrak{B}\mathfrak{q} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}.M.$

2°. $-\mathfrak{C}\omega = \frac{i-\varepsilon}{\varepsilon}M - \mathfrak{q}.$

3°. $0 = -\frac{(ik+\varepsilon)}{\varepsilon}M - \mathfrak{q} + \omega.$

Ex

Ex hac vltima ergo concludimus

$$q = \omega - \frac{(ik+\varepsilon)}{\varepsilon} . M.$$

addatur vtrinque $\omega\left(\frac{\varepsilon m}{i} - 1\right)$, eritque

$$q + \omega\left(\frac{\varepsilon m}{i} - 1\right) = \frac{\varepsilon m}{i}\omega - \frac{(ik+\varepsilon)}{\varepsilon} M = M(m-1)$$

ex quo colligitur

$$M = \frac{\varepsilon^2 m\omega}{i(m\varepsilon+ik)};$$ vnde viciſſim

$$q = \frac{\varepsilon m(i-ik-\varepsilon)+i^2k}{i(\varepsilon m+ik)} . \omega.$$

Ex prima vero aequatione fit

$$q = \frac{(\varepsilon i(1-2\varepsilon)+\varepsilon^2)m\omega}{i^2(m\varepsilon+ik)}$$

quorum valorum aequalitas ſuppeditat hanc aequationem

$$\varepsilon i m(i-ik-\varepsilon)+i^3k = \varepsilon m(i(1-2\varepsilon)+\varepsilon)$$

ſeu

$$\varepsilon m(i^2(1-k)-i(1-\varepsilon)-\varepsilon)+i^3k = 0.$$

ex qua aequatione inuenimus

$$k = \frac{\varepsilon m(i^2-i(1-\varepsilon)-\varepsilon)}{i^2(\varepsilon m-i)}$$ ſeu $$k = \frac{\varepsilon m(i+\varepsilon)(i-1)}{i^2(\varepsilon m-i)}$$

qui valor debet eſſe poſitiuus; quem in finem ſumi debet $i > 1$ et $i < \varepsilon m$. Iam ſubſtituto valore ipſius k reperitur

$$M = \frac{\varepsilon(\varepsilon m-i)\omega}{\varepsilon i m-i(1-\varepsilon)-\varepsilon}.$$

Ex ſecunda denique aequatione colligimus

$$\mathfrak{C} = -\frac{k(\varepsilon m-i)}{\varepsilon m+ik}$$

Secunda vero aequatio dat

$$\mathfrak{C} = -\frac{\varepsilon m(i+\varepsilon)(i-1)}{i^2(\varepsilon m+ik)}$$

qui valor ergo eſt negatiuus, ideoque et $C < 0$, vti ſupra iam requirebatur. Litterae autem $\mathfrak{D}$ et D arbitrio noſtro manent permiſſae, dummodo D poſitiue capiatur; quod tandem ad ipſam quantitatem p attinet, eam ex confuſione definiri conuenit ope formulae notae, vbi inprimis dispiciendum erit, vtrum ſpeculis figura ſphaerica inducta ſit an parabolica.

Coroll. 1.

§. 55. Si ergo littera t in calculum introducatur, quam licebit vnitati aequalem ſumere, pro campo apparente habebimus

$$M = \frac{i(\varepsilon m - i)}{m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)} \cdot t$$

quippe qui valor per 859 min. multiplicatus dat ſemidiametrum campi Φ. Vidimus autem, litteram i intra limites 1 et εm capi debere.

Coroll. 2.

§. 56. Si caperetur $i = 1$, foret $\mathfrak{C} = \infty$ et radii a ſpeculo minore reflexi fierent inter ſe paralleli, vnde vitium ſupra memoratum oriretur, quod ſcilicet radii peregrini ita cum propriis permiſcerentur, vt nullo modo ſeparari poſſent, qui caſus cum ſit ſollicite euitandus, litteram i vnitate multo maiorem accipi conueniet, neque tamen alteri limiti εm aequalis

lis assumi potest, quia alioquin campus prorsus euanesceret.

Coroll. 3.

§. 57. Calculum instituenti facile patebit, maximum in hac expressione M locum non habere et eius valorem eo magis diminutum iri, quo maior littera i accipiatur. Quare cum esse debeat $i > 1$, si sumamus $i = 2$, erit

$$M = \frac{2(\varepsilon m - 2).t}{m(2\varepsilon m + \varepsilon - 2)}$$

sicque pro magnis multiplicationibus $M = \frac{1}{m}.t$ qui valor etiam prodit, si capiatur $i = 3$ vel 4 etc. dummodo i sit multo minus, quam εm, qui campus simplex censeri solet. Sin autem medium inter limites sumendo capiatur

$$i = \frac{\varepsilon m + 1}{2} \text{ fiet } M = \frac{(\varepsilon m + 1)t}{2m(\varepsilon m + \varepsilon + 1)}$$

et pro magnis multiplicationibus campus ad dimidium redigetur.

Coroll. 4.

§. 58. Idem etiam patet ex primitiuo valore ipsius M, qui est

$$M = \frac{q + r + t}{m - 1}, \text{ pro quo } r = -\omega = -\frac{it}{\varepsilon m}.$$

Etsi autem q addi debet, tamen ex superioribus patet, esse $q < \omega$; erat enim ex tertia aequatione

$$q = \omega - \frac{(ik + \varepsilon)}{\varepsilon} M.$$

Scholion.

§. 59. Circa campum autem inprimis eſt inquirendum, an loco t ſcribere liceat vnitatem, quod iudicium ex prima lente C eſt petendum, cuius ſemidiameter aperturae reuera eſt $= \delta x$ ob campum autem eſſe debet $= \frac{1}{4}. \mathfrak{r} r$. Cum igitur ſit $\mathfrak{r} = -\frac{it}{\varepsilon m}$ et

$$r = \frac{-(1-\varepsilon)\mathfrak{C}}{i-1}. p \text{ ſeu } r = \frac{\varepsilon m(1-\varepsilon)(i+\varepsilon)}{i^2(\varepsilon m + ik)}. p.$$

Iam ſupra autem inuenimus eſſe

$$\varepsilon m + i k = \frac{\varepsilon m(i' \varepsilon m + \varepsilon - 1) - \varepsilon)}{i(\varepsilon m - i)} = \frac{\varepsilon m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{i(\varepsilon m - i)}$$

Quocirca erit

$$r = \frac{(\varepsilon m - i)(1-\varepsilon)(i+\varepsilon)}{i(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)} p$$

vnde, niſi fuerit

$$\frac{(\varepsilon m - i)(1-\varepsilon)(i+\varepsilon)}{\varepsilon m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}. p > 4 \delta x$$

tum ſumere licebit $t = 1$. Contra vero t tanto minus vnitate capi debebit, vbi notaſſe iuuabit, eſſe $\delta > \varepsilon$. Quoniam autem hae formulae nimis ſunt complicatae, quam vt in genere omnia momenta pro conſtructione teleſcopii commode exprimi queant: ſtatuamus $i = \frac{1}{2}(\varepsilon m + 1)$ vt interuallum C D minus euadat, etſi campus ad ſemiſſem redigitur; deinde enim videbimus, quomodo campus amplificari poſſit. Poſito autem

$$i = \frac{\varepsilon m + 1}{2} \text{ erit } k = \frac{2\varepsilon m(\varepsilon m + 2\varepsilon + 1)}{(\varepsilon m + 1)^2},$$

qui valor abit in $k = 2$ pro magnis multiplicationibus;

Dein-

Deinde vero

$$\mathfrak{C} = \frac{-(\varepsilon m + 2\varepsilon + 1)(\varepsilon m - 1)^2}{2(\varepsilon m + 1)((\varepsilon m + 1)(\varepsilon m + \varepsilon - 1) - 2\varepsilon)}$$

vnde C reperitur.

Scholion 2.

§. 60. Quia vero valor $i = \frac{2m+1}{2}$ merito nimis magnus videri poteſt, pro i potius medium geometricum ſumamus ſitque $i = \sqrt{\varepsilon m}$ ac primo pro campo apparente fiet

$$M = \frac{\varepsilon}{\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot t:$$

Deinde vero habebimus $k = \frac{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m}}{\sqrt{\varepsilon m}}$ hincque

$$B = \frac{-(1-\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}}{\varepsilon(\sqrt{\varepsilon m} - 1)} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{(1-\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}}{(1-2\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon}.$$

$$\mathfrak{C} = \frac{-(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})(\sqrt{\varepsilon m} - 1)}{\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \text{ et } C = \frac{-(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})(\sqrt{\varepsilon m} - 1)}{2\varepsilon m + \varepsilon\sqrt{\varepsilon m}}$$

Ex his ſi ponamus $D = \vartheta$, vt ſit $\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$ reperientur diſtantiae focales:

$$p = p;\ q = \frac{-\varepsilon(1-\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}}{(1-2\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot p.$$

$$r = \frac{(1-\varepsilon)(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})}{\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot p.$$

$$s = \frac{\theta}{1+\theta} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{2\sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot p.$$

$$t = \frac{\theta.(1-\varepsilon)(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})}{\varepsilon m(\varepsilon + 2\sqrt{\varepsilon m})} \cdot p.$$

Interualla vero lentium erunt

$$AB = BC = (1-\varepsilon)p.$$

$$CD = \frac{(1-\varepsilon)(\varepsilon + 2\sqrt{\varepsilon m})}{2\varepsilon m + \varepsilon\sqrt{\varepsilon m}} \cdot p$$

$$DE = \frac{\theta.(1-\varepsilon)(\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon)}{\varepsilon m(\varepsilon + 2\sqrt{\varepsilon m})} \cdot p.$$

Pro loco autem oculi erit

$$O = \frac{t.t}{Mm} = \frac{\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon}{\varepsilon m} . t. = t\,(1 + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon m}} + \frac{\varepsilon}{m}).$$

Pro aperturis autem inuenimus

$$q = \frac{(1 - 2\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon}{(\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}} . t$$

$$r = - \frac{t}{\sqrt{\varepsilon m}}; \text{ et } \vartheta = 0.$$

Licebit autem sumere $t = 1$, nisi prodeat

$$\frac{(1 - \varepsilon)(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})}{(\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}} . p > 4\,\delta\,x.$$

Lenti autem in D, pro qua est $\vartheta = 0$, apertura tribui debet, cuius semidiameter sit $= \frac{x}{PQR} = \frac{\varepsilon x}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m}}$ ita, vt huius lentis apertura sit tam exigua, vt ad radios peregrinos arcendos apprime sit accommodata. Interim tamen quia campus apparens hic nimis est exiguus, vtique operae erit pretium, huic generi telescopiorum maiorem campum procurare, quod in sequente problemate praestabimus.

Problema 3.

§. 61. Telescopiorum generi in problemate praecedente descripto nouum gradum perfectionis addere, dum eius campus apparens amplificatur.

Solutio.

Fit hoc additione nouae lentis, ita, vt nunc telescopium ex duobus speculis et quatuor lentibus componatur. Maneat autem, vt ante,

$$P = \frac{1}{\varepsilon};\ Q = i;\ R = -k \text{ et } S = -k';$$

quibus

quibus accedente littera T fit, $\frac{ikk'T}{\varepsilon} = m$ deinde fit etiam, vt ante,

$$B = \frac{-i(1-\varepsilon)}{\varepsilon(i-1)} \text{ hincque } \mathfrak{B} = \frac{i(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)+\varepsilon};$$

ex quibus diſtantiae ſocales ita formabuntur;

$$q = -\frac{\mathfrak{B}}{P}p = -\varepsilon\mathfrak{B}p; \; r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ}p = \frac{\varepsilon B\mathfrak{C}}{i}p;$$

$$s = \frac{\varepsilon.BC\mathfrak{D}.}{ik}p; \; t = \frac{\varepsilon.BCD.\mathfrak{E}}{ikk'}.p; \text{ et}$$

$$u = -\frac{\varepsilon BCDE}{ikk'T}.p = -\frac{BCDE}{m}.p;$$

et interualla

$$AB = BC = (1-\varepsilon)p; \; CD = \frac{\varepsilon BC}{i}(1+\tfrac{1}{k})p;$$

$$DE = +\frac{\varepsilon BCD}{ik}.(1+\tfrac{1}{k'})p., \text{ et}$$

$$EF = \frac{\varepsilon BCDE}{ikk'}(1-\tfrac{1}{T})p.$$

vbi cum ſit $B < 0$, debet eſſe $C < 0$; deinde $D > 0$. Porro vt fiat u poſitiuum, debet eſſe $E < 0$ hincque ob vltimum interuallum $T < 1$. Nunc ſtatuatur etiam $r = -\omega$; $\mathfrak{s} = 0$; et vt campus maximus euadat, $u = t$, vt ſit $M = \frac{\mathfrak{q}-\omega+2t}{m-1}$. Vt vero margo coloratus euaneſcat, debet eſſe

$$\omega = \frac{t}{kk'} + \frac{u}{kk'T} = \frac{t}{kk'}(1+\tfrac{1}{T})$$

et quia debet eſſe $T < 1$, ſumatur ſtatim $T = \frac{1}{2}$ vt ſit $m = \frac{ikk'}{2\varepsilon}$; hincque $kk' = \frac{2\varepsilon m}{i}$ tum igitur erit $\omega = \frac{3i}{2\varepsilon m}.t$, ac viciſſim $t = \frac{2\varepsilon m\omega}{3i}$; vnde fit

$$M = \frac{\mathfrak{q} + \omega(\frac{4\varepsilon m}{3i} - 1)}{m-1},$$

Nunc

Nunc autem confiderari oportet fequentes quatuor aequationes:

$$\text{I}^\circ.\ \mathfrak{B}\,q = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\,.\ M$$

$$\text{II}^\circ.\ -\mathfrak{C}\,\omega = \frac{i-\varepsilon}{\varepsilon}\,M - q$$

$$\text{III}^\circ.\ o = -\left(\frac{ik+\varepsilon}{\varepsilon}\right)M - q + \omega$$

$$\text{IV}^\circ.\ \mathfrak{C}\,t = \frac{ikk'-\varepsilon}{\varepsilon}\,M - q + \omega.$$

Ex tertia igitur habemus

$$q - \omega = -\left(\frac{ik+\varepsilon}{\varepsilon}\right)M$$

addatur vtrinque $\frac{4\varepsilon m\omega}{3i}$, ac prodibit

$$M(m-1) = \frac{4\varepsilon m\omega}{3i} - \left(\frac{ik+\varepsilon}{\varepsilon}\right)M$$

vnde inuenitur

$$M = \frac{4\varepsilon m\omega}{m+\frac{ik}{\varepsilon}} = \frac{4\varepsilon^2 m\omega}{3i(m\varepsilon+ik)}$$

feu fubftituto valore ipfius ω

$$M = \frac{2\varepsilon}{m\varepsilon+ik}\,.\ t;$$

atque infuper ex eadem aequatione erit

$$q = \frac{3i(m\varepsilon+ik) - 4\varepsilon m(ik+\varepsilon)}{3i(m\varepsilon+ik)}\,.\ \omega$$

at vero prima aequatio dat

$$q = \frac{4(1-\varepsilon)\varepsilon.m\omega}{3i(m\varepsilon+ik)\mathfrak{B}},$$

quorum valorum aequalitas praebet

$$3i(m\varepsilon+ik) - 4\varepsilon m(ik+\varepsilon)$$

$$= \frac{4\varepsilon(1-\varepsilon)m}{\mathfrak{B}} = \frac{4\varepsilon m(i(1-2\varepsilon)+\varepsilon)}{i}$$

vnde

vnde fit

$$ik(4\varepsilon m - 3i) = \varepsilon m(3i - 4\varepsilon) - \frac{4\varepsilon m(i(1-2\varepsilon)+\varepsilon)}{i}$$

$$= \frac{\varepsilon m}{i}(3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon) \text{ seu}$$

$$ik = \frac{\varepsilon m(3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon)}{i(4\varepsilon m - 3i)}$$

qui valor, vt fit pofitiuus, debet effe $i < \frac{4}{3}\varepsilon m$ fimulque

$$i > \tfrac{2}{3}(1 - \varepsilon + \sqrt{1 + \varepsilon + \varepsilon^2})$$

Hinc autem valore ipfius k definito fecunda aequatio dabit

$$\mathfrak{C} = \frac{-4\varepsilon m(i^2 - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{3i^2(m\varepsilon + ik)} = \frac{-4\varepsilon m(i-1)(i+\varepsilon)}{3i^2(m\varepsilon + ik)}$$

fiue ex altero valore ipfius q

$$\mathfrak{C} = \frac{-\varepsilon m(1+4k) + 3ik}{3(m\varepsilon + ik)}$$

erit ergo ob $\mathfrak{C} < 0$ etiam $C < 0$ vti requiritur, ex quorum valorum aequalitate idem valor pro k, qui ante, prodit. Notetur autem hic effe

$$\varepsilon m + ik = \frac{4\varepsilon m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{i(4\varepsilon m - 3i)}$$

vnde fit

$$M = \frac{i(4\varepsilon m - 3i).f.}{2m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}.$$

Deinde vero littera D arbitrio noftro permittitur, dummodo fumatur pofitiua.

Quarta denique aequatio nobis praebet valorem litterae

$$\mathfrak{E} = \frac{4\varepsilon i m - 2i(1-\varepsilon) - 2\varepsilon}{i(m\varepsilon + ik)}$$

quare vt E prodeat negatiuum, oportet esse $\mathfrak{E} > 1$ siue

$$4\varepsilon i m - 2i(1-\varepsilon) - 2\varepsilon > i(\varepsilon m + ik)$$

et valore ipsius $\varepsilon m + ik$ substituto

$$(4\varepsilon m - 3i)(4\varepsilon i m - 2i(1-\varepsilon) - 2\varepsilon)$$
$$> 4\varepsilon m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)$$

quod vt fiat necesse est sit

$$6\varepsilon^2 i m^2 - 2\varepsilon m(3i^2 + i(1-\varepsilon) + \varepsilon)$$
$$+ 3i^2(1-\varepsilon) + 3\varepsilon i > 0.$$

quod sponte euenit, cum certo sit $i < \varepsilon m$.

Tandem pro loco oculi habebimus

$$O = \frac{tu}{M.m} = \frac{2(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{i(4\varepsilon m - 3i)} . u \text{ siue}$$

$$O = \tfrac{1}{2} u \left(1 + \frac{3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon}{i(4\varepsilon m - 3i)}\right)$$

Superest porro, vt diiudicemus, an pro t vnitas accipi queat, quod licebit, si fuerit

$$r < \frac{4\delta x}{\omega} \text{ seu } r < \frac{8\delta\varepsilon m x}{3i}.$$

Contra vero accipi debet $t = \frac{8\delta\varepsilon m x}{3ir}$ quo casu campus in eadem ratione diminuetur, in qua t ab vnitate deficit. Quod autem ad quantitatem p attinet, ea

ea ex aequatione nota definiri debet, ſpeculorum ratione habita, vtrum ſint ſphaerica an parabolica.

Corollarium.

§. 62. Quia lens in D, quam minimo foraminulo pertundi ſufficit, a lente C diſtat interuallo

$$CD = \frac{\varepsilon . BC}{i}\left(1 + \frac{1}{k}\right)p$$

radii autem peregrini in lentem C incidentes poſt eam colliguntur ad diſtantiam $r = \frac{\varepsilon . B\mathfrak{C}}{i} p$; vt hi radii excludantur, neceſſe eſt, vt hae duae diſtantiae a ſe inuicem diſcrepent, ſeu notabilis differentia eſſe debet inter has quantitates $C\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ et $\mathfrak{C}$, hoc eſt inter $1 + \frac{1}{k}$ et $1 - \mathfrak{C}$ ſeu inter $\frac{1}{k}$ et $-\mathfrak{C}$. Eſt vero

$$\frac{1}{k} = \frac{i^2(4\varepsilon m - 3i)}{\varepsilon m(3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon)} \text{ et}$$

$$-\mathfrak{C} = \frac{(4\varepsilon m - 3i)(i-1)(i+\varepsilon)}{3i(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}$$

quare cum ratio inter has quantitates debeat eſſe admodum inaequalis, haec fractio

$$\frac{3i^3(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{\varepsilon m(i-1)(i+\varepsilon)(3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon)}$$

plurimum ab vnitate diſcrepare debet; at differentia inter numeratorem et denominatorem ſatis eſt magna, vt aequalitas non ſit metuenda.

Coroll. 2.

§. 63. Quodſi autem ſumamus $i = 2$, fractio illa ab vnitate diuerſa euadet $= \frac{6(2\varepsilon m + \varepsilon - 2)}{\varepsilon m(1+\varepsilon)(2+\varepsilon)}$, quae

vtique ſatis ab vnitate diſcrepat, vt tranſitus radiorum peregrinorum neutiquam ſit metuendus. Campi autem ratio maxime exigit, vt ipſi i tam paruum valorem tribuamus, quam circumſtantiae permittunt. Ceterum multo magis ille tranſitus euitabitur, ſi capiatur $i > 2$.

Exemplum 1.

§. 64. Pro multiplicatione $m = 50$. Ponamus hic $\delta = \frac{1}{4}$; $\varepsilon = \frac{1}{5}$, et quia haec multiplicatio poſtulat $x = 1$. dig. erit $y = \frac{1}{4}$ dig. Deinde ſtatuamus

$i = 3$. erit

$(i + \varepsilon)(i - 1) = 6,4$

$3i^2 - 4i(1 - \varepsilon) - 4\varepsilon = 16,6$.

$\varepsilon m = 10$;

$4\varepsilon m - 3i = 31$.

$B = -6$; $\mathfrak{B} = \frac{6}{5}$; $k = \frac{166}{93} = 1,785$.

$\varepsilon m + ik = 15,355$;

$\mathfrak{C} = -0,6175$; $C = -0,3817$.

$\mathfrak{E} = 2,4921$; $E = -1,6702$

vnde elementa primitiua ſequenti modo definientur, ponendo ϑ loco D, vt ſit $\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1 + \theta}$.

$\alpha = p$; $\beta = 1,2.p$; $\gamma = 0,1526.p$;

$b = -\frac{1}{5}p = -0,2.p$; $c = -0,4\,p$; $d = 0,0855.p$;

$\delta = 0,$

$\delta = 0,0855.\vartheta.p.$; $e = 0,0229.\vartheta p.$

$\varepsilon = -0,0382.\vartheta p$; $f = 0,0764.\vartheta.p.$

ex quibus interualla colliguntur

$AB = BC = 0,8.p$; $CD = 0,2381.p$;

$DE = 0,1084.\vartheta p$; $EF = 0,0382.\vartheta p$;

ſicque tubus foramini ſpeculi annectendus erit circiter $= \frac{1}{3}p$.

Diſtantiae vero focales erunt

$q = \mathfrak{B}b = -0,24.p$;

$r = \mathfrak{C}c = 0,247.p$;

$s = \mathfrak{D}d = 0,0855.\frac{\vartheta}{1+\vartheta}.p$;

$t = \mathfrak{E}e = 0,0571.\vartheta.p$;

$u = f = 0,0764.\vartheta.p$.

Praeterea pro hoc caſu habebimus

$M = \frac{93}{2745}t = 0,0339.t$
(8,5307323.)

Tum vero $\mathfrak{q} = 0,113.t$

$\mathfrak{r} = -\omega = -0,45.t$.

Nunc igitur videamus, an pro t ſumi poſſit vnitas, nec ne? quem in finem conſideremus valorem

$\mathfrak{r}r = 4\delta x$; ſeu $0,111.p.t = 1$ dig.

vnde fit $t = \frac{1}{0,111.p} = \frac{9}{p}$ vnde apparet, ſi p fuerit

 nouem

nouem digitorum vel minus, tum ſumi poſſe $t = 1$. ſin autem fuerit $p > 9$ dig. tum ſumi debet $t = \frac{9}{p}$ et campus tanto fiet minor. Circa locum oculi vero notandum eſt, eſſe $O = \frac{1}{2} u (1 + \frac{16,6}{93}) = 0,58. u$. Nunc vero reſtat praecipua inueſtigatio diſtantiae focalis p, quae ex menſura confuſionis colligitur

$$p = kx \sqrt[3]{50} (0,125 - 0,0283 \\ + 0,00131. \mu (\lambda + \nu. \mathfrak{C}. 1 - \mathfrak{C}.) \\ + 0,0031. \mu (\frac{(1+\theta)^3 \lambda'}{\theta^3} + \frac{\nu.(1+\theta)}{\theta^2}) \\ + \frac{0,00005.\mu}{\theta^3} (\lambda'' + \nu. \mathfrak{C}. 1 - \mathfrak{C}) \\ + \frac{0,00036.\mu}{\theta^3}. \lambda''')$$

Circa hanc expreſſionem vero ſequentia obſeruemus:

I°. Si ſpeculum principale ſit parabolicum; primum membrum poſt ſignum radicale 0,125 omitti debet; ac ſi etiam minus ſpeculum eſſet parabolicum; tum quoque ſecundum terminum omittere liceret. Conſultius autem videtur ſolum primum ſpeculum parabolicum efficere; alteri vero figuram ſphaericam perfectam inducere, tum enim ſequentia membra ita inſtrui, ſiue litterae λ, λ', λ'' cum littera ϑ ita aſſumi poterunt, vt iſta membra a ſecundo, quod eſt negatiuum, perfecte tollantur; ſicque tota confuſio ad nihilum redigatur. Quod ſi ſucceſſerit, ſufficiet litteram

p ex

p ex ſola apertura definire, ſumendo ſcilicet $p = 4x$ vel $6x$ vel $7x$, prouti viſum fuerit. Hoc ergo caſu ob $x = 1$ dig. diſtantia focalis p tuto minor, quam 9 dig. accipi poterit.

II°. Cum igitur ſumi poſſit $p < 9$. dig. ponere licebit $t = 1$. et campi apparentis ſemidiameter erit $= 859$. M. minut. $= 29$. minut. Tum autem binas poſtremas lentes vtrinque aeque conuexas confici oportet, vnde ſi lentes ex vitro communi pro quo eſt $n = 1,55$ parentur, erit $\lambda''' = 1 + (\frac{\sigma - \rho}{2\tau})^2 = 1,6299$. At $\lambda'' = 1 + 0,6299.(1 - 2\mathfrak{C}) = 10,9991$.

III°. Quia adeo capere liceret $p = 4$ dig. ne diſtantia focalis vltimae lentis fiat nimis parua, ſufficiet ſtatuere $\vartheta = 1$. atque hinc erit vltimum membrum noſtrae formulae $= 0,00055$. Pro penultimo membro erit

$$\nu.\mathfrak{C}.1 - \mathfrak{C} = -0,8649; \text{ ideoque}$$

$$\lambda'' + \nu.\mathfrak{C}\,1 - \mathfrak{C} = 10,1342,$$

ac propterea totum membrum $= 0,00047$. Quocirca ambo poſtrema membra iunctim ſumta dabunt $0,00102$.

IV°. Pro prima autem lente erit

$$\nu.\mathfrak{C}.1 - \mathfrak{C} = -0,2323;$$

vnde

vnde totum membrum inde natum fiet

$$= 0,00123.\lambda - 0,00028.$$

Pro ſecunda autem lente erit

$$\frac{(1+\theta)^3}{\theta^3}\lambda' + \frac{\nu.(1+\theta)}{\theta^2} = 8.\lambda' + 2\nu$$

hincque totum membrum erit

$$= 0,0232.\lambda' + 0,00135.$$

V°. His ergo inuentis litteras λ et λ' ita definiri oportet, vt fiat

$$0,0283 = 0,00123.\lambda + 0,0232.\lambda' + 0,00209$$

ſiue

$$0,0262 = 0,00123.\lambda + 0,0232.\lambda'$$

vbi notandum litteras λ et λ' vnitate minores eſſe non poſſe ſtatuamus ergo $\lambda' = 1$; et eſſe debebit $0,0030 = 0,00123.\lambda$; hincque $\lambda = \frac{0,00300}{0,00123} = \frac{300}{123} = 2,44.$

Hinc igitur conſequimur ſequentem conſtructionem:

Teleſcopium Catadioptricum pro multiplicatione $m = 50$.

§. 65. Ex iis, quae modo euoluimus, obtinemus ſequentes determinationes:

I°. Pro ſpeculo principali, quod exactiſſime ſecundum figuram parabolicam elaborar debet, diſtan-

diſtantia focalis accipi poſſet $p = 4$ dig. Interim tamen litteram p quaſi indeterminatam in calculo retineamus.

Semidiameter aperturae huius ſpeculi $x = 1$. dig. et ſemidiameter foraminis $y = \delta x = \frac{1}{4}$ dig. Ante hoc ſpeculum ad interuallum $= 0,8.p$ conſtituatur ſpeculum Secundum Q B Q.

II°. Pro quo debet eſſe diſtantia focalis $q = -0,24.p$, ita, vt hoc ſpeculum debeat eſſe conuexum et ad figuram ſphaericam exacte elaboratum. Eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}$ dig. Poſt hoc ſpeculum in ipſo foramine ſpeculi maioris ad diſtantiam $BC = \frac{4}{5}.p = 0,8.p$. conſtituitur.

III°. Lens prima, ex vitro communi $n = 1,55$ paranda, cuius diſtantia focalis ſit $r = 0,247.p$ capiendo

$$\text{rad. fac.}\left\{\begin{array}{l}\text{ant.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{r}{1,4285} = 0,1729.p\\ \text{poſter.} = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{r}{0,3896} = 0,6339.p\end{array}\right.$$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}$ dig; vt foraminis, et interuallum vſque ad lentem ſecundam

$= 0,2381.p = CD$.

IV°. Pro ſecunda lente S D S, cuius diſtantia focalis $s = 0,0427.p$ ob $\mathfrak{D} = \frac{1}{2}$ et $\lambda' = 1$ capiatur

$$\text{rad. fac.}\begin{cases}\text{anter.} = \dfrac{s}{\sigma - \frac{1}{2}(\sigma - \varrho)} = \frac{s}{0,9990} = 0,04697p. \\ \text{poster.} = \dfrac{s}{\varrho + \frac{1}{2}(\sigma - \varrho)} = \frac{s}{0,9999} = 0,04697p\end{cases}$$

Eius aperturae semidiameter:

$= \frac{x}{PQR} = \frac{1}{26,775} = 0,037.$ dig.

et interuallum ad tertiam lentem

$DE = 0,1084.p.$

V°. Pro tertia lente, cuius distantia focalis $t = 0,0571.p$, capiatur radius vtriusque faciei $= 0,0628.p.$ eius aperturae semidiam. $= \frac{1}{4}t = 0,0142.p.$ et interuallum ad quartam lentem $= 0,0382.p.$

VI°. Pro quarta lente, cuius distantia focalis $u = 0,0764.p$, capiatur radius vtriusque faciei $= 0,0840.p.$ eius aperturae semidiam. $= \frac{1}{4}u = 0,0191.p.$ et interuallum ad oculum $= 0,58.u = 0,0445.p.$

VII°. Tubi ergo anterioris ambo specula continentis longitudo aliquanto maior est, quam $0,8.p.$ Tubi vero posterioris lentes continentis longitudo erit $= 0,4292.p.$ sicque totius instrumenti

menti longitudo erit circiter $= 1,4292.p$. ita, vt ſumto $p = 5$. dig.; haec longitudo futura ſit 7. dig.

VIII°. Campi autem apparentis ſemidiameter iam ſupra indicatus eſt $= 29$. minut., qui pro multiplicatione $m = 50$ ſatis eſt notabilis.

IX°. Diaphragmatis ſiue ſeptis in locis imaginum realium collocandis hic plane non erit opus, cum ſecunda lens tam exiguam habeat aperturam, quae radios peregrinos omnes excludat. Interim tamen ſi in loco primae imaginis realis, quae poſt primam lentem cadit ad interuallum $\gamma = 0,1526.p$ collocetur diaphragma, eius foraminis ſemidiameter ſumi debet $= 0,127.p$ hoc vero diaphragmate vix erit opus, cum radiorum peregrinorum in lentem primam incidentium imago cadat poſt hanc lentem ad diſtantiam $r = 0,247\ p$, dum ea radiorum propriorum cadit ad diſtantiam $\gamma = 0,1526.p$, quod diſcrimen ſatis eſt notabile.

X°. Si quis metuat, ne a tam exiguo ſpeculo, cuius ſemidiameter eſt $= 1$ dig. quodque adeo foramine eſt pertuſum, nimis exigua luminis copia ad oculum transmittatur, is tantum menſuram digitorum pro lubitu augeat nihil

 enim

enim impedit, quominus menſura digiti adeo duplicetur. Hoc enim modo claritas ad lubitum augeri poterit neque tamen inſtrumenti longitudo, quae per ſe eſt parua, ob hanc cauſſam enormis euadet.

Exemplum II.

Pro multiplicatione $m = 100$.

§. 66. Statuamus hic $\delta = \frac{1}{4}$ et $\varepsilon = \frac{1}{5}$ vt ſit $\varepsilon m = 20$. Tum vero ſumamus $i = 4$, quo tubus breuior euadat, atque habebimus

$P = \frac{1}{\varepsilon} = 5$; $Q = i = 4$;

$R = -k = -\frac{43}{68} = -0,63235$ ob

$3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon = 34\frac{2}{5}$ et $4\varepsilon m - 3i = 68$

porro

$S = -k' = -\frac{680}{43} = -15,814$ et $T = \frac{1}{2} = 0,5$.

Vnde fit

$PQ = 20$; $PQR = -12,647$;

$PQRS = 200$ et $PQRST = 100$.

Reliquae vero litterae reperientur

$\mathfrak{B} = \frac{16}{13} = 1,231$.

$B = -\frac{16}{3} = -5,333$.

$\mathfrak{C} = -\frac{17.21}{383} = -0,93211$

$(9,9694694)$

C =

$C = -\frac{357}{740} = -0,4824$
(9,6834398)

et

$\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$; $\mathfrak{E} = \frac{17.783}{2.5.383} = 3,4755$
(0,5410119)

$D = \vartheta$; $E = -\frac{3,4755}{2,4755} = -1,4039$
(0,1473490)

Vnde colligimus

log. $B\mathfrak{C} = 0,6964410$; log. $BC\mathfrak{E} = 0,9514233$;
log. $BC = 0,4104114$; log. $BCE = 0,5577604(-)$

His praemiſſis elementa noſtra erunt

$\alpha = p$; $b = -\frac{\alpha}{P} = -\frac{1}{5}.\alpha = -0,2.p.$

$\beta = Bb = 1,0666.p$; $c = -0,2666.p.$

$\gamma = Cc = 0,1286.p$; $d = 0,20344.p.$

$\delta = Dd = 0,20344.\vartheta.p$; $e = 0,01286.\vartheta.p.$

$\varepsilon = Ee = -0,01806.\vartheta.p$; $f = 0,03612.\vartheta.p.$

vnde ſtatim obtinemus interualla

$AB = 0,8.p$; $BC = 0,8.p$; $CD = 0,3320.p$.
$DE = 0,2163.\vartheta.p$; $EF = 0,01806.\vartheta.p.$

Diſtantiae vero focales ita ſe habebunt:

$q = \mathfrak{B}b = -0,246.p$; $r = \mathfrak{C}c = 0,2485.p.$

$s = 0,2034.\frac{\theta}{1+\theta}.p$; $t = \mathfrak{E}e = 0,0447.\vartheta.p.$

$u = f = 0,0361.\vartheta.p.$

Praeterea vero erit $\omega = 0, 3 . t = - \mathfrak{r}$ vnde aequatio $\mathfrak{r}\, r = 4\, \delta\, x$ abit in hanc: $0, 06455\, t . p = x$; quare si sumatur $x = 2$ dig.; hinc fiet $t = \frac{2}{0,56 + 55 . p}$. Dummodo igitur fuerit $p < 30$ dig. capere licebit $t = 1$. binasque vltimas lentes vtrinque aeque conuexas fieri oportet. Verum si etiam hic liceat totam confusionem ad nihilum redigere, ob $x = 2$. dig. sumi adeo posset $p = 8$. dig. etiamsi praestet ipsi p maiorem valorem tribuere; vnde patet tuto assumi posse $\vartheta = 1$.

Praeterea vero pro campo apparente habebitur $M = \frac{34}{1915} . t$; quare si capi poterit $t = 1$. semidiameter campi apparentis erit $\Phi = \frac{856 . 34}{1915}$. min. $= 15\frac{1}{4}$ min. et pro loco oculi habebimus

$$O = 0, 563 . u . = 0, 02037 . p.$$

Denique vt tota confusio euanescat, primum speculum perfecte parabolicum confici necesse est, atque tum esse debebit

$$\frac{\varepsilon(1 + B)(1 - B)^2}{8 B^3} = \frac{\mu}{B^3 \mathfrak{C}^3 P Q} (\lambda + \nu . \mathfrak{C} . \overline{1 - \mathfrak{C}})$$
$$- \frac{\mu}{B^3 C^3 P Q R} (8 . \lambda' + 2 \nu)$$
$$+ \frac{\mu}{B^3 C^3 \mathfrak{E}^3 P Q R S} (\lambda'' + \nu . \mathfrak{E} . \overline{1 - \mathfrak{E}})$$
$$- \frac{\mu}{B^3 C^3 . E^3 . m} \lambda'''.$$

vbi vt ante si refractio vitri sit

$n = 1, 55$. erit $\lambda''' = 1, 6299$ et

$\lambda'' = 1 + 0, 6299 . (1 - 2\, \mathfrak{E})^2 = 23, 308$.

vnde

vnde aequatio nostra praebebit

$$\begin{aligned} 0,02864 = 0,000382.\lambda &- 0,00016 \\ + 0,034843.\lambda' &+ 0,00200 \\ &- 0,00001 \\ &+ 0,00015 \\ &+ 0,00032 \end{aligned}$$

siue $0,02634 = 0,000382.\lambda + 0,03484.\lambda'$

quae aequalitas quia λ et λ' vnitate minores esse nequeunt, subsistere non potest. Quamobrem coacti sumus ipsi ϑ maiorem valorem tribuere; sit ergo $\vartheta = 2$, et nostra aequatio fiet

$$\begin{aligned} 0,02809 = 0,000382.\lambda &- 0,00016 \\ + 0,01143.\lambda' &+ 0,00075 \\ &- 0,00001 \\ &+ 0,00002 \\ &+ 0,00004 \end{aligned}$$

siue $0,02744 = 0,000382.\lambda + 0,01143.\lambda'$

Ne hinc valor ipsius λ prodeat nimis magnus, sumamus $\lambda' = 2$ eritque $0,00458 = 0,000382.\lambda$, hincque $\lambda = \frac{4580}{382} = 12$. Sin autem sumsissemus $\lambda' = 2\frac{1}{3}$ obtinuissemus $\lambda = \frac{770}{382} = 2$.

Vtamur ergo his postremis valoribus $\lambda = 2$; et $\lambda' = 2\frac{1}{3}$, existente $\vartheta = 2$; hincque $\mathfrak{D} = \frac{2}{3}$; vnde colligitur sequens

Con-

Conſtructio Teleſcopii Catadioptrici pro $m = 100$.

§. 67. Haec ergo constructio conſtabit ſequentibus determinationibus.

I°. Primum ſpeculum perfecte ſecundum figuram parabolicam elaboretur, cuius diſtantia focalis ſit $= p$, quam ad minimum 8 dig. ſtatui oportet; eius aperturae ſemid. $= x = 2$. dig. foraminis autem ſemidiam. $= \frac{1}{2}$ dig. et diſtantia a ſpeculo minore $AB = 0, 8. p$.

II°. Minus ſpeculum figuram ſphaericam habeto, cuius diſtantia focalis ſit $q = -0, 246. p$; et ſemidiamet. aperturae $= \frac{1}{2}$ dig. indeque diſtantia ad primam lentem $BC = 0, 8. p$.

III°. Pro prima lente, cuius diſtantia focalis

$r = 0, 2485. p$, numeri vero

$\mathfrak{C} = -0, 9321$ et $\lambda = 2$,

capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{r}{2,5666 - 0,9051} = 0, 1205. p.$$

$$\text{poſter.} = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{r}{-1,1485 + 0,9051} = -1,0210. p.$$

Semidiam. apert. foramini aequalis $= \frac{1}{2}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſecund. $CD = 0, 3320. p$.

IV°. Pro

IV°. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis $s = 0,1356.p$ et numeri $\mathfrak{D} = \frac{2}{3}$ et $\lambda' = 2,3333.$ capiatur radius faciei

anter. $= \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{s}{1,7147} = 0,0791.p.$

poſter. $= \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{s}{0,1034} = 1,3114.p.$

Eius aperturae ſemidiam. $= \frac{x}{PQR} = 0,16.$ dig. et diſtantia a lente tertia $DE = 0,4326.p.$

V°. Pro lente tertia, cuius diſt. focal. $t = 0,0894.p$ capiatur radius vtriusque faciei $= 0,0983.p.$ eius aperturae ſemid. $= \frac{1}{4}t = 0,0246.p.$ et diſtantia ad lentem quartam $EF = 0,03612.p.$

VI°. Pro lente quarta, cuius diſt. foc. $u = 0,0722.p.$ capiatur radius vtriusque faciei $= 0,0794.p.$ eius aperturae ſemidiam. $= \frac{1}{4}u = 0,0198.p.$ et diſtantia oculi $O = 0,563.u = 0,0204.p.$

VII°. Longitudo ergo tubi prioris aliquanto maior erit, quam $0,8.p.$ tubi autem affixi longitudo $= 0,8211.p$; hincque totius inſtrumenti circiter $= 1,6211.p.$

VIII°. Campi apparentis ſemidiameter $= 15\frac{1}{4}$ min. et quae ſupra obſeruauimus praeterea, etiam hic locum habent.

Exempl. III.

Pro multiplicatione $m = 150$.

§. 68. Maneant, vt ante, $\delta = \frac{1}{4}$ et $\varepsilon = \frac{1}{5}$ vt ſit $\varepsilon m = 30$. ſumatur autem $i = 5$ et vt claritate ſufficiente fruamur, ſit $x = 3$. dig. vt ſit $y = \frac{3}{4}$ dig. et hinc colligimus

$$P = 5;\ Q = 5;\ R = -k = -0,6652.$$
$$S = -k' = -1,8040;\ \text{et}\ T = \tfrac{1}{2}.\ \text{hinc}$$
$$PQ = 25;\ PQR = -16,63;$$
$$PQRS = 300\ \text{et}\ PQRST = 150.$$

inde vero reliquae litterae reperientur:

$$\mathfrak{B} = \tfrac{5}{4} = 1,25;\ B = -5;$$
$$\mathfrak{C} = -\tfrac{33,28}{33,326} = -0,9986$$
$$(9,9994001)$$
$$C = -\tfrac{0,9986}{1,9986} = -0,49966.$$
$$(9,6986742)$$
$$\mathfrak{D} = \tfrac{\theta}{1+\theta};\ D = \vartheta;$$
$$\mathfrak{E} = \tfrac{118,32}{33,326} = 3,5504.$$
$$(0,5502750)$$
$$E = -\tfrac{3,5504}{2,5504} = -1,3921.$$
$$(0,1436667)$$

vnde colligimus

$$\log.\ B\,C = 0,6983701;$$

log.

$\log. BC = 0,3976442$;

$\log. BC\mathfrak{C} = 0,9479192$;

$\log. BCE = 0,5413109(-)$

His praemissis elementa nostra erunt

$\alpha = p$; $b = -0,2.p$; $\beta = p$; $c = -0,2.p$.

$\gamma = 0,099932.p$; $d = 0,15023.p$.

$\delta = 0,15023.\vartheta.p$; $e = 0,00833.\vartheta.p$.

$\varepsilon = -0,01159.\vartheta.p$; $f = +0,02318.\vartheta.p$.

vnde colligimus interualla

$AB = 0,8.p = BC$; $CD = 0,25016.p$.

$DE = 0,15856.\vartheta.p$; $EF = 0,01159.\vartheta.p$.

Distantiae vero focales ita se habebunt:

$q = -0,25.p$; $r = 0,19972.p$;

$s = 0,15023.\frac{\theta}{1+\theta}.p$; $t = 0,02956.\vartheta.p$; et

$u = 0,02318.\vartheta.p$.

Porro est $\omega = \frac{1}{4}t = -\mathfrak{r}$; vnde aequatio $\mathfrak{r}r = 4\delta x$ dabit

$$t = \frac{12}{0,19972.p} = \frac{60}{p}$$

proxime dum ergo p sit < 60, tuto sumere licebit $t = 1$. et quia tum erit $M = \frac{2}{100,030}$; hincque semidiameter campi $\Phi = 10\frac{1}{3}$ min. et pro loco oculi

$O = 0,555.u = 0,01285.\vartheta.p$.

Denique ſi primum ſpeculum conficiatur parabolicum, omnis confuſio tolletur huic aequationi ſatisfaciendo

$$0,0288 = 0,00030144.\lambda - 0,00013994 + 0,0036177.\frac{\lambda'.(1+\theta)^3}{\theta^3} + 0,00084146.\frac{1+\theta}{\theta^2} + \frac{0,0001008}{\theta^3} + \frac{0,00024176}{\theta^3}$$

ſiue

$$0,0289399 = 0,00030144.\lambda + 0,0036177.\frac{(1+\theta)^3}{\theta^3}\lambda' + 0,00084146.\frac{1+\theta}{\theta^2} + \frac{0,0003419}{\theta^3}$$

Hic patet ſtatim, ſumi non poſſe $\vartheta = 1$. tentetur ergo poſitio $\vartheta = \frac{3}{2}$, eritque

$$0,0289399 = 0,00030144.\lambda + 0,0167487.\lambda' + 0,00093495 + 0,0001013.$$

ſiue

$$0,0279037 = 0,00030144.\lambda + 0,0167487.\lambda'$$

quare ſi hic ſtatuatur $\lambda' = 1$; fiet

$$\lambda = \frac{0,0111500}{0,00030144} = \frac{11165}{301} = 37.$$

ſin autem ſumamus $\lambda = 1$. fiet

$$\lambda' = \frac{0,0276023}{0,0167487} = \frac{276023}{167487} = 1,648.$$

Sin autem λ ſtatueretur 2 vel 3, valor ipſius λ' vix inde mutaretur vnde pro vſu practico praeſtare videtur, ſi ipſi λ' certus quidam valor tribuatur quia

quia enim tum ob leuissimos errores λ multum variare potest, plures lentes pro variis valoribus λ parari poterunt; ex quibus aptissimam experientia declarabit. Statuamus ergo $\lambda' = \frac{3}{2}$ ac reperietur

$$\lambda = \frac{0,0027807}{0,0003014} = \frac{27807}{3014} = 9.$$

vnde in praxi ternae lentes parari poterunt ex valoribus $\lambda = 8$; $= 9$; $= 10$.

Posito ergo $\mathfrak{F} = \frac{5}{2}$; vt sit $\mathfrak{D} = \frac{5}{2}$ sumatur $\lambda' = \frac{5}{2}$ et $\lambda = 9$. vnde colligitur sequens:

Constructio Telescopii Catadioptrici pro $m = 150$.

§. 69. Haec constructio sequentibus determinationibus continetur:

I°. Speculum obiectiuum accuratissime secundum figuram parabolicam elaboretur; cuius distantia focalis minor non sit duodecim digitis; quam hic littera p designemus. Eius aperturae semidiameter vero sit $x = 3$. dig. foraminis vero semidiameter $= \frac{3}{4}$ dig. et distantia ad speculum minus $AB = 0,8.p$.

II°. Speculum minus exactissime ad figuram sphaericam elaboretur, cuius distantia focalis sit $q = -0,25.p$. quippe quod est conuexum. Eius aperturae semidiameter $= \frac{3}{4}$ dig. et distantia ad primam lentem $BC = 0,8.p$.

III°. Pro prima lente, cuius diſtantia focalis eſt $r = 0,19972 \cdot p.$ numerique $\mathfrak{C} = -0,9986$ et $\lambda = 9.$ capiatur radius faciei

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{8}.} = \frac{r}{0,5021} = 0,39777 \cdot p.$

poſter. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \mp \tau.\sqrt{8}.} = \frac{r}{1,3160} = 0,15176.\ p.$

Sin autem ſumeretur $\lambda = 10$, prodiret radius faciei

anter. $= \frac{r}{0,3468} = 0,57589 \cdot p.$

poſter. $= \frac{r}{1,4713} = 0,13543 \cdot p.$

vnde concludimus in genere ſumi poſſe radium faciei

anter. $= (0,39777 \mp 0,17812.\ \omega)p.$

poſter. $= (0,15176 \pm 0,01633.\ \omega)p.$

vbi ω per experientiam definiri conueniet.

Huius autem lentis ſemidiameter aperturae $= \frac{3}{4}$ dig. et diſtantia ad lentem ſecundam

$CD = 0,25016.\ p.$

IV°. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis $s = 0,090138.\ p.$ et numeri $\mathfrak{D} = \frac{3}{5}$ et $\lambda' = 1,5$ capiatur radius faciei

anter. $= \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{0,5}} = \frac{s}{0,1251} = 0,72046.\ p.$

poſter. $= \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{0,5}} = -\frac{s}{0,0313} = -2,8864.\ p.$

Eius

Eius aperturae ſemidiameter

$= \frac{x}{PQR} = \frac{2}{11}$ dig. $= 0, 18.$ dig.

et diſtantia ad lentem tertiam

$DE = 0, 23784. p.$

V°. Pro tertia lente, cuius diſtantia focalis

$t = 0, 04434. p.$

ſumatur radius faciei vtriusque $= 0,048774. p.$

eius aperturae ſemidiameter $= 0, 01108. p.$

et diſtantia ad lentem quartam $EF = 0,01738. p.$

VI°. Pro lente quarta, cuius diſtantia focalis

$u = 0, 03477. p.$

capiatur radius vtriusque faciei $= 0,03824. p.$

eius aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{4}u = 0,00869. p.$

et diſtantia ad oculum

$O = 0, 555. u = 0, 01927. p.$

VII°. Longitudo ergo tubi prioris ſpecula continentis aliquantum ſuperabit $0, 8. p$; poſterioris vero erit $= 0, 52465. p.$ ita, vt totius inſtrumenti longitudo ſit circiter $= 1, 32465. p.$ Tum vero ſemidiameter campi apparentis erit $= 10\frac{1}{3}$ minut.

Scholion.

§. 70. Remedium in ſubſidium praxeos, quod hic pro prima lente attulimus, etiam facile ad exempla prae-

praecedentia accommodatur. Ponamus enim pro hac lente inuentos esse radios facierum f et g, et nunc quaestio eo redit, quomodo hos radios variari oporteat, vt distantia focalis maneat eadem. Ponatur prior $= f + x$; posterior $= g - y$, et necesse est, vt fiat $\frac{fg}{f+g} = \frac{(f+x)(g-y)}{f+g+x-y}$ vnde sumto x pro lubitu siue negatiue siue positiue capi debebit $y = \frac{g^2.x}{f^2+(f+g)x}$; quare cum x et y sint satis parua erit $y = \frac{g^2x}{f^2}$, siue $x:y = f^2:g^2$, ita, vt posito $x = f^2\omega$ futurum sit $y = g^2.\omega$. Pro lente ergo prima, cuius radii supra inuenti sint f et g, alias successiue substitui conueniet, quarum radii sint $f \pm f^2.\omega$ et $g \mp g^2.\omega$. Deinde hic etiam notasse iuuabit, pro lente prima minorem aperturam sufficere posse, quam hic assignauimus foramini aequalem. Sufficiet enim apertura, cuius semidiameter $= \frac{1}{4} x r. = \frac{1}{16}. r = 0,01248.p.$ vnde si $p = 12$ dig. iste semidiameter foret $= 0,1497.$ dig. $= \frac{1}{7}$ dig. circiter; ac si adeo esset $p = 20.$ dig.; foret iste semidiameter $= \frac{1}{4}$ dig. ex quo concludimus, sufficere, si huic lenti apertura tribuatur, cuius semidiameter sit $\frac{1}{4}$ dig. quo pacto ingentem copiam radiorum peregrinorum ab introitu arcebimus, sicque reliqui eo felicius a secunda lente excludentur; etsi eius apertura non tam est exigua, vt in praecedentibus exemplis, cuius rei ratio est, quod litteram i in multo minore ratione auximus, quam multiplicationem m; quam ob caussam in sequente exemplo litterae i multo maiorem valo-

valorem tribuemus, quia inde nihil aliud eſt metuendum, niſi exigua diminutio campi.

Exemplum 4.
pro multiplicatione $m = 200$.

§. 71. Manentibus litteris $\delta = \frac{1}{4}$ et $\varepsilon = \frac{1}{5}$, capiatur $i = 10$ et vt ſufficiens claritatis gradus obtineatur, ſumamus $x = 5$. dig. vt ſit ſemidiameter foraminis $= \delta x = \frac{5}{4}$ dig. et $\varepsilon m = 40$. Hinc ergo colliguntur valores

$P = 5$; $Q = 10$; $R = -k = -0,8221$;

$S = -k' = -9,7312$ et $T = \frac{1}{2}$; hincque

$PQ = 50$; $PQR = -41,105$;

$PQRS = 400$ et $PQRST = 200$.

reliquae vero litterae ita determinabuntur

$\mathfrak{B} = \frac{40}{31} = 1,2903$; $B = -\frac{40}{9} = -4,4444$.

$\mathfrak{C} = -1,0153$; $C = -0,50381$.

$(0,0066052)(-)$; $(9,7022655)(-)$

$\mathfrak{E} = 3,2841$; $E = -1,4377$.

$(0,5164093)$ $(0,1576942)$

vnde colliguntur ſequentes logarithmi

log. $B\mathfrak{C} = 0,6544183$; l. $BC = 0,3500786$.

log. $BC\mathfrak{E} = 0,8664879$; l. $BCE = 0,5077728 -$

hinc elementa sequenti modo definientur:

$\alpha = p$; $b = -0,2.p$; $\beta = 0,8889.p$;

$c = -0,0889.p$; $-\gamma = 0,04478$;

$d = 0,054473.p$; $\delta = 0,054473.\vartheta.p$;

$e = 0,005598.\vartheta.p$; $\varepsilon = -0,007798.\vartheta.p$;

et $f = 0,015596.\vartheta.p$.

ex quibus colliguntur interualla

$AB = 0,8.p = BC$; $CD = 0,09925.p$;

$DE = 0,060071.\vartheta.p$; $EF = 0,007798.\vartheta.p$.

Distantiae vero focales

$q = -0,2581.p$; $r = 0,09025.p$;

$s = 0,05447 \frac{\theta}{1+\theta}.p$; $t = 0,01838.\vartheta.p$;

et $u = 0,015596.\vartheta.p$.

Porro est $\omega = -\mathfrak{r} = \frac{3}{4}t$; vnde aequatio $\mathfrak{r}r = 4\delta'x$ dabit $t = \frac{160}{p}$. dig.; vnde patet, dummodo p minor sit, quam 160. dig. tuto sumi posse $t = 1$; at si liceat confusionem ad nihilum redigere, adeo sumere licebit $p = 20$. dig. tum autem fiet $M = \frac{1}{120}$; vnde semidiameter campi erit $\frac{859}{120}$ min. $= 7\frac{1}{6}$ min. Praeterea vero pro loco oculi habebitur $O = 0,6.u$. Tantum igitur superest, vt confusionem ad nihilum redigamus, quod fiet hac aequatione:

0,029

$$0,029074 = 0,00020418.\lambda - 0,0000972.$$
$$+ 0,0020329.\frac{(\theta+1)^3}{\theta^3}\lambda'$$
$$+ 0,00047286.\frac{1+\theta}{\theta^2}.$$
$$+ \frac{0,000111}{\theta^3}.$$
$$+ \frac{0,00000116}{\theta^3}.$$

siue

$$0,029171 = 0,00020418.\lambda$$
$$+ 0,0020329.\frac{(1+\theta)^3}{\theta^3}.\lambda'$$
$$+ 0,0004729.\frac{1+\theta}{\theta^2}.$$
$$+ \frac{0,0001122}{\theta^3}.$$

vbi iam nihil obstat, quominus statuatur $\vartheta = 1$. hincque habebimus

$$0,028113 = 0,0002042.\lambda + 0,016264.\lambda'.$$

Nê igitur hinc valor ipsius λ prodeat nimis magnus, commode statui poterit $\lambda' = 1\frac{1}{2}$, atque reperietur $\lambda = \frac{3717}{204} = 18$. proxime. Commodius vero erit sumere $\lambda' = 1\frac{2}{3}$; vnde fiet $\lambda = \frac{1006}{204} = 5$. Retineamus igitur valores $\vartheta = 1$; $\lambda' = 1\frac{2}{3}$, vt fiat $\lambda = 5$, cui adiungere poterimus valores finitimos $\lambda = 4$ et $\lambda = 6$. quo praxi melius consulatur; atque hinc colligetur sequens

Constructio Telescopii Catadioptrici pro multiplicatione $m = 200$.

§. 72. Statuamus hic, vt hactenus, distantiam focalem speculi principalis $= p$, quum, vt vidimus,

 mino-

minorem quam 20 dig. assumi non conuenit. Praestabit autem eam haud mediocriter maiorem assumere.

I°. Speculum igitur primum adcuratissime forma parabolica elaboretur, cuius distantia focalis sit $= p$;
Eius aperturae semidiameter $x = 5$. dig.
et semidiameter foraminis $y = 1\frac{1}{4}$ dig.
Distantia vero ad speculum minus $AB = 0,8.p$.

II°. Pro secundo speculo minore conuexo eius figura accuratissime sphaerice elaboretur, vt sit eius distantia focalis $q = -0,2581.p$.
Eius aperturae semidiameter $= 1\frac{1}{4}$ dig.
et distantia ad primam lentem in foramine $= BC = 0,8.p$.

III°. Pro lente prima, cuius distantia focalis $r = 0,09025.p$. et numeri $\mathfrak{C} = -1,0153$.
et $\lambda = 5$, capiatur radius faciei

anter. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{4}} = \frac{r}{3,0861 \mp 1,8102}$

poster. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{4}} = \frac{r}{-1,2680 \mp 1,8102}$

hinc radius faciei
anter. $= 0,070734.p$.
poster. $= 0,16645.p$.

Sin

Sin autem ſumeremus $\lambda = 4$, prodiret radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{3,0861 + 1,5677} = 0,05944.\,p.$$

$$\text{poſter.} = \frac{r}{-1,2680 + 1,5677} = 0,30113.\,p.$$

At ſi ſumeretur $\lambda = 6$. foret radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{3,0861 + 2,0239} = 0,08496.\,p.$$

$$\text{poſter.} = \frac{r}{-1,2680 + 2,0239} = 0,11940.\,p.$$

ex quibus caſibus deducimus in ſubſidium praxeos ſequentes concluſiones:

Prior: Si $\lambda = 5 - \omega$, denotante ω fractionem arbitrariam, erit radius faciei

$$\text{anter.} = (0,07073 - 0,01129.\,\omega)\,p$$

$$\text{poſter.} = (0,16645 + 0,13468.\,\omega).\,p.$$

Poſter: Sin autem $\lambda = 5 + \omega$, erit radius faciei

$$\text{anter.} = (0,07073 + 0,01423.\,\omega)\,p.$$

$$\text{poſter.} = (0,16645 - 0,04705.\,\omega).\,p.$$

Eius aperturae ſemidiameter $= 1\frac{1}{4}$ dig.

et diſtantia ad lentem ſecundam

$$CD = 0,09925.\,p.$$

IV°. Pro ſecunda lente, cuius diſtantia focalis eſt $s = 0,02723.\,p.$ et numeri $\mathfrak{D} = \frac{1}{2}$ et

 $\lambda' =$

$\lambda' = 1,6667$. capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{s}{\frac{1}{2}(\sigma + \varrho) + \tau \sqrt{0,6667}} = \frac{s}{0,9090 + 0,7359}$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\frac{1}{2}(\sigma + \varrho) \pm \tau \sqrt{0,6667}} = \frac{s}{0,9090 \pm 0,7359}$$

feu anter. $= 0,01652.p.$

poster. $= 0,16018.p.$

eius aperturae femidiam. $= \frac{x}{PQR} = \frac{1}{8}$ dig.

et diftantia a lente tertia $DE = 0,06007.p.$

V°. Pro lente tertia, cuius diftantia focalis

$t = 0,01838.p.$

capiatur radius faciei vtriusque $= 0,02022.p.$

Eius apert. femidiam. $= \frac{1}{4}t = 0,00459.p.$

et diftantia a lente quarta $EF = 0,007798.p.$

VI°. Pro lente quarta, cuius diftantia focalis

$u = 0,015596.p.$

capiatur radius faciei vtriusque $= 0,01715.p.$

Eius aperturae femid. $= \frac{1}{4}u = 0,0039.p.$

et diftantia ad oculum $= 0,6.u = 0,00936.p.$

VII°. Hinc ergo longitudo tubi prioris erit quafi $= p$, quia maior effe debet, quam $\frac{4}{5}.p.$ pofterioris vero lentes continentis $= 0,17648.p.$

ita,

ita, vt tota longitudo futura fit circiter

$= 1,17648.p.$

Campi vero apparentis femidiameter erit

$= 7\frac{1}{6}$ minut.

VIII°. Si pro lente prima tantum ad claritatem fpectemus, eius aperturae femidiameter deberet effe $= \frac{x}{PQ} = \frac{1}{10}$ dig. fin autem ad campum fpectemus, hic femidiameter effe debet

$= \frac{1}{4}\mathfrak{r}\,r = \frac{1}{32}.r = 0,00846.p.$

qui, fi adeo effet $p = 40$ dig. fieret

$0,3384$ dig. $= \frac{1}{3}$ dig.

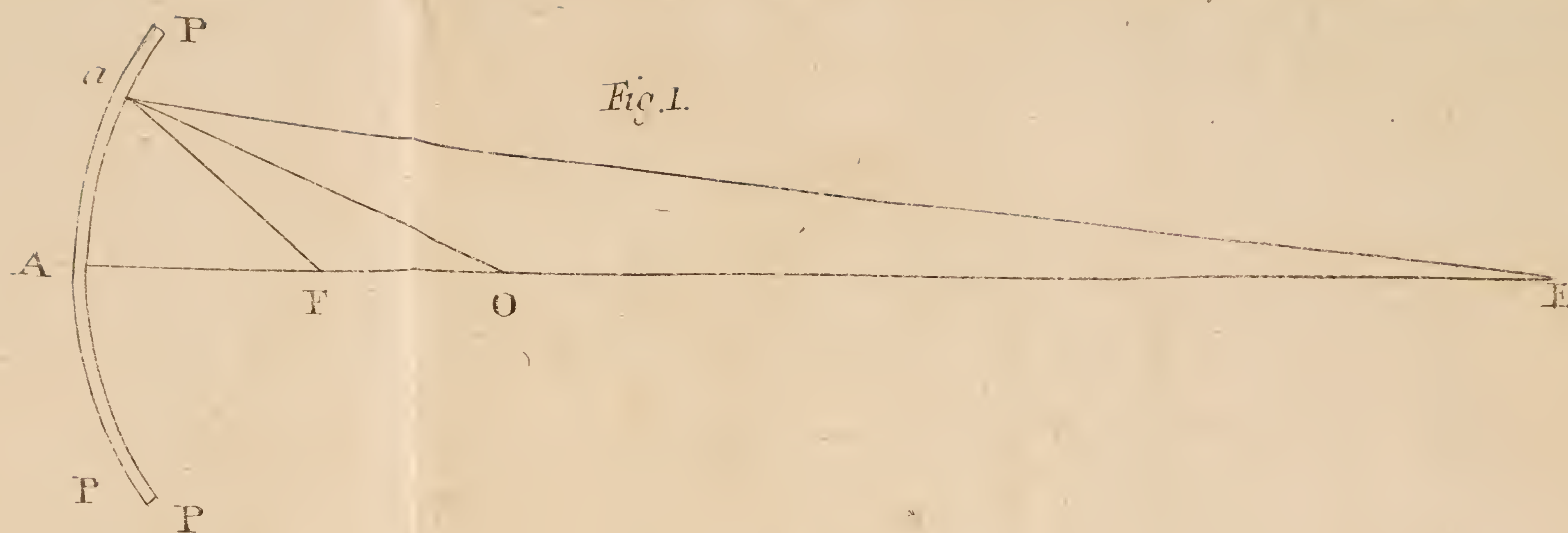
Quare cum femidiameter foraminis $= 1\frac{1}{4}$ dig. tuto oram huius lentis obtegere licebit, donec eius aperturae femidiameter fiat $= \frac{1}{3}$ dig. quo pacto radii peregrini iam maximam partem excludentur.

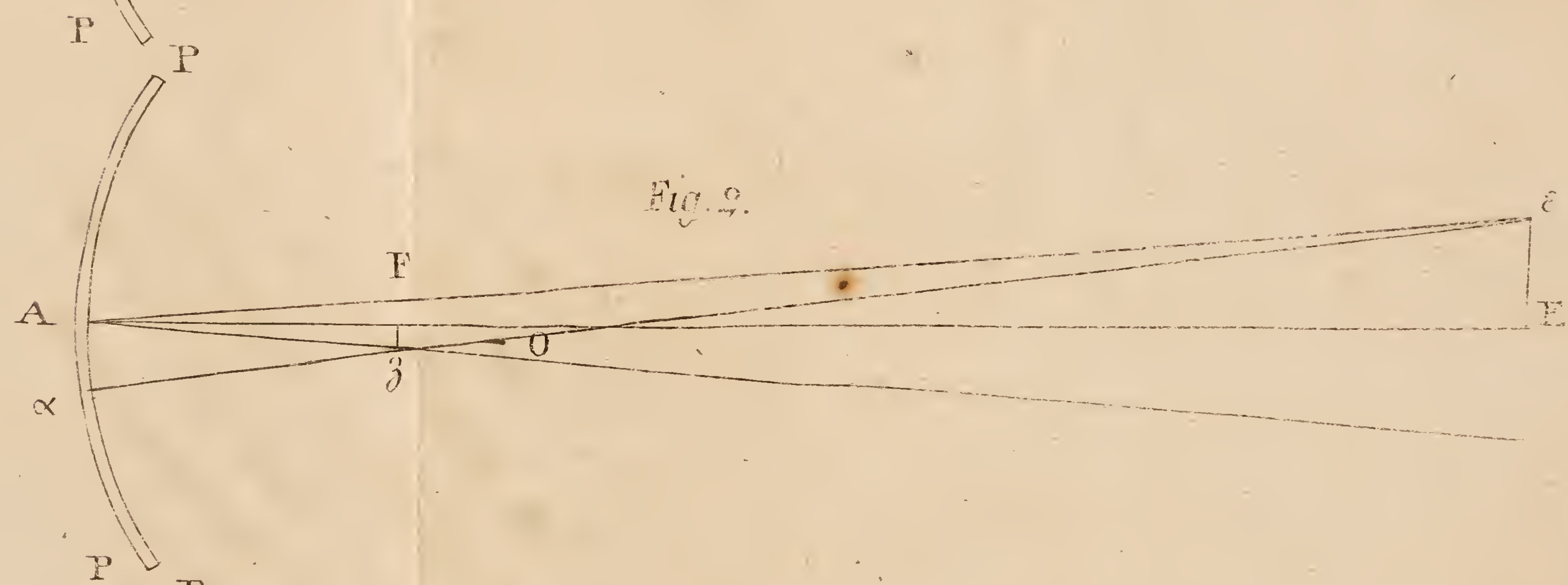
IX°. Cum igitur ne opus quidem fit tantam magnitudinem primae lenti tribuere, ipfum foramen maioris fpeculi multo minus ftatuere licebit, quam $1\frac{1}{4}$ dig. hocque modo dum ipfum hoc fpeculum maiorem fuperficiem adipifcetur, etiam claritatis gradus augebitur, neque vero ideo neceffe erit, et minoris fpeculi magnitudinem imminuere, cum fufficiens radio-

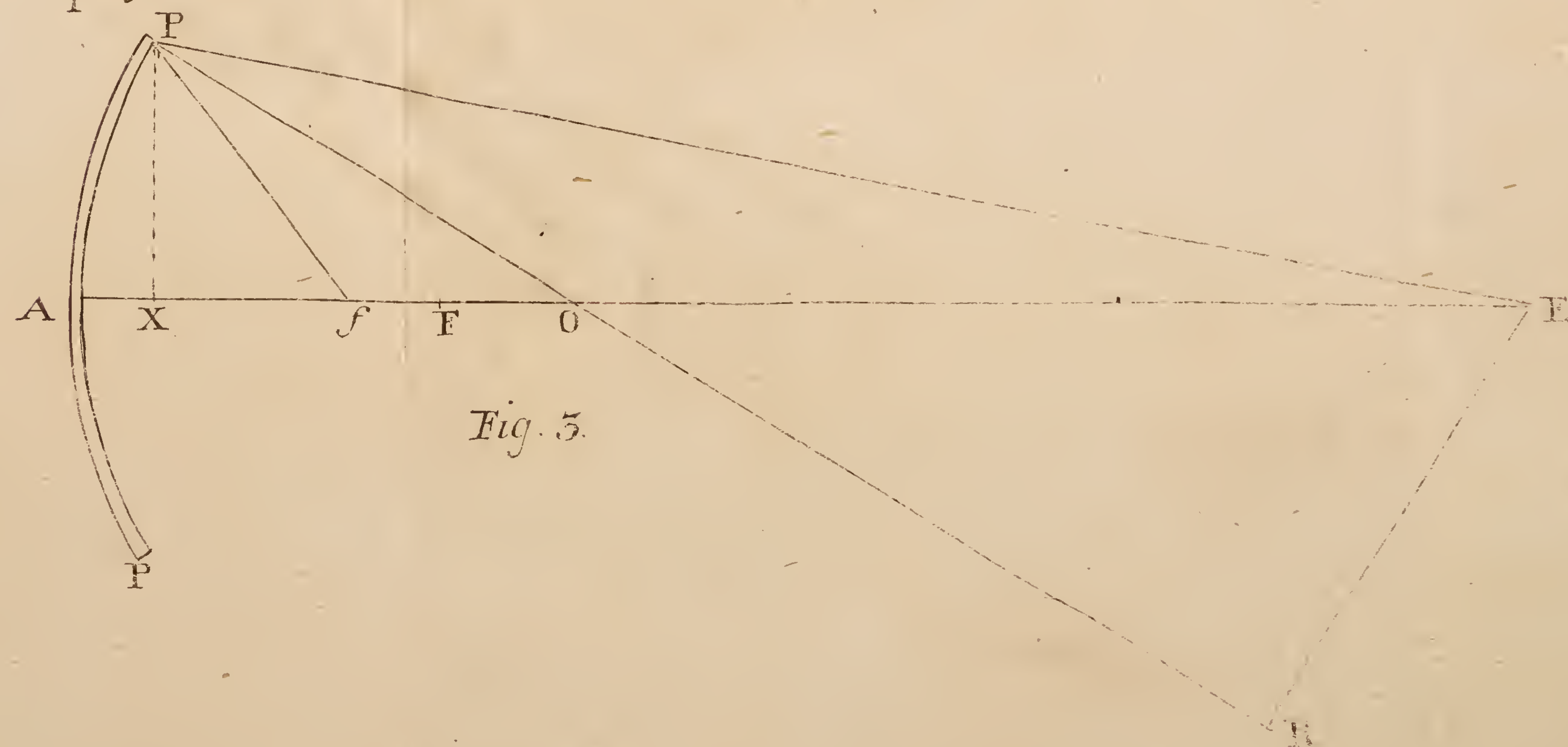
diorum copia in ſpeculum cadere poſſit. Radii peregrini colliguntur poſt lentem C in diſtantia $r = 0,09025.p.$ radii vero proprii in diſtantia $\gamma = 0,0448.p.$

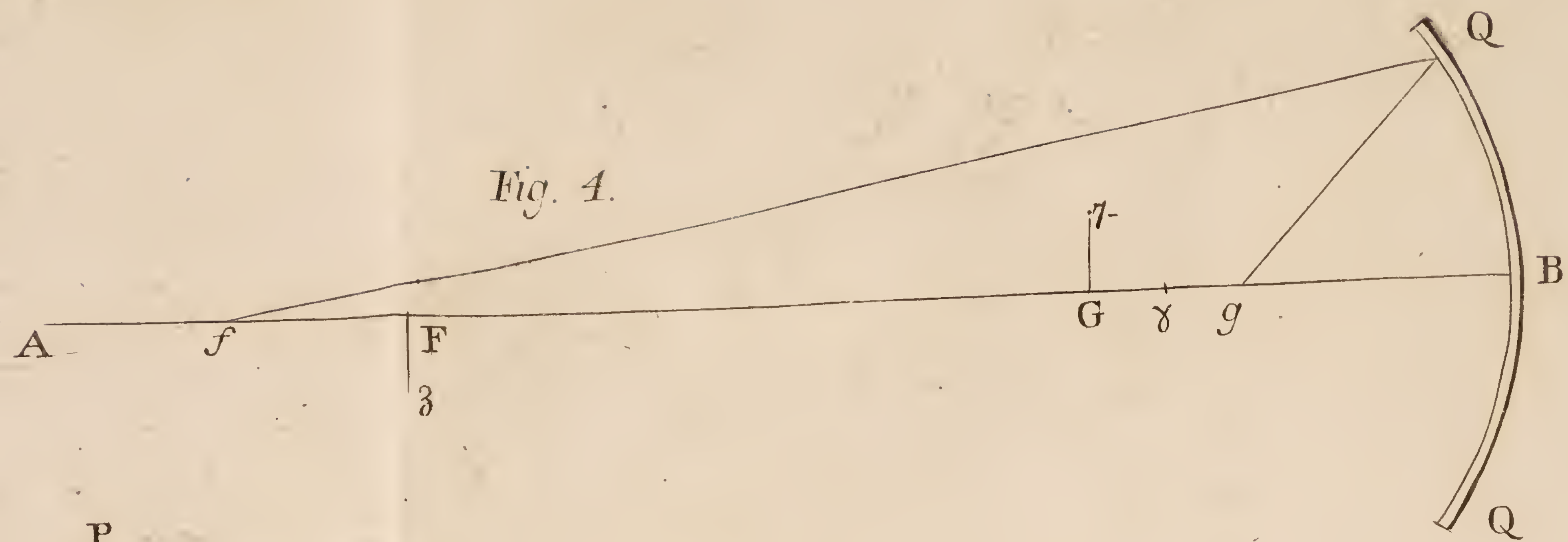
X°. Cum deinde prima imago realis poſt lentem primam cadat ad diſtantiam $\gamma = 0,0448.p.$ radii autem peregrini in hanc lentem incidentes ſuam imaginem forment ad diſtantiam $r = 0,09025.p$; quae cum illa plus quam duplo ſit maior, neutiquam metuendum erit, ne radii peregrini ad oculum vsque propagentur.

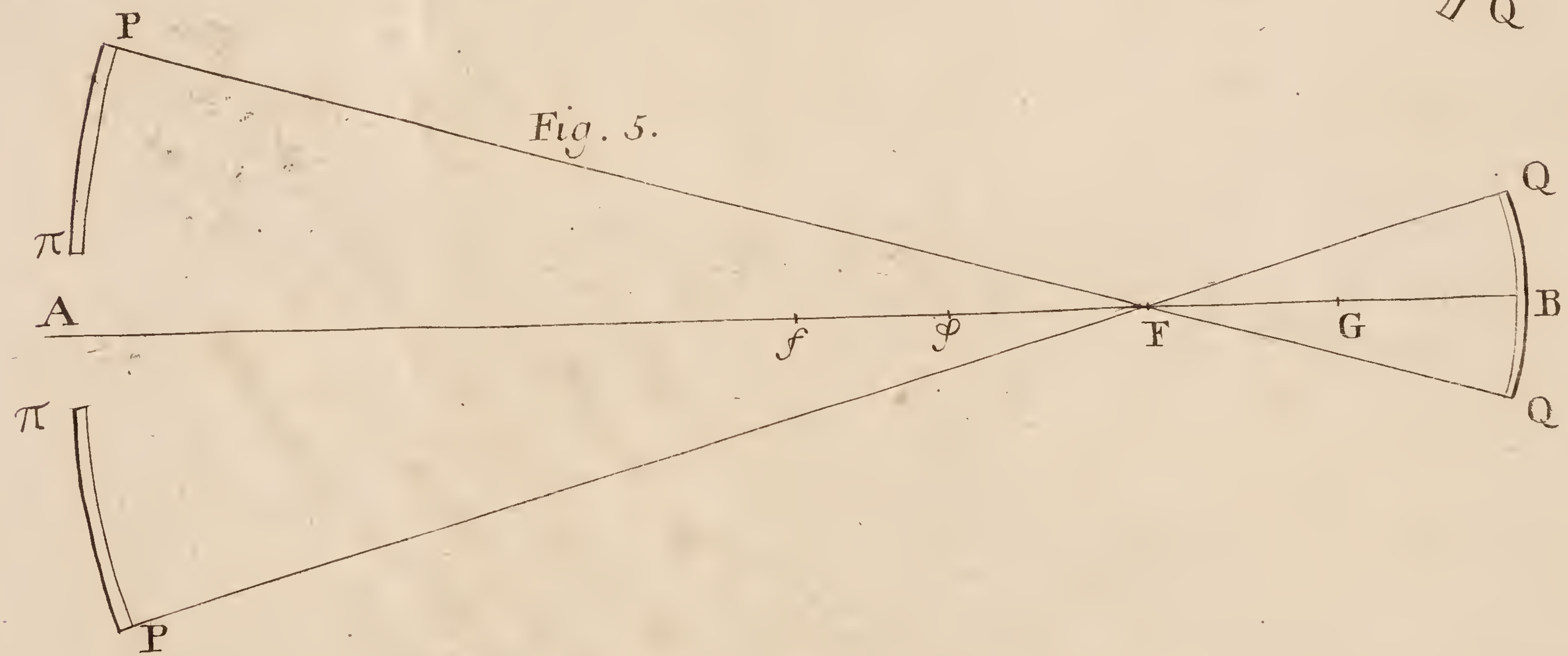


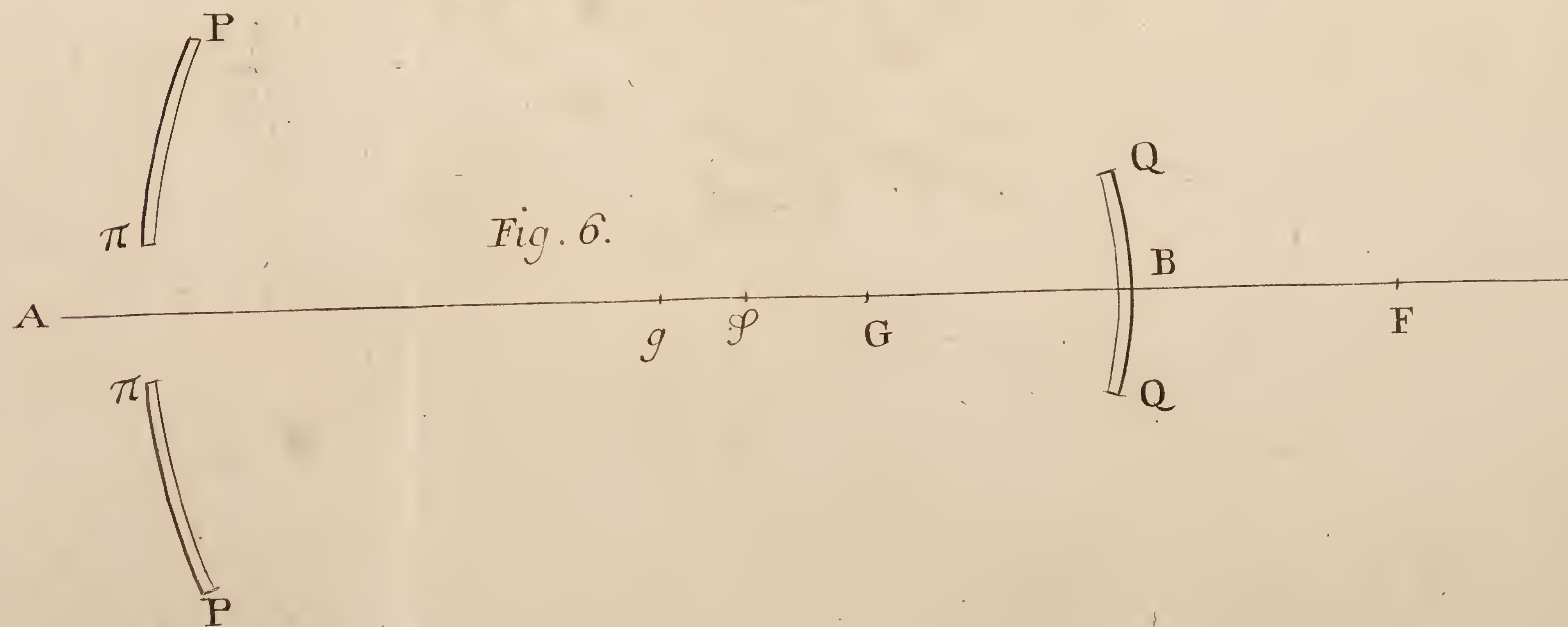

P
a
Fig. 1.
A
F
O
E
P


P
Fig. 2.
ε
F
A
E
O
ζ
α
P


P
A
X
f
F
O
E
Fig. 3.
P
R


Fig. 4.
Q
B
Q
A
f
F
G
γ
g


Fig. 5.
P
π
A
π
P
Q
B
Q
f
φ
F
G


Fig. 6.
P
π
A
π
P
Q
B
Q
g
φ
G
F

Dioptr. Tom.II. Tab.III.

